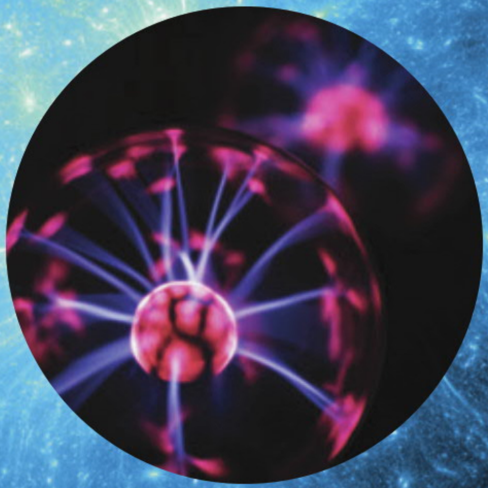
חשמל ומגנטיות

אלקטרוסטטיקה, אלקטרודינמיקה, אלקטרומגנטיות



כותר
www.school.kotar.co.il
הספר במהדורה מקוונת

בהתאם לתכנית הלימודים המעודכנת
בפיזיקה ברמת 5 יח"ל

מטח
המרכז לטכנולוגיה חינוכית

חשמל ומגנטיות

רקע תיאורטי, דוגמאות פתורות
ומגוון תרגילים (מסודרים לפי דרגת קושי)

נכתב על-פי תכנית הלימודים בפיזיקה ברמת 5 יח"ל
המעודכנת החל מתשע"ה (רפורמת 30-70)

ראש תחום מדע וטכנולוגיה: ד"ר אורלי (קרמש) שטטינר

יועץ מדעי: פרופ' מאיר מידב, החוג לחינוך מתמטי, מדעי וטכנולוגי, ביה"ס לחינוך, אוניברסיטת ת"א

פיתוח וכתיבה – רקע תיאורטי: פרופ' מאיר מידב, דני עובדיה, ד"ר אורלי (קרמש) שטטינר

פיתוח וכתיבה – דוגמאות ותרגילים: דני עובדיה

עריכה דידקטית פדגוגית: ד"ר אורלי (קרמש) שטטינר

עריכה לשונית: אודי לוינגר

עיצוב וגרפיקה: סטודיו ניצן-שמיר מעצבים

איורים טכניים: ירמי לז'ה

ניהול קריאטיבי: רקפת אביב

עוזרת הפקה: לי אטינגולד

טיפול בזכויות יוצרים: לליב גל, דבורה גרודה

הבאה לדפוס: דניאל אשל

הוצאה לאור: המרכז לטכנולוגיה חינוכית

הודפס בשנת: 2017

תצלומים על הכריכה ובתוך הספר: Shutterstock.com

זכויות הקניין הרוחני, לרבות זכויות היוצרים והזכות המוסרית של היוצרים בספר זה, מוגנות. אין לשכפל, להעתיק, לסכם, לצלם, להקליט, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט בכל דרך או בכל אמצעי אלקטרוני, אופטי, מכני או אחר, כל חלק שהוא מספר זה. כמו כן, אין לעשות שימוש מסחרי כלשהו בספר זה, בכולו או בחלקים ממנו, אלא אך ורק לאחר קבלת רשות מפורשת בכתב ממטח (המרכז לטכנולוגיה חינוכית).

© כל הזכויות על החומרים ממקורות חיצוניים ששובצו ביחידה זו שמורות לבעליהן.

© תשע"ז – 2017. כל הזכויות שמורות למטח – המרכז לטכנולוגיה חינוכית, חברה לתועלת הציבור, קריית משה רואו, קלאוזנר 16, רמת אביב, תל אביב 6901128.

תוכן עניינים

חלק א: אלקטרוסטטיקה 5

1. הכוח החשמלי וחוק קולון 6
2. השדה החשמלי 29
3. שטף חשמלי וחוק גאוס 55
4. אנרגיה פוטנציאלית ופוטנציאל חשמלי 77
5. מתח חשמלי והפרש פוטנציאלים 99

חלק ב: אלקטרודינמיקה 119

6. זרם חשמלי 120
7. התנגדות חשמלית וחוק אוהם 128
8. מעגלים חשמליים פשוטים- מעגל טורי ומעגל מקבילי 136
9. מעגלים חשמליים פשוטים- מעגל מעורב 150
10. כא"מ, מתח הדקים והתנגדות פנימית 163
11. אנרגיה, הספק ונצילות 179
12. מעגלים מורכבים וחוקי קירכהוף 194
13. קיבול וקבלים במעגל החשמלי 205
14. מעגלי RC, טעינה ופריקה של קבלים 229

חלק ג: אלקטרומגנטיות 251

15. הכוח המגנטי, שדה מגנטי של תיל, כריכה וסילונית 252
16. כוח על חלקיק טעון בשדה מגנטי 276
17. יישומי כוח לורנץ 300
18. כא"מ מושרה, חוק פאראדיי וחוק לנץ 326
19. יישומים טכנולוגיים וסיכום 360

חלק ד: פתרונות לתרגילים 387

חלק א 388
חלק ב 400
חלק ג 413

תוכן עניינים

חלק א: אלקטרוסטטיקה 5

1. הכוח החשמלי וחוק קולון 6
2. השדה החשמלי 29
3. שטף חשמלי וחוק גאוס 55
4. אנרגיה פוטנציאלית ופוטנציאל חשמלי 77
5. מתח חשמלי והפרש פוטנציאלים 99

חלק ב: אלקטרודינמיקה 119

6. זרם חשמלי 120
7. התנגדות חשמלית וחוק אוהם 128
8. מעגלים חשמליים פשוטים- מעגל טורי ומעגל מקבילי 136
9. מעגלים חשמליים פשוטים- מעגל מעורב 150
10. כא"מ, מתח הדקים והתנגדות פנימית 163
11. אנרגיה, הספק ונצילות 179
12. מעגלים מורכבים וחוקי קירכהוף 194
13. קיבול וקבלים במעגל החשמלי 205
14. מעגלי RC, טעינה ופריקה של קבלים 229

חלק ג: אלקטרומגנטיות 251

15. הכוח המגנטי, שדה מגנטי של תיל, כריכה וסילונית 252
16. כוח על חלקיק טעון בשדה מגנטי 276
17. יישומי כוח לורנץ 300
18. כא"מ מושרה, חוק פאראדיי וחוק לנץ 326
19. יישומים טכנולוגיים וסיכום 360

חלק ד: פתרונות לתרגילים 387

חלק א 388
חלק ב 400
חלק ג 413

חלק א

אלקטרוסטטיקה

פרק 1 הכח החשמלי וחוק קולון

פרק 2 השדה החשמלי

פרק 3 שטף חשמלי וחוק גאוס

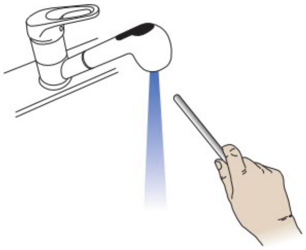
פרק 4 אנרגיה חשמלית ופוטנציאל חשמלי

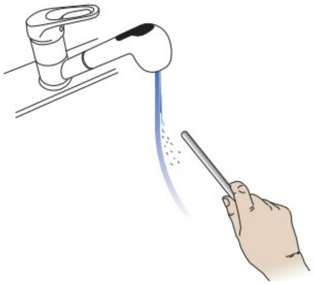
פרק 5 מתח חשמלי והפרש פוטנציאלים

1 הכוח החשמלי וחוק קולון

רקע תיאורטי

הכוח החשמלי





בלימודי המכניקה הכרנו את **כוח הכבידה** שמסביר חלק גדול מתופעות הטבע, כגון נפילת גופים, תנועות כוכבי הלכת וירחיהם, גאות ושפל ועוד. אולם **כוח הכבידה אינו מסביר תופעות הקשורות במבנה חומרים ותכונותיהם**. בפרק זה נכיר את הכוח החשמלי, המסביר תופעות אלו ורבות אחרות, כולל קרינה אלקטרומגנטית.

היוונים הקדמונים הבחינו כי שפשוף של חומרים שונים (כמו ענבר, שרף של עץ) גורם להם למשוך ולהימשך לחומרים אחרים בכוח רב, הנקרא כוח חשמלי. ביוונית נקרא הענבר בשם "**אלקטרון**", ומכאן השם הלועזי **electricity**, ובעברית **חשמל** או בשם כללי יותר **אלקטרומגנטיות**.

ניתן להדגים שהכוח החשמלי אכן חזק באמצעות ניסוי פשוט:

מקרבים מוט PVC לסילון מים דק, כמתואר באיור העליון. למרות כוח הכבידה הפועל בין המוט לבין המים, המים אינם נמשכים אל המוט, מכיוון שכוח הכבידה מורגש כאשר לפחות אחד הגופים הוא בעל מסה גדולה מאוד.

כעת, חוזרים על הניסוי אחרי שמשפשפים את המוט בפרווה, בשיער או אפילו בנייר. הפעם המים יימשכו אל המוט ואפילו ייפרדו לטיפות קטנות, כפי שניתן לראות באיור התחתון.

המטען החשמלי והפרדת מטענים

הכוח החשמלי הוא כוח חזק, אך בדרך כלל אינו מופיע באופן ספונטני ויש לבצע פעולה כמו שפשוף כדי לגלותו. ניסויים רבים הראו שהכוח החשמלי מופיע לעתים ככוח **משיכה** ולעתים ככוח **דחייה**. פעולת השפשוף גורמת למעבר של "משהו" מגוף לגוף, ואת הדבר הזה כינו המדענים בשם "**מטען חשמלי**". העובדה שהכוח החשמלי מופיע ככוח משיכה או דחייה, מביאה אותנו להניח שקיימים **שני סוגים של מטען חשמלי**. פעולת השפשוף גורמת להפרדה בין שני סוגי המטענים, שהאחד כונה (באופן שרירותי) **חיובי** והשני **שלילי**. מתברר שמטענים מאותו סוג **דוחים** זה את זה, ומטענים מסוג שונה **מושכים** זה את זה. **עוצמת הכוח החשמלי תלויה במרחק בין הגופים**.
נסמן את גודל המטען החשמלי שיש בגוף באות Q או q (האות הראשונה של המילה Quantity). יחידת המטען החשמלי היא יחידה בסיסית, שנקראת במערכת היחידות SI בשם **קולון** (Coulomb), על שמו של הפיזיקאי הצרפתי שארל אוגוסטן דה קולון.

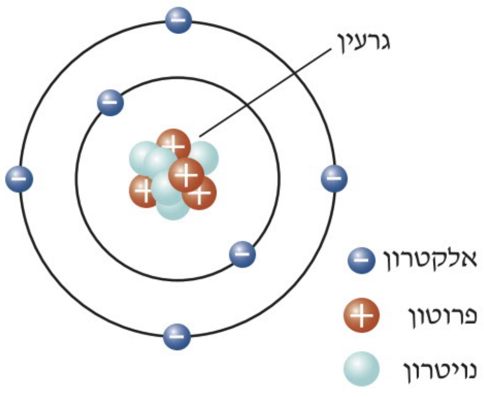
אטומים, אלקטרונים, פרוטונים ונויטרונים

בדרך כלל, הגופים שאנו נתקלים בהם הם **ניטרליים** מבחינה חשמלית, כלומר כמות המטענים החיוביים בהם שווה בדיוק לכמות המטענים השליליים. כדי להפוך גופים ניטרליים לטעונים, צריך להפריד בין המטענים החיוביים לשליליים.

מבנה החומר מסביר את התופעות שתיארנו ותופעות נוספות. החומרים בנויים מאטומים. בתיאור הפשוט ביותר, האטום בנוי **מגרעין** דחוס מאוד הנמצא במרכזו, וסביבו נעים **אלקטרונים** בעלי מסה קטנה מאוד הנושאים מטען חשמלי יסודי שלילי.

בגרעין האטום נמצאים חלקיקים משני סוגים הנקראים נוקליאונים: **פרוטונים ונויטרונים**. לפרוטונים ולנויטרונים מסה גדולה בהרבה מאשר לאלקטרונים, כמצוין בטבלה. לפרוטונים יש מטען חשמלי השווה בגודלו למטען האלקטרון (**המטען היסודי**) אך סימנו הפוך (חיובי). הנויטרונים הם חסרי מטען חשמלי (ניטרליים, כפי ששמם מעיד עליהם).

באטום או בחומר ניטרלי (כלומר לא טעון), מספרם של הפרוטונים שווה בדיוק למספרם של האלקטרונים. אטום המימן הוא היחיד שבגרעינו פרוטון אחד ללא נויטרון. קוטר האטום גדול פי 100,000 בקירוב מקוטר הגרעין, לכן רוב האטום הוא חלל ריק.



שם החלקיק	מסה [kg]	מטען [C]
אלקטרון	$9.11 \cdot 10^{-31}$	$-1.6 \cdot 10^{-19}$
פרוטון	$1.67 \cdot 10^{-27}$	$+1.6 \cdot 10^{-19}$
נויטרון	$1.67 \cdot 10^{-27}$	0

מוליכים ומבדדים

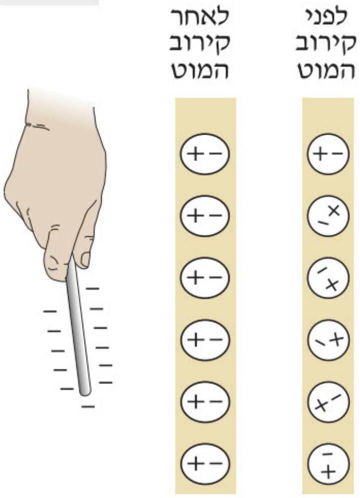
חומרים שונים נבדלים במידת **ההולכה החשמלית** שלהם, ממוליכים טובים למוליכים גרועים, הנקראים **מבדדים**. מתכות מוליכות חשמל היטב, מכיוון שבאטומי המתכות יש אלקטרון אחד או יותר חופשיים. בחומרים מבדדים (כגון פלסטיק, קלקר, עץ ועוד) אין אלקטרונים חופשיים, ושפשוף שלהם גורם ל"קריעה" של אלקטרונים מאטומים שנמצאים מעל פני החומר ולמעבר שלהם מהגוף המשפשף אל המשופשף או להיפך. בכך נגרמת טעינה של שני הגופים, המשפשף והמשופשף, במטענים מנוגדים.

השראה חשמלית וקיטוב

קיטוב מוליך מתכתי על ידי השראה

כאשר מקרבים גוף טעון חשמלית לעבר מוליך מתכתי, האלקטרונים החופשיים במתכת יימשכו או יידחו וינועו במוליך עד ליצירת **שני קטבים** חשמליים, האחד חיובי והשני שלילי. המוליך כולו נשאר ניטרלי מבחינה חשמלית! התהליך נקרא **קיטוב חשמלי על ידי השראה**. הצד הפונה אל הגוף הטעון נמשך אליו כי הוא טעון במטען מנוגד, בעוד שהצד הרחוק נדחה בכוח קטן יותר כי המרחק ממנו אל הגוף הטעון גדול יותר. הכוח השקול הוא כוח משיכה. מכאן, **כל גוף טעון מושך (נמשך אל) גוף ניטרלי**.

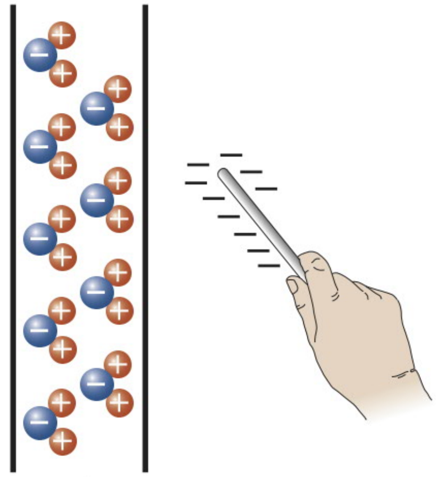
קיטוב מבדדים



כאשר מקרבים גוף טעון אל גוף מבדד, כמו סרגל עץ או מים, אין אלקטרונים חופשיים שינועו מצד לצד, ולכן אין קיטוב הנובע מתנועת אלקטרונים חופשיים. אבל כל הניסויים מראים שגם כאן, כל גוף העשוי מחומר מבדד מושך (נמשך אל) גוף טעון. נבחין בשני מקרים כדי להסביר תופעה זאת:

1. **מבדד העשוי מולקולות סימטריות מבחינה חשמלית:**

כאשר מקרבים גוף טעון (למשל במטען חיובי) לחומר מבדד, האלקטרונים במולקולות, שאינם חופשיים, זזים במידה קטנה מאוד לעבר המטען החיובי. המולקולות שהיו סימטריות מבחינה חשמלית (כלומר אין בהן העדפה לכיוון כלשהו) "נמתחות" על ידי ההשראה והופכות להיות גם כן **דו-קוטב (די-פול) מושרה**. הצד הקרוב לגוף הטעון יהיה תמיד במטען הפוך מזה של הגוף הטעון. נדגיש: הקיטוב של מבדדים על ידי השראה חלש בהרבה מקיטוב של מוליכים מתכתיים.



2. **מבדדים העשויים ממולקולות שאינן סימטריות מבחינה חשמלית:**

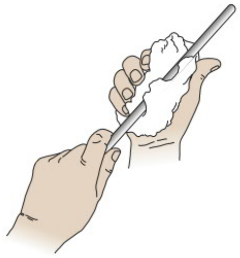
מולקולות כמו אלו של מים אינן סימטריות מבחינה חשמלית, כלומר באופן טבעי יש להן צורה של דו-קוטב חשמלי. גם במקרה זה, כאשר מקרבים אליהן גוף טעון הוא גורם להגדלת הקיטוב החשמלי, ושוב הצד הקרוב לגוף הטעון יהיה תמיד במטען הפוך מזה של הגוף הטעון.

לסיכום, כאשר מקרבים גוף טעון לגוף ניטרלי, תמיד יפעל ביניהם כוח משיכה חשמלי. הכוח חזק כאשר הגופים הניטרליים עשויים מחומרים מוליכי חשמל כמו מתכות, חלש יותר במבדדים בעלי מולקולות מקוטבות, ועוד יותר חלש בשאר המבדדים.

שיטות טעינה

נכיר שלוש שיטות לטעינה חשמלית:

שפשוף



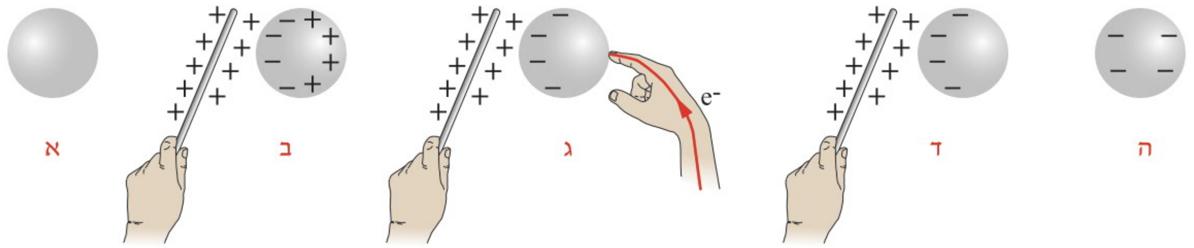
פעולת השפשוף גורמת לתלישה של אלקטרונים מגוף אחד והעברתם לגוף אחר, כלומר להפרדת מטענים. כך, שני הגופים, המשפשף והמשופשף, נטענים במטעני חשמל מנוגדים. הגוף שממנו נתלשים אלקטרונים נעשה חיובי, והגוף המקבל אלקטרונים נעשה שלילי.

מגע

כשמצמידים גוף טעון במטען חיובי (למשל) אל גוף שאינו טעון, אלקטרונים מהגוף שאינו טעון נמשכים ועוברים אל הגוף הטעון במטען חיובי. כתוצאה מכך, הגוף שלא היה טעון נעשה חסר באלקטרונים, כלומר חיובי. האלקטרונים שעברו לגוף שהיה טעון במטען חיובי מנטרלים חלק מהמטענים החיוביים, וכך הוא נעשה פחות חיובי. נציין שטעינת גופים על ידי מגע עם גוף טעון אינה תמיד יעילה.

השראה

כפי שראינו, כאשר מקרבים גוף טעון (למשל חיובי) לגוף ניטרלי, הצד הקרוב לגוף הטעון הופך להיות טעון במטען שלילי, ואילו הצד הרחוק טעון במטען חיובי. כלומר, כל עוד הגוף הטעון נמצא בקרבת הגוף הלא–טעון קיים קיטוב, הפרדת מטענים. אם נחבר כעת גוף מוליך בין הגוף הלא–טעון לבין האדמה, אלקטרונים יעברו מהאדמה (שהיא מקור אינסופי לאלקטרונים) אל הצד החיובי וינטרלו אותו. פעולה זו נקראת **הארקה**.



כעת, אם נרחיק את המוט הטעון ובו–בזמן ננתק את ההארקה, אלקטרונים יתפשטו בכל הגוף הניטרלי, והגוף שהיה קודם לכן לא טעון, ייטען במטען שלילי. לסיכום, בשיטה זאת **הגוף הניטרלי ייטען תמיד במטען מנוגד לזה שהיה בגוף שגרם לקיטוב.**

מדוע האלקטרונים בצד הקרוב לגוף הטעון לא עוברים לאדמה? מכיוון שהמוט הטעון במטען חיובי מושך אותם אליו, כלומר "מחזיק" אותם.

תהליך זה של טעינת גופים על ידי השראה הרבה יותר יעיל מטעינה על ידי מגע.

שימור של המטען החשמלי

בכל תהליכי טעינת הגופים שתוארו, **מטענים לא נוצרו "יש מאין"**. בדרך כלל מדובר בהפרדת מטענים בלבד. למשל, בדוגמה שבה שפשפנו גוף ניטרלי על ידי מטלית כלשהי, יצרנו הפרדת מטענים, שבה המטען של הגוף המשפשף (המטלית) **שווה בגודלו והפוך בסימנו** לזה של הגוף המשופשף. המטענים לא נעלמו.

חוק שימור המטען החשמלי הוא אחד מחוקי השימור החשובים בפיזיקה, והוא מתקיים בכל התהליכים הפיזיקליים. על פי חוק זה, המטען הכולל במערכת סגורה הוא קבוע. במילים אחרות, אפשר להעביר מטענים ממקום למקום ומגוף אחד לשני, אבל סכום המטענים החיוביים והשליליים לא משתנה. או בניסוח אחר: מטענים חשמליים לא נוצרים יש מאין, ועל כל מטען מהסוג האחד מופיע במקום אחר מטען מהסוג השני. ניתן להסביר זאת בהסתמך על מבנה האטום.

חוק קולון

מסתבר שכוחות המשיכה והדחייה בין מטענים חשמליים פועלים בהתאם לחוקיות מתמטית. בשנת 1784 גילה המדען הצרפתי **שארל אוגוסטין דה קולון** את החוקיות הבאה: עוצמתו של הכוח החשמלי הפועל בין מטענים נקודתיים היא **ביחס ישר לגודלם של המטענים וביחס הפוך לריבוע המרחק ביניהם**. חוק זה קרוי על שמו, **חוק קולון**.

מטענים נקודתיים מוגדרים כמטענים שנמצאים על גופים שממדיהם קטנים מאוד ביחס למרחק ביניהם.

הכוחות החשמליים הפועלים בין שני מטענים נקודתיים הם **זוג של כוחות פעולה ותגובה,** שווים בגודלם ומנוגדים בכיוונם. הם פועלים בכיוון הקו המחבר בין המטענים: אם המטענים שווי סימן זהו כוח דחייה, ולהיפך.

הביטוי המתמטי לחוק קולון הוא: $\mathrm{F}_E = k\,\dfrac{\mathrm{q}_1 \cdot \mathrm{q}_2}{\mathrm{r}^2}$

q_1 , q_2 מסמנים את כמות המטען החשמלי של המטענים הנקודתיים ביחידות קולון [C].

F_E הוא גודל הכוח החשמלי הפועל בין שני המטענים ביחידות ניוטון [N].

r הוא המרחק בין שני המטענים ביחידות מטר [m].

k הוא **קבוע הכוח החשמלי**, שערכו המספרי בריק ויחידותיו: $\mathrm{k}=9\cdot10^9\left[\dfrac{N\cdot m^2}{C^2}\right]$.

הקבוע k שווה לכוח הפועל בין שני מטענים של 1 קולון, שנמצאים במרחק של 1 מטר זה מזה.

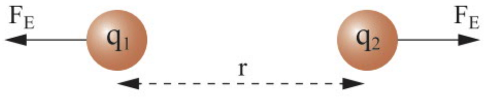
הכוח החשמלי, כמו כל הכוחות האחרים שהכרנו, הוא **גודל וקטורי**. בביטוי המתמטי לחוק קולון מציבים את גודל המטענים ללא סימניהם. לכן הביטוי לחוק קולון נותן את **גודל הכוח** בלבד. כיוון הכוח הפועל בין שני מטענים נקודתיים ייקבע על פי סימני המטענים.

חוק קולון וחוק הכבידה העולמי

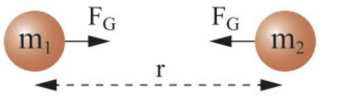
נשים לב שחוק קולון דומה מאוד לחוק הכבידה העולמי. אם נחליף את ה"מסה" שבחוק הכבידה ב"מטען", נקבל למעשה את חוק קולון (עם קבוע מספרי שונה). לכן לעתים מכנים מסה בשם **מטען כבידתי**.

טענו קודם שהכוח החשמלי חזק בהרבה מכוח הכבידה. כדי לבדוק זאת, נחשב את היחס בין עוצמת הכוח החשמלי הפועל בין שני פרוטונים לבין כוח הכבידה הפועל ביניהם.

$$\mathrm{F}_E = k\,\frac{\mathrm{q}_1\cdot\mathrm{q}_2}{\mathrm{r}^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{1.6\cdot10^{-19}\cdot1.6\cdot10^{-19}}{r^2} = \frac{2.3\cdot10^{-28}}{r^2}$$



$$\mathrm{F}_G = \mathrm{G}\,\frac{\mathrm{m}_1\cdot\mathrm{m}_2}{\mathrm{r}^2} = 6.67\cdot10^{-11}\cdot\frac{1.67\cdot10^{-27}\cdot1.67\cdot10^{-27}}{r^2} = \frac{1.86\cdot10^{-64}}{r^2}$$



$$\frac{\mathrm{F}_E}{\mathrm{F}_G} = 1.23\cdot10^{36}$$

קיבלנו שהכוח החשמלי חזק מכוח הכבידה בכ–36 סדרי גודל!

מכאן שמוצדק לחלוטין להזניח את כוח הכבידה הפועל במערכות בעלות מסה קטנה, כמו מערכות אטומיות.

הטבלה הבאה משווה בין כוח הכבידה לכוח החשמלי.

	כוח הכבידה העולמי	הכוח החשמלי
החוק המתאר את הכוח	חוק הכבידה העולמי (ניוטון)	חוק קולון
הביטוי המתמטי	$F_G = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	$F_E = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$
המקדם לתיאום יחידות (SI)	$G = 6.67 \cdot 10^{-11}\left[\frac{N \cdot m^2}{kg^2}\right]$	$k = 9 \cdot 10^9\left[\frac{N \cdot m^2}{C^2}\right]$
תלות בגורמים	מסות של הגופים (יחס ישר), המרחק בין המסות (תלות ריבועית הפוכה)	מטענים של הגופים (יחס ישר), המרחק בין המטענים (תלות ריבועית הפוכה)
טווח פעולה	אינסופי	אינסופי
עוצמה יחסית	1	$1.23 \cdot 10^{36}$
פעילות גומלין	משיכה	משיכה (מטענים הפוכי סימן) דחייה (מטענים שווי סימן)
אופי הפעילות	פועל מרחוק, לאורך הקו המחבר בין המסות.	פועל מרחוק, לאורך הקו המחבר בין המטענים.
מה הוא מסביר	תנועת גרמי שמים ותנועת גופים עליהם או סביבם.	מבנה ותכונות החומר, גלים אלקטרומגנטיים, מגנטיות ועוד.

הכוח החשמלי ומבנה החומר

הכוחות החשמליים מסבירים את תכונות החומר, כגון חוזק, אלסטיות, פלסטיות, מצב צבירה, שהן תוצאה של הכוח החשמלי הפועל בין המטענים החשמליים שבתוך החומר. הם מסבירים גם כוחות כמו הנורמל, האלסטיות והחיכוך.

הכוח החשמלי מסביר גם את מבנה החומר. הכוח החשמלי הפועל בין חלקיקי היסוד של החומר (הפרוטון והאלקטרון) מאפשר קיום אטומים, שעקב פעולת כוחות ביניהם יוצרים מולקולות המרכיבות מגוון רחב ובלתי מוגבל של חומרים שונים שיציבותם ותכונותיהם נקבעות על ידי הכוח החשמלי.

עקרון הסופרפוזיציה של הכוחות החשמליים

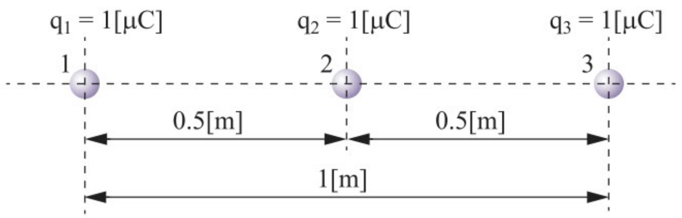
עקרון הסופרפוזיציה מתקיים גם לגבי כוחות חשמליים, ומאפשר לנו לטפל בבעיות שבהן פועלים כוחות חשמליים בין שלושה או יותר גופים טעונים במטענים חשמליים. בהתאם לחוק זה, הכוח בין כל שני מטענים נקודתיים אינו מושפע מנוכחותו של מטען נוסף. לכן בעת טיפול בכוחות הפועלים בין יותר משני מטענים, מחשבים את הכוחות הפועלים בין כל שני מטענים בנפרד, ללא התייחסות למטענים האחרים.

סיכום

1. הכוח החשמלי הוא **כוח יסודי חזק** בהרבה מכוח הכבידה. הוא מופיע לעתים ככוח משיכה ולעתים ככוח דחייה.
2. קיימים שני סוגים של מטען חשמלי, האחד נקרא (כפי שנקבע בעבר באופן שרירותי) **חיובי** והאחר **שלילי**.
3. האטום בנוי מגרעין דחוס הנמצא במרכזו, וסביבו נעים אלקטרונים בעלי מסה קטנה מאוד הנושאים מטען חשמלי יסודי שלילי.
4. בגרעין האטום נמצאים חלקיקים משני סוגים הנקראים **נוקליאונים**: **פרוטונים** ו**נויטרונים**. לפרוטונים יש מטען חשמלי חיובי, והנויטרונים הם חסרי מטען חשמלי.
5. באטום או בחומר ניטרלי (כלומר לא טעון), מספרם של הפרוטונים שווה בדיוק למספרם של האלקטרונים.
6. כל גוף טעון מושך (נמשך אל) גוף ניטרלי בגלל תופעת **הקיטוב על ידי השראה חשמלית**.
7. קיימות שלוש שיטות טעינה חשמלית, שלכולן מנגנון טעינה על ידי הפרדת מטענים: **מגע** של גוף טעון בגוף ניטרלי, **שפשוף** גוף מבדד ו**השראה חשמלית**.
8. בכל התהליכים של טעינת גופים מתקיים אחד מחוקי השימור החשובים בפיזיקה, **חוק שימור המטען החשמלי**, שלפיו המטען הכולל במערכת סגורה הוא קבוע.
9. **חוק קולון** קובע שעוצמתו של הכוח הפועל בין מטענים נקודתיים נמצאת ביחס ישר לגודלם של המטענים וביחס הפוך לריבוע המרחק ביניהם, ובאופן מתמטי: $F_E = k\,\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$.
   א. הקבוע k שווה לכוח הפועל בין שני מטענים של 1 קולון, שנמצאים במרחק של 1 מטר זה מזה, וערכו: $k = 9 \cdot 10^9 \left[\frac{N \cdot m^2}{C^2}\right]$
   ב. הכוח החשמלי, כמו כל הכוחות האחרים שהכרנו, הוא גודל וקטורי.
   ג. בביטוי לחוק קולון מציבים את גודל המטענים ללא סימניהם. לכן הביטוי לחוק קולון נותן את **גודל הכוח** בלבד.
   ד. כיוון הכוח החשמלי נקבע על פי סימני המטענים: דחייה – שני המטענים חיוביים או שליליים; משיכה – אם אחד המטענים חיובי והשני שלילי.
10. בהתאם לעקרון הסופרפוזיציה של הכוחות החשמליים, הכוח בין כל שני מטענים נקודתיים אינו מושפע מנוכחותו של מטען נוסף.
11. הכוחות החשמליים מסבירים את תכונות החומר, כגון חוזק, אלסטיות, פלסטיות, מצב צבירה, וכן כוחות כמו נורמל, אלסטיות וחיכוך.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)

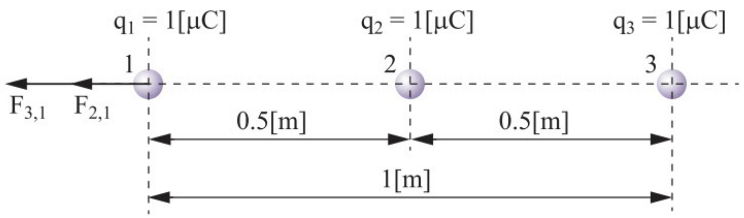


על ישר נמצאים שלושה חלקיקים טעונים במטענים חיוביים שווים, כל אחד בן $1[\mu C]$.

חשבו את הכוח החשמלי השקול הפועל על כל מטען וציינו את כיוונו.

פתרון דוגמה מספר (1)

ניתוח כוחות על **חלקיק 1**:



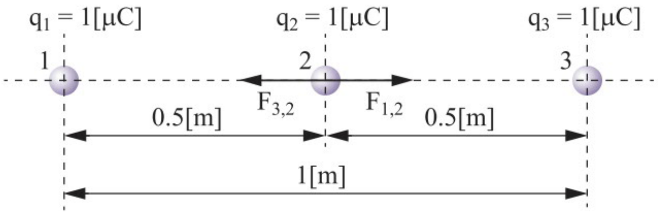
$$F_{2,1}= k\frac{|q_2|\cdot|q_1|}{r^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{0.5^2}=0.036[N]$$

$$F_{3,1}= k\frac{|q_3|\cdot|q_1|}{r^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{1^2}=0.009[N]$$

$$F_1=F_{2,1}+F_{3,1}=0.036+0.009=0.045[N]$$

כל הכוחות מכוונים שמאלה.

ניתוח כוחות על **חלקיק 2**:

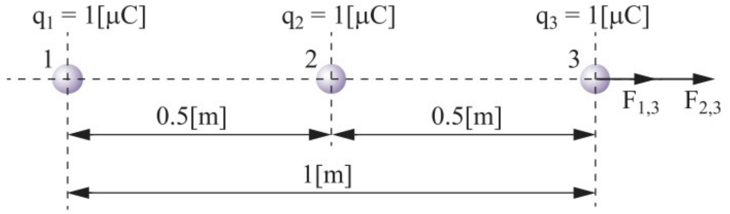


$$F_{1,2}=k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{0.5^2}=0.036[N](\text{ימינה})$$

$$F_{3,2}=k\frac{|q_3|\cdot|q_2|}{r^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{0.5^2}=0.036[N](\text{שמאלה})$$

$$\vec{F}_1=\vec{F}_{1,2}+\vec{F}_{3,2}=0.036-0.036=0$$

ניתוח כוחות על **חלקיק 3**:



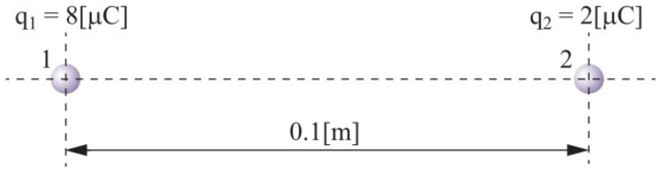
$$F_{1,3}= k\,\frac{|q_1|\cdot|q_3|}{r^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{1^2}=0.009[N]\ (\textit{ימינה})$$

$$F_{2,3}= k\,\frac{|q_2|\cdot|q_3|}{r^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{0.5^2}=0.036[N]\ (\textit{ימינה})$$

$$\vec{F}_3=\vec{F}_{1,3}+\vec{F}_{2,3}=0.009+0.036=0.045[N]\ (\textit{ימינה})$$

דוגמה מספר (2)

שני מטענים נקודתיים $q_1=8\cdot10^{-6}[C]$ ו-$q_2=2\cdot10^{-6}[C]$, נמצאים במרחק 10 ס"מ זה מזה.

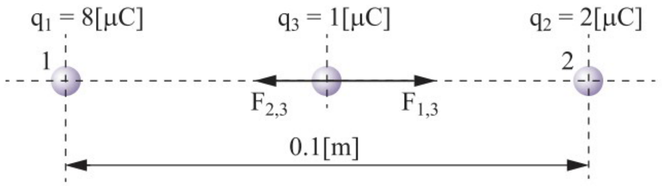


א. מהו הכוח השקול שיפעל על מטען שלישי $q_3=1\cdot10^{-6}[C]$, אם יימצא במחצית המרחק בין שני המטענים הנ"ל?

ב. באיזו נקודה יש לשים את המטען q_3 כדי שהכוח השקול שיפעל עליו יתאפס?

פתרון דוגמה מספר (2)

א.

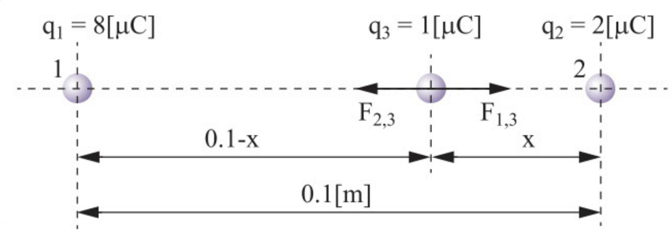


$$F_{1,3}= k\,\frac{|q_1|\cdot|q_3|}{r^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{8\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{0.05^2}=28.8[N]\ (\textit{ימינה})$$

$$F_{2,3}= k\,\frac{|q_2|\cdot|q_3|}{r^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{2\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{0.05^2}=7.2[N]\ (\textit{שמאלה})$$

$$\vec{F}_3=\vec{F}_{1,3}+\vec{F}_{2,3}=28.8-7.2=21.6[N]\ (\textit{ימינה})$$

ב.



$$F_{1,2}= k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{8\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{(0.1-x)^2}\ \text{(ימינה)}$$

$$F_{3,2}= k\frac{|q_3|\cdot|q_2|}{r^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{2\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{x^2}\ \text{(שמאלה)}$$

נשווה בין הכוחות כדי למצוא באיזה מקום מתאפס שקול הכוחות:

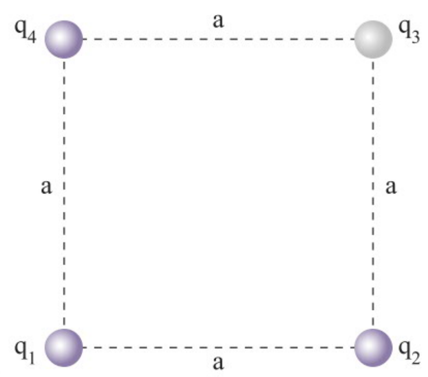
$$9\cdot10^9\cdot\frac{8\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{(0.1-x)^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{2\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{x^2}$$

$$\frac{8}{(0.1-x)^2}=\frac{2}{x^2}\Rightarrow\frac{x^2}{(0.1-x)^2}=\frac{2}{8}\Rightarrow\frac{x}{0.1-x}=\sqrt{\frac{2}{8}}$$

$$x=0.033[m]$$

יש לשים את המטען q_3 במרחק של $0.033[m]$ שמאלה מהמטען q_2, על מנת שהכוח השקול שיפעל עליו יתאפס.

דוגמה מספר (3)



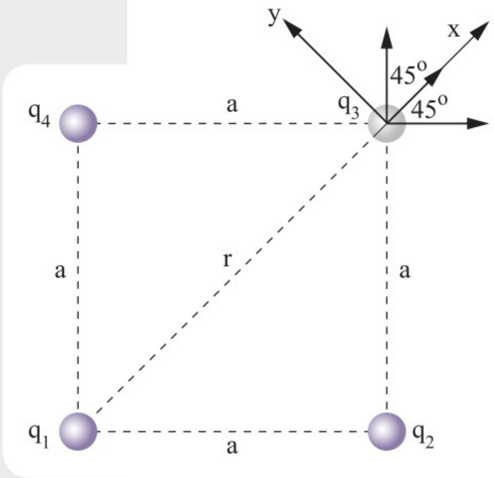
ארבעה מטענים זהים נמצאים על הקודקודים של ריבוע שאורך צלעו a. ערכי המטענים הם: $q_1=q_2=q_3=q_4=q$.

א. מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) הפועל על המטען q_3?

ב. מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) שיפעל על המטען q_3 אם יוצב במרכז הריבוע?

ג. מחזירים את המטען q_3 למקומו המקורי שבפינה. מהו הכוח (גודל וכיוון) שיפעל על מטען נוסף $q_5=q$ אם יוצב במרכז הריבוע?

פתרון דוגמה מספר (3)



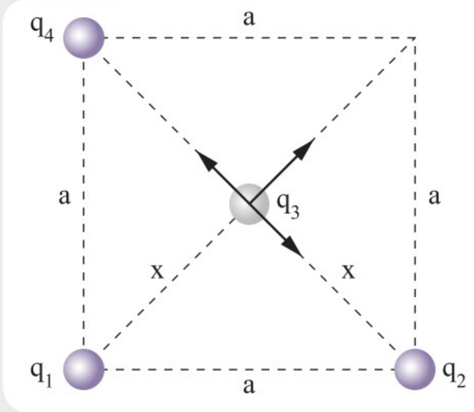
א. משיקולי נוחות נקבע את ציר ה–x על קו האלכסון. משיקולי סימטריה, הכוח בכיוון y הוא אפס.

$$r=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}\cdot a$$

$$F_x=2\cdot k\,\frac{q^2}{a^2}\cdot\cos 45^\circ+k\,\frac{q^2}{(\sqrt{2}\cdot a)^2}$$

$$F=\ k\,\frac{q^2}{a^2}\cdot(\frac{\sqrt{2}}{2}+1)$$

ב.

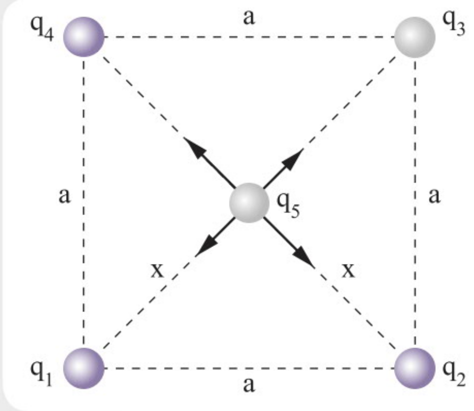


$$a^2=x^2+x^2$$

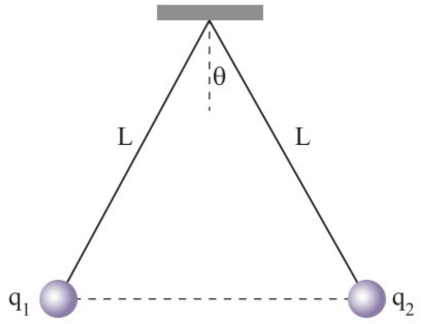
$$x=\frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$F=\ k\,\frac{q^2}{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2}=2k\,\frac{q^2}{a^2}$$

ג. $\sum F=0$



דוגמה מספר (4)



שני כדורי מתכת קטנים זהים תלויים באמצעות שני חוטים מבודדים. מסת כל כדור היא m=0.04[kg] ואורך החוטים L=1.4[m]. כאשר החוטים יוצרים זווית θ=5° עם האנך, המטענים נמצאים בשיווי משקל.

נתון כי: $q_1=q_2=q$.

א. האם המטענים שווי סימן או שוני סימן?

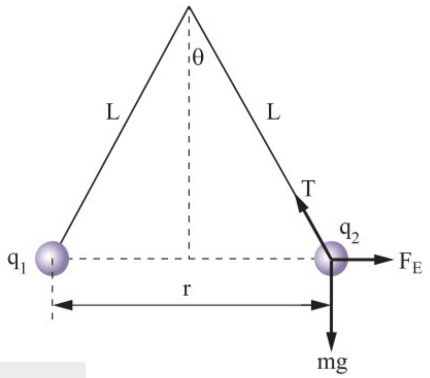
ב. מהו גודל המטען q?

ג. כעת נניח שמעבירים חלק ממטענו של הכדור הימני אל הכדור השמאלי ומייצבים את המערכת בשיווי משקל חדש.

הוכיחו שזווית הפרישה של הכדור הימני תהיה שווה לזווית הפרישה של הכדור השמאלי.

ד. האם זווית הפרישה החדשה תהיה גדולה/שווה/קטנה מ-5 מעלות? נמקו.

פתרון דוגמה מספר (4)



א. המטענים הם שווי סימן, הכדורים דוחים זה את זה.

ב.

$$\sum F_x = 0$$

$$T\sin\theta = F_E = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2} = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{(2L\sin\theta)^2}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T\cos\theta = mg$$

$$tg\theta = \frac{F_E}{mg} = \frac{k\cdot q^2}{mg\cdot(2L\sin\theta)^2}$$

$$q = \sqrt{\frac{tg\theta\cdot mg\cdot(2L\sin\theta)^2}{k}}$$

$$q = \sqrt{\frac{tg5^\circ\cdot 0.04\cdot 10\cdot(2\cdot 1.4\sin 5^\circ)^2}{9\cdot 10^9}}$$

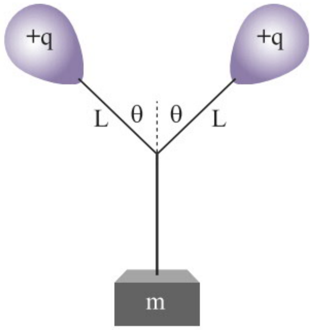
$$q = 4.81\cdot 10^{-7}[C]$$

ג. זוויות הפרישה תהיינה שוות משום שהכוח החשמלי תלוי במכפלת המטענים q_1, q_2. כלומר, הוא אותו כוח לגבי שני החלקיקים, כוח הכובד עבורם שווה משום שהמסה שלהם שווה .

$$tg\theta = \frac{F_E}{mg} = \frac{k\cdot q^2}{mg\cdot(2L\sin\theta)^2}$$

ד. הכוח החשמלי תלוי במכפלת המטענים q_1, q_2 והיה שווה בהתחלה ל-q^2, ועתה הוא שווה ל- $(q+n)(q-n)=q^2-n^2$, מכאן שהכוח החשמלי קטן. כוח הכבידה הפועל על המטענים שווה מכיוון שהמסה שלהם שווה, לפיכך זווית הפרישה החדשה תהיה קטנה מ-5 מעלות.

דוגמה מספר (5)

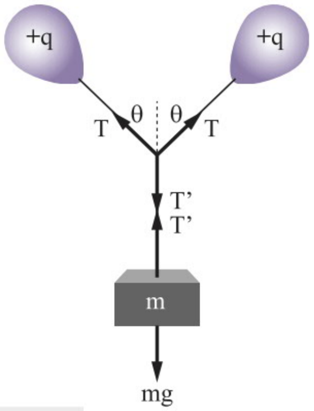


שני בלונים הטעונים במטען +q כל אחד, קשורים למסה m באמצעות שני חוטים שאורך כל אחד מהם L. החוטים יוצרים כל אחד זווית θ ביחס לאנך. (על הבלונים פועל כלפי מעלה כוח עילוי). נתונים: θ , L , g , m , k.

א. בטאו את גודל המטען q במצב שבו המערכת נמצאת בשיווי משקל.

ב. בהזנחת מסת הבלונים, חשבו את גודלו וכיוונו של כוח העילוי הפועל על כל בלון.

פתרון דוגמה מספר (5)



א. מתרשים הכוחות הפועלים על המשקולת:

$$\sum F_y = 0$$

$$T' = mg$$

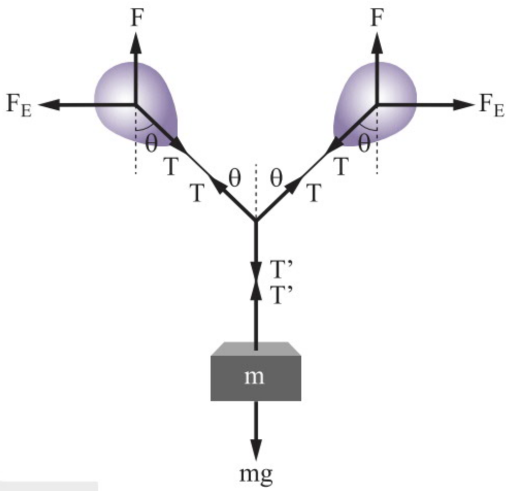
מתרשים הכוחות הפועלים על נקודת החיבור בין החוטים:

$$\sum F_y = 0$$

$$2T\cos\theta - T' = 0$$

$$2T\cos\theta = T' = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{2\cos\theta}$$

נתבונן בכוחות הפועלים על אחד הבלונים (מטעמי סימטריה, מספיק להתבונן באחד מהם, שהרי הכוחות על הבלון השני זהים בגודלם). רכיב המתיחות בציר האופקי שווה לכוח הדחייה החשמלי בין הבלונים:



$$\sum F_x = 0$$

$$T\sin\theta = F_E = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2} = k\frac{q^2}{(2L\sin\theta)^2}$$

$$\frac{mg}{2\cos\theta}\cdot\sin\theta = k\frac{q^2}{(2L\sin\theta)^2}$$

$$\frac{mg}{2}\cdot\tan\theta = k\frac{q^2}{(2L\sin\theta)^2}$$

$$q = L\sin\theta\cdot\sqrt{\frac{2mg\cdot\tan\theta}{k}}$$

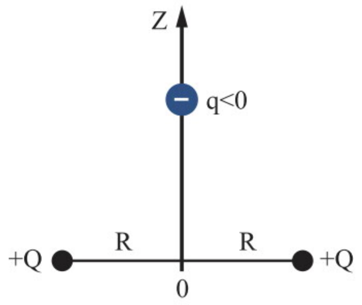
ב. נסמן ב–F את כוח העילוי הפועל על כל בלון.
רכיב המתיחות בציר האנכי על אחד מהבלונים:

$$\sum F_y = 0$$

$$F - T\cos\theta = 0$$

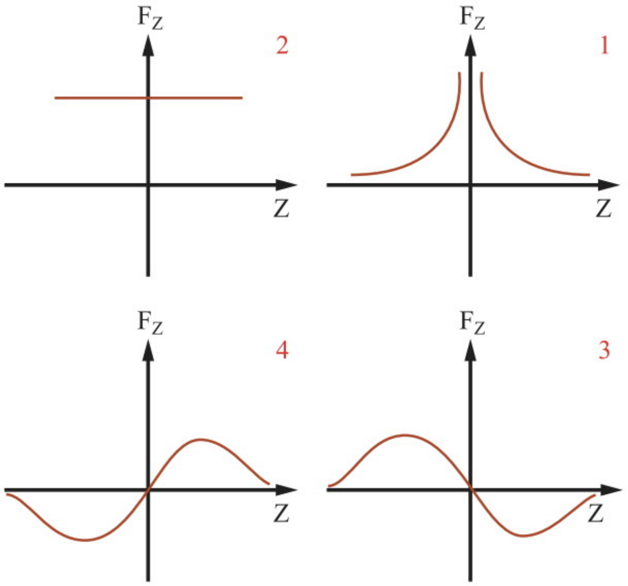
$$F = T\cos\theta = \frac{mg}{2\cos\theta}\cdot\cos\theta = \frac{mg}{2}$$

דוגמה מספר (6)



בתרשים שלפניכם מתוארת מערכת שבה שני חלקיקים טעונים במטענים חיוביים שווים $+Q$ המוחזקים אל משטח אופקי וחלק. ציר z מוגדר כך: ראשיתו נמצאת באמצע המרחק בין המטענים וכיוונו החיובי כלפי מעלה. מרחק כל חלקיק מראשית הצירים הוא R.

מניחים על ציר z חלקיק קטן שמסתו m הטעון במטען **שלילי** $-q$ ממרחק כלשהו מראשית הצירים.



א. ציינו מהו הכיוון של הכוח החשמלי השקול על המטען q בכל הנקודות ששיעורן: [1] $z < 0$ [2] $z > 0$, נמקו.

ב. מהו הכוח השקול הפועל על החלקיק אם הוא מונח באמצע המרחק בין המטענים ($z=0$)? מה משמעות התוצאה?

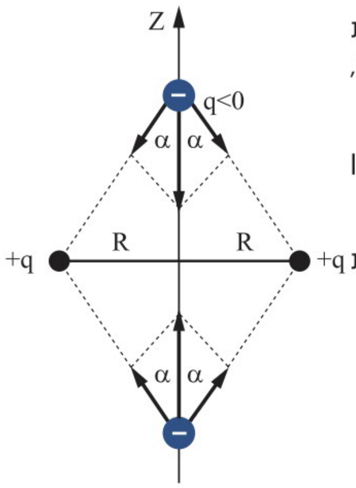
ג. מהו הכוח השקול הפועל על החלקיק אם הוא מונח בנקודה הרחוקה מאוד מאמצע המרחק בין המטענים $z>>R$? מה משמעות התוצאה?

ד. לפניכם ארבעה גרפים (1) – (4).

איזה מבין ארבעת הגרפים יכול לתאר את הכוח החשמלי הפועל על החלקיק לאורך ציר z, כפונקציה של z? נמקו.

ה. (*) הראו כי כאשר $z<<R$ החלקיק יבצע תנועה הרמונית פשוטה.

פתרון דוגמה מספר (6)



א. הכוח החשמלי הפועל על המטען השלילי q:

[1] שני החלקיקים הטעונים שווים בגודל מטענם ובמרחקם מהנקודה, מכאן שעוצמת הכוח החשמלי שווה מצד כל מטען. מאחר שבציר האופקי רכיבי הכוח מתאפסים, הכוח השקול מכוון לכיוון ציר ה־z השלילי.

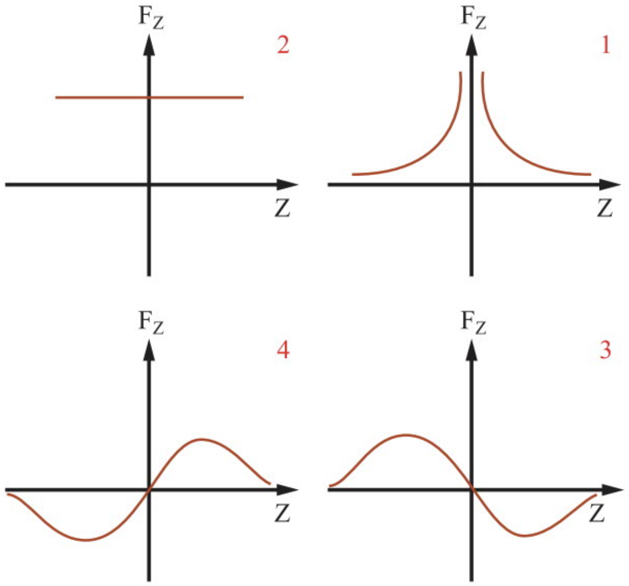
[2] גם במקרה הזה רכיבי הכוח בציר האופקי מתאפסים, אך הכוח השקול מכוון לכיוון ציר ה־z החיובי.

ב. כאשר $z=0$ מתקבל: $F=0$, כלומר זוהי נקודת שיווי המשקל של המערכת. משמעות התוצאה היא שאם נניח חלקיק טעון באמצע המרחק בין המטענים, לא יפעל עליו כוח.

ג. כאשר החלקיק מונח בנקודה הרחוקה מאוד מאמצע המרחק בין המטענים, הכוונה היא ש-z הרבה יותר גדול מהמרחק R, $z>>R$. נציב בביטוי שמצאנו בסעיף הקודם ומכאן, שהכוח השקול הפועל על חלקיק הוא:

$$F_z = -2\cdot k\cdot q\cdot Q\cdot \frac{z}{\left(z^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -2\cdot k\cdot q\cdot Q\cdot \frac{z}{z^{2(\frac{3}{2})}} = -2\cdot \frac{k\cdot q\cdot Q}{z^2}$$

קיבלנו ביטוי המזכיר את חוק קולון לשני מטענים נקודתיים. המשמעות היא שבמרחק רב מהמטענים נוכל להתייחס אליהם כאל מטען נקודתי ה"מרוכז" במרכז מערכת הצירים.



ד. מבין ארבעת הגרפים, הגרף היחיד שיכול לתאר את הכוח החשמלי הפועל על החלקיק לאורך ציר z, כפונקציה של z, הוא גרף 3. בגרף זה הכוח מתאפס כשהחלקיק באמצע המרחק בין המטענים, וגם מתקיים: $F_z<0$ עבור $z>0$ ו-$F_z>0$ עבור $z<0$ (החלקיק נושא מטען שלילי).

ה. (*) כאשר $z<<R$,

הביטוי : $-2k\cdot q\cdot Q\frac{z}{\left(z^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

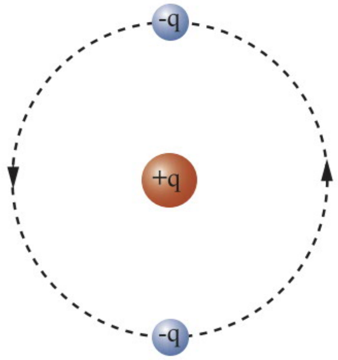
שווה ל:

$$F_z = -2\cdot k\cdot q\cdot Q\cdot \frac{z}{\left(R^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -2\cdot \frac{k\cdot q\cdot Q}{R^3}\cdot z = -C\cdot z$$

כאשר C מסמל גודל קבוע.

קיבלנו כי הכוח הוא מחזיר ונמצא ביחס ישר ביחס ישר להעתק החלקיק מנקודת שיווי המשקל, ולכן זוהי תנועה הרמונית פשוטה.

דוגמה מספר (7)



שני חלקיקים נקודתיים, בעלי מסה m ומטען $q<0$ כל אחד, מבצעים תנועה מעגלית שרדיוסה R סביב חלקיק שמטענו $q>0$, כך שהמרחק ביניהם נותר קבוע.
נתונים: m, q, R, k.

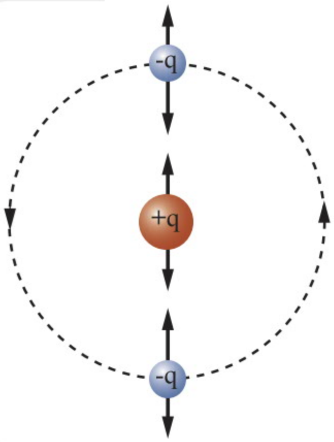
א. מהו הכוח החשמלי השקול (גודל וכיוון) הפועל על כל אחד משני החלקיקים המסתובבים?

ב. מה הכוח החשמלי השקול הפועל על המטען $+q$?

ג. מהי מהירות החלקיקים המסתובבים?

ד. מהי האנרגיה הקינטית של שני החלקיקים המסתובבים?

פתרון דוגמה מספר (7)



א. מאחר שהחלקיקים נעים בתנועה מעגלית, הכוח מכוון לעבר מרכז המעגל, ולכן הכוח החשמלי ביניהם מהווה את הכוח הרדיאלי בתנועה זו:

$$\sum F_R = \frac{\mathrm{k}qq}{r^2} - \frac{\mathrm{k}qq}{(2r)^2} = \frac{3\mathrm{k}q^2}{4r^2}$$

ב. הכוח החשמלי השקול על q+ שווה לאפס (משיכה שווה משני המטענים).

ג. על פי החוק השני של ניוטון, בתנועה מעגלית:

$$\sum F_R = ma_R$$

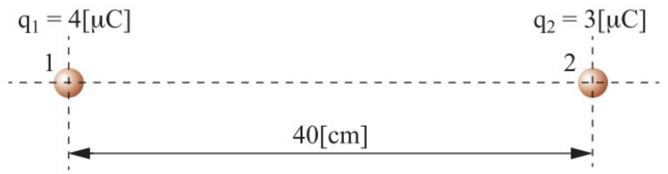
$$\frac{3\mathrm{k}q^2}{4r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4}\frac{\mathrm{k}q^2}{mr}}$$

ד.

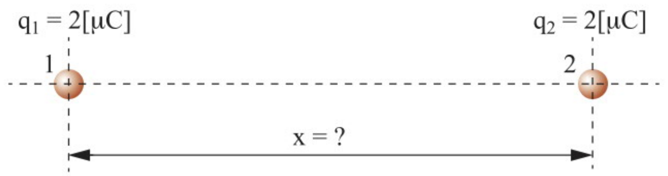
$$E_k = 2\cdot\frac{mv^2}{2} = 2\cdot\frac{m\cdot\frac{3}{4}\frac{\mathrm{k}q^2}{mr}}{2} = \frac{3}{4}\frac{\mathrm{k}q^2}{r}$$

תרגילים

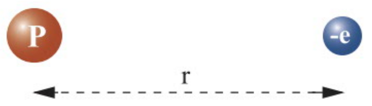
1. שני מטענים נקודתיים, האחד של $4[\mu C]$ והשני של $3[\mu C]$, נמצאים במרחק 40 ס"מ זה מזה. מהו גודל כוח הדחייה החשמלי הפועל ביניהם?



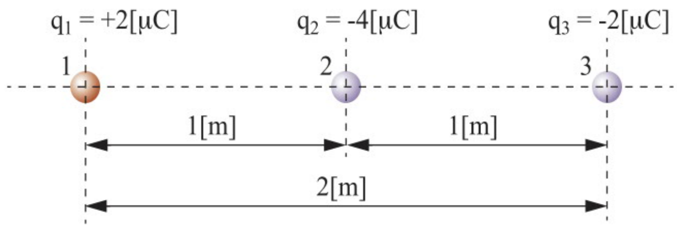
2. מה המרחק בין שני כדורים זעירים הטעונים במטען זהה של $2\cdot10^{-6}[C]$ כל אחד, אם ידוע שהם מפעילים זה על זה כוח דחייה של $5.625\cdot10^{-2}[N]$?



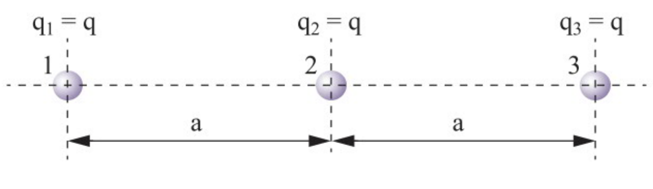
3. חשבו את היחס בין הכוח החשמלי לבין כוח הכבידה שמפעילים פרוטון ואלקטרון זה על זה.



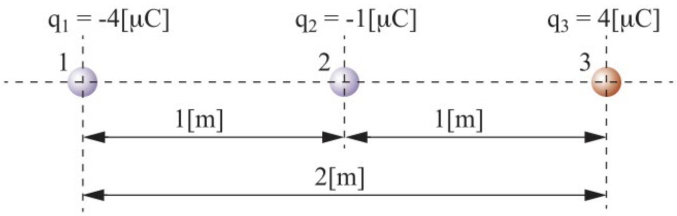
4. על ישר נמצאים שלושה מטענים כמתואר באיור.
חשבו את הכוח החשמלי השקול הפועל על כל מטען וציין את כיוונו.



5. על קו ישר מונחים שלושה מטענים זהים $q_1=q_2=q_3=q$ במרחקים שווים a זה מזה.
מהו הכוח שפועל על כל מטען?



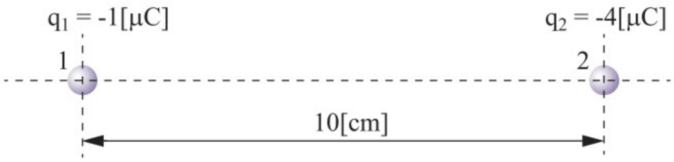
6. שני מטענים נקודתיים של $q_1= -4[\mu C]$ ו- $q_3=4[\mu C]$ נמצאים במרחק של 2 מטרים זה מזה.



א. מהו הכוח השקול שיפעל על מטען שלישי של $q_2= -1[\mu C]$, הנמצא במרחק של 1 מטר מכל אחד מהמטענים?

ב. מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) הפועל על: [1] המטען הימני? [2] המטען השמאלי?

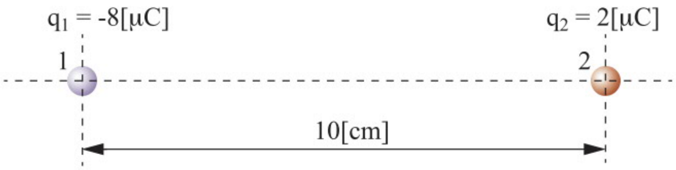
7. שני מטענים נקודתיים $q_1 = -1\cdot 10^{-6}[C],\ q_2 = -4\cdot 10^{-6}[C]$ נמצאים במרחק 10 ס"מ זה מזה.



א. מהו הכוח השקול, שיפעל על מטען שלישי $q_3 = 1\cdot 10^{-6}[C]$ אם יימצא בחצי המרחק בין שני המטענים?

ב. באיזו נקודה יש למקם את המטען q_3 על מנת שהכוח השקול שיפעל עליו יתאפס?

8. שני מטענים נקודתיים: $q_2 = 2\cdot 10^{-6}[C]$, $q_1 = -8\cdot 10^{-6}[C]$ נמצאים במרחק 10 ס"מ זה מזה.

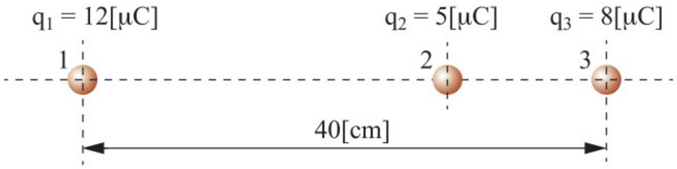


א. מהו הכוח השקול שיפעל על מטען שלישי $q_3=1\cdot 10^{-6}[C]$, אם יימצא בחצי המרחק בין שני המטענים?

ב. באיזו נקודה יש לשים את המטען q_3 כדי שהכוח השקול שיפעל עליו יתאפס?

ג. במצב המתואר בסעיף הקודם, מהו הכוח השקול הפועל על כל אחד מהמטענים q_1 ו-q_2?

9. שני מטענים נקודתיים של $q_1=12[\mu C]$ ו- $q_3=8[\mu C]$ נמצאים במרחק של 40 ס"מ זה מזה.



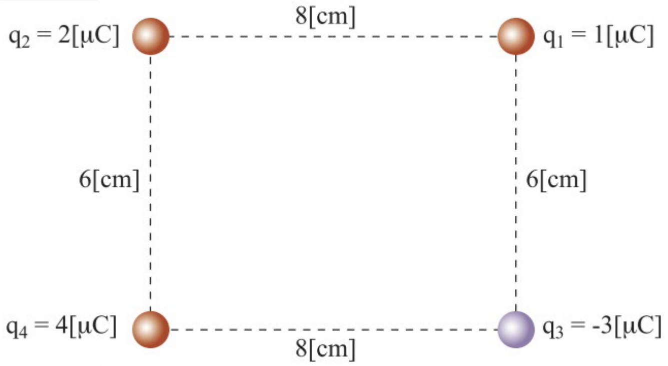
א. היכן לאורך הקו המחבר ביניהם יש להניח מטען של $q_2=5[\mu C]$, כדי שהוא יישאר במקום?

ב. כיצד תשתנה תשובתכם אם המטען הוא של $-5[\mu C]$?

ג. כיצד תשתנה תשובתכם אם המטען הוא של $4[\mu C]$?

ד. מהי המסקנה מתשובותיכם לסעיפים הקודמים?

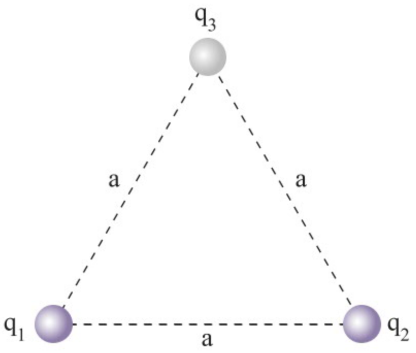
10. בארבעת קודקודיו של מלבן מצויים מטענים חשמליים. חשבו את הכוח החשמלי המופעל על מטען q_2.



11. שלושה מטענים זהים נמצאים על הקודקודים של משולש שווה צלעות שאורך צלעו a. ערכי המטענים הם: $q_1=q_2=q_3=q$.

א. מצאו את הכוח השקול (גודל וכיוון) הפועל על המטען q_3.

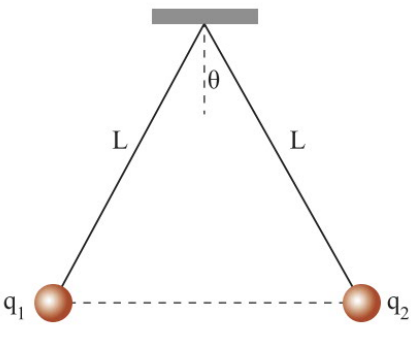
ב. היכן יש להציב מטען נוסף q, כך שהכוח השקול על q_3 יהיה שווה אפס?



12. שני חלקיקים בעלי מסה m כל אחד, תלויים על שני חוטים דקים וחסרי מסה בעלי אורך L. טוענים את החלקיקים במטענים חיוביים q_1, q_2. כתוצאה מהדחייה ההדדית פורשים החוטים ויוצרים זוויות שוות θ ביחס לאנך, כמתואר בתרשים. יש להתחשב בכוח הכובד. נתונים: g, q_2, q_1 , L, m.

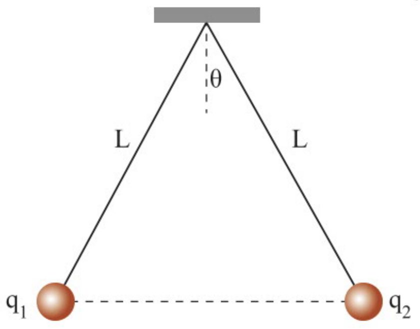
א. הסבירו מדוע זוויות הפרישה שוות, למרות המטענים השונים.

ב. רשמו משוואות המאפשרות לחשב את זווית הפרישה θ (אין צורך לפתור אותן).



13. שני כדורי מתכת קטנים זהים תלויים באמצעות שני חוטים מבודדים. מסת כל כדור היא m ואורך החוטים $L=0.8[m]$. כאשר החוטים יוצרים זווית $\theta=8°$ עם האנך, המטענים נמצאים בשיווי משקל. נתון כי: $q_1=q_2=5\cdot10^{-7}[C]$.

מהי המסה m של כל אחד מהכדורים?

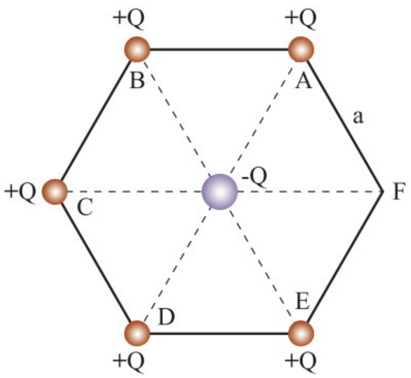


14. בכל אחד מחמשת הקודקודים D, C, B, A ו-E של משושה משוכלל שאורך צלעו a, נמצא מטען נקודתי חיובי +Q, בקודקוד F אין מטען. במרכז הסימטריה O של המשושה נמצא מטען שלילי -Q.

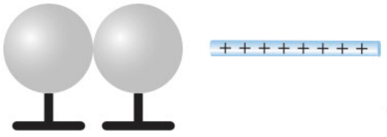
בטאו את תשובותיכם לשאלות באמצעות נתוני השאלה.

א. מהו הכוח החשמלי השקול (גודל וכיוון) הפועל על המטען -Q הנמצא במרכז הסימטריה O של המשושה?

ב. מציבים מטען נוסף +2Q בקודקוד F של המשושה. האם ישתנה גודלו של הכוח החשמלי השקול הפועל על המטען -Q הנמצא במרכז הסימטריה O של המשושה? נמקו.



15. שני כדורים מוליכים ניטרליים זהים נמצאים במגע זה עם זה. לצורך טעינתם על ידי השראה, מקרבים אליהם מוט זכוכית הטעון במטען חיובי.



א. העתיקו את התרשים וסמנו עליו את התפלגות המטענים על כל אחד מהכדורים.

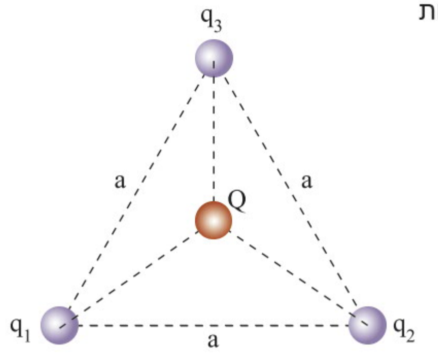
ב. האם המוט מפעיל כוח חשמלי על הכדור? נמקו.

ג. מרחיקים את הכדור השמאלי מהכדור הימני. האם הכוח החשמלי הפועל בין הכדור הימני למוט גדל, קטן או לא משתנה בעקבות הרחקת הכדור השמאלי?

ד. לאחר סילוק המוט, סמנו את התפלגות המטענים על כל אחד מהכדורים.

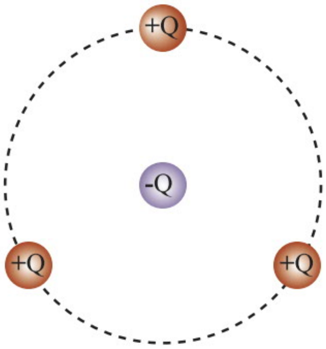
16. שלושה מטענים שליליים שגודלם q נמצאים בקודקודיו של משולש שווה צלעות בעל צלע a, ומטען Q חיובי במרכז המשולש.

מה צריך להיות ערכו של Q כדי שהכוח על כל אחד מהמטענים יהיה אפס?



17. שלושה חלקיקים קטנים, שמסת כל אחד מהם M ומטען כל אחד מהם $+Q$, נמצאים במרחקים שווים זה מזה.

כל אחד מהחלקיקים מבצע תנועה מעגלית שרדיוסה R סביב חלקיק רביעי שמטענו $-Q$, כמתואר בתרשים.



נתונים: M, Q, R, k.

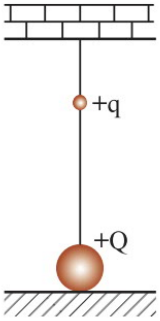
א. מהו גודל הכוח החשמלי השקול הפועל על כל אחד משלושת החלקיקים?

ב. מהו גודל הכוח החשמלי השקול הפועל על החלקיק הרביעי שמטענו $-Q$?

ג. מהי מהירותם המשיקית של החלקיקים המבצעים תנועה מעגלית?

18. חרוז קטן שמסתו m ומטענו $+q$ מושחל על חוט העשוי מחומר מבדד שאורכו r. החוט קשור מצדו האחד לקרקע ומצדו השני לתקרה. ניתן להזניח את החיכוך בין החוט והחרוז.

אל קצהו התחתון של החוט מחובר באופן קבוע כדור קטן שמטענו $+Q$, כמתואר בתרשים.



נתונים: q, Q, m, g, r.

א. מהו המרחק d בין החרוז לבין המטען התחתון Q במצב שבו החרוז נמצא בשיווי משקל?

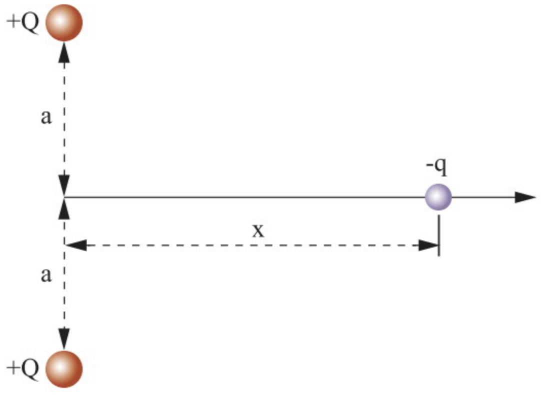
ב. מרחיקים את החרוז ממצב שיווי המשקל שלו בשיעור x (כך שהמרחק בין המטענים הוא $d+x$). מהו הכוח השקול הפועל על החרוז כפונקציה של תזוזת החרוז מנקודת שיווי המשקל (נש"מ) x?

ג. מצאו ביטוי מקורב עבור הכוח שחושב בסעיף ב, בהנחה שהתזוזה מהנש"מ קטנה יחסית ל-d. איזו תנועה יבצע החרוז אם ישוחרר ממנוחה בסמוך מאוד לנש"מ?

19. שני חלקיקים טעונים במטענים חיוביים שווים $+Q$ **צמודים** למשטח אופקי וחלק, כמתואר בתרשים.

מרחק כל חלקיק מראשית הצירים הוא a.

משחררים ממנוחה חלקיק קטן הטעון במטען שלילי $-q$ ממרחק x מראשית הצירים. מסת החלקיק m.



א. מהו הכוח השקול הפועל על החלקיק הנע על המשטח, כאשר הוא נמצא במרחק x כלשהו מראשית הצירים?

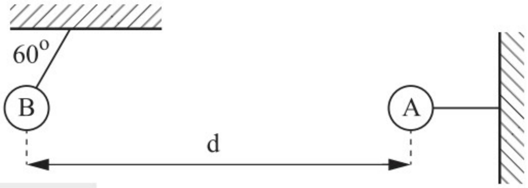
ב. איזו תנועה מבצע החלקיק?

ג. הראו כי כאשר $x<<a$ החלקיק יבצע תנועה הרמונית פשוטה. מהו זמן המחזור של תנועה זו עבור $x<<a$?

20. שני כדורים מוליכים A ו-B הנמצאים במנוחה, טעונים במטענים חשמליים שווים זה לזה.

כדור A מוחזק באמצעות מוט אופקי מבדד.

כדור B תלוי בקצה חוט מבדד שקצהו האחר קשור לתקרה.

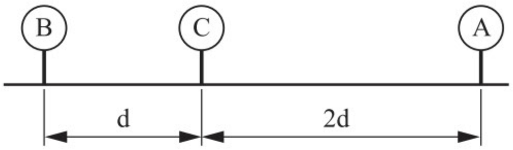


מרכזי הכדורים נמצאים באותו גובה. כאשר שני הכדורים במצב מנוחה, מרכזיהם נמצאים במרחק d =0.8[m] זה מזה. מסת הכדור B היא 20[gr], והחוט שהוא תלוי עליו יוצר זווית של 60° עם התקרה.

א. סרטטו את תרשים הכוחות הפועלים על כדור B. ציינו מי מפעיל את כל אחד מהכוחות.

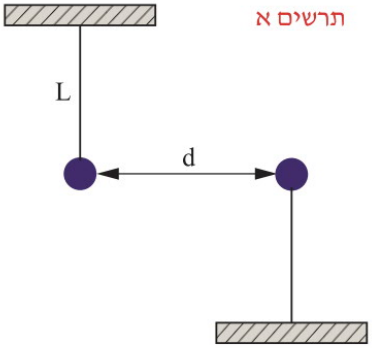
ב. חשבו את המטען של כל כדור.

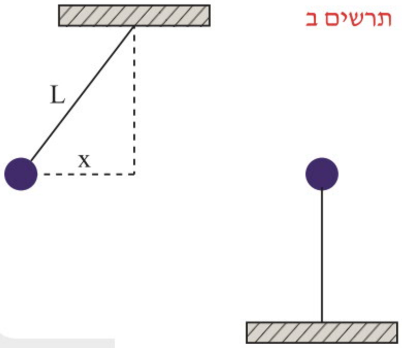
ג. עתה הכדורים טעונים במטענים חיוביים, כך שהמטען של כדור A גדול פי 4 מהמטען של כדור B, ובנוסף ישנו כדור C הטעון במטען חיובי. הכדורים מוחזקים באמצעות מוטות מבדדים, ומרכזי שלושת הכדורים נמצאים לאורך קו ישר, כמתואר בתרשים.



האם שקול הכוחות החשמליים שהכדורים A ו-B מפעילים על כדור C שווה לאפס? נמקו.

21. תלמיד הכין מערכת למדידת מטענים חשמליים. הוא לקח שני כדורים מוליכים קטנים זהים. את האחד הוא תלה בקצה חוט שאורכו L, ואת השני הצמיד לקצה של מוט. הוא התקין את המערכת כך ששני הכדורים היו באותו גובה ובמרחק d זה מזה (ראו תרשים א). החוט והמוט עשויים מחומר מבדד.





התלמיד טען את שני הכדורים באותו מטען q, וכתוצאה מכך סטה הכדור התלוי בשיעור x (ראו תרשים ב).

התלמיד שינה את d כמה פעמים, ובכל פעם מדד את x. להלן תוצאות מדידותיו:

d[m]	x[m]	r=d+x	$\frac{1}{r^2}$
1.24	0.04		
0.94	0.06		
0.7	0.1		
0.48	0.16		
0.28	0.24		

א. העתיקו את הטבלה והשלימו אותה. סרטטו גרף של x כפונקציה של $\frac{1}{r^2}$.

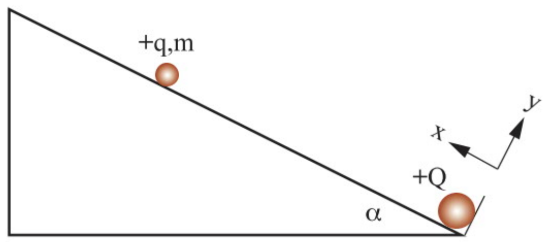
ב. בטאו באמצעות m, g, x, L את גודל כוח הדחייה החשמלי F הפועל בין שני הכדורים כאשר x<<L.

ג. הראו כי קיים יחס ישר בין x ל- $\frac{1}{r^2}$. הסתמכו על חוק קולון ועל סעיף ב.

ד. חשבו את המטען q בהסתמך על הגרף שסרטטתם, אם נתון כי: L= 0.8[m] ; m=20[gr].

22. כדור קטן שמסתו m ומטענו q+ נמצא במנוחה על מישור משופע חלק הנטוי בזווית α.

בקצהו התחתון של המישור המשופע מחובר באופן קבוע כדור קטן אחר שמטענו Q+. נתונים: α ,g ,m ,Q ,q.



א. ערכו תרשים כוחות הפועלים על הכדור q+ שנמצא על המישור המשופע.

ב. מהו המרחק r בין שני המטענים במצב שבו הכדור נמצא בשיווי משקל?

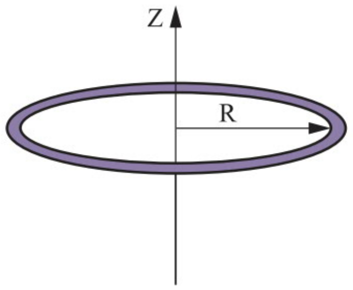
ג. מרחיקים את הכדור ממצב שיווי המשקל שלו בשיעור x (כך שהמרחק בין המטענים הוא r+x).

הראו כי הכוח השקול הפועל על הכדור כפונקציה של x נתון בביטוי: $\sum F = -\mathrm{k}\dfrac{Qq[x(2r+x)]}{r^2(r+x)^2}$

ד. מצאו ביטוי מקורב עבור הכוח השקול שחושב בסעיף ג, בהנחה שהתזוזה x קטנה יחסית ל-r (x<<r), ותארו את תנועת הכדור אם הוא ישוחרר ממנוחה בסמוך מאוד לנקודת שיווי המשקל.

23. בתרשים שלפניכם מתוארת טבעת מעגלית דקה שרדיוסה R, והיא טעונה באופן אחיד במטען חיובי Q+. ציר z מוגדר כך: ראשיתו נמצאת במרכז הטבעת המעגלית, הוא מאונך למישור הטבעת, וכיוונו החיובי כלפי מעלה.

מניחים מטען נקודתי q- על ציר z במרחק כלשהו ממרכז הטבעת.



א. מהו הכיוון של הכוח החשמלי השקול על המטען q- בכל הנקודות ששיעורן $z > 0$? נמקו.

ב. מהו הכיוון של הכוח החשמלי השקול על המטען q- בכל הנקודות ששיעורן $z < 0$? נמקו.

ג. מהו הכוח השקול הפועל על החלקיק כפונקציה של המרחק z ממרכז הטבעת?

ד. מהו הכוח השקול הפועל על החלקיק אם הוא מונח במרכז הטבעת (z=0)? מה משמעות התוצאה?

ה. מהו הכוח השקול הפועל על החלקיק אם הוא מונח בנקודה הרחוקה מאוד מן הטבעת (ב"אין-סוף")? מה משמעות התוצאה?

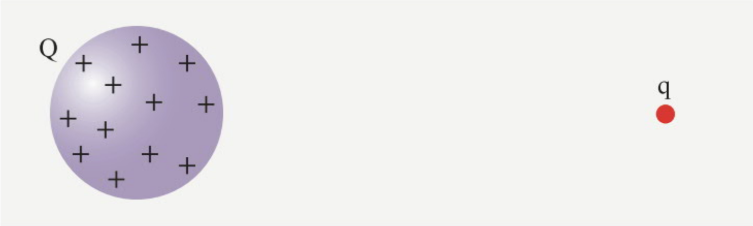
ו. (*) באיזה מרחק ממרכז הטבעת, הכוח הפועל על החלקיק מקסימלי?

2 השדה החשמלי

רקע תיאורטי

קשיים בשימוש בחוק קולון

מבחינה תיאורטית, חוק קולון ועקרון הסופרפוזיציה של הכוחות החשמליים מאפשרים לחשב את השקול הווקטורי של הכוחות שמפעיל **מערך של מטענים חשמליים** בודדים על מטען נקודתי אחר כלשהו. בשיטה זו, בכל פעם שנחליף את המטען הנקודתי ונרצה לחשב את שקול הכוחות הפועלים עליו, נצטרך לחזור על כל החישוב מחדש, מה שמסבך מאוד את התהליך ואינו יעיל.



עוד קושי בשימוש בחוק קולון מתגלה כאשר נרצה לחשב את הכוח שמפעיל מטען רציף, הנמצא על **גוף לא נקודתי**, על מטען נקודתי כלשהו. במקרה כזה **אי אפשר להשתמש בחוק קולון ישירות**, מכיוון שלצורך החישוב נצטרך להתייחס למטען הרציף כאוסף של אינסוף מטענים נקודתיים.

כדי לאפשר חישובים יעילים במקרים כאלה ואחרים, נכיר ונשתמש במושג חשוב ביותר – **השדה החשמלי**.

מהו שדה חשמלי?

כדי להסביר איך מתקיימת אינטראקציה חשמלית בין גופים רחוקים זה מזה ללא מתווך, הציע הפיזיקאי האנגלי **מייקל פרדיי** (Faraday) להשתמש במושג **שדה חשמלי**.

ברגע שמניחים מטען חשמלי בנקודה כלשהי במרחב, **התכונות של המרחב סביבו משתנות**. שינוי זה מתבטא בכך שאם נניח מטען בנקודה אחרת כלשהי במרחב, יפעל עליו כוח חשמלי. **מרחב השפעה** זה סביב המטען החשמלי נקרא **שדה חשמלי**.

מתברר שמושג השדה מאפשר לענות על הבעיות המורכבות שהזכרנו קודם, וגם ממלא תפקיד חשוב ביותר בהבנת האלקטרומגנטיות.

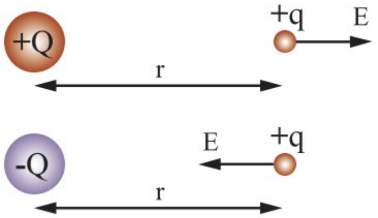
עוצמת השדה החשמלי וכיוונו

עוצמת השדה החשמלי בנקודה כלשהי מוגדרת כ**כוח הפועל על יחידת מטען חיובי** המצויה בנקודה זו, והיא מחושבת כך: $\left|E\right| = \frac{\left|F_E\right|}{q}$, כאשר q הוא מטען נקודתי **חיובי** ו־F_E הוא הכוח החשמלי הפועל על מטען זה.

כדי למדוד עוצמה של שדה חשמלי משתמשים ב**מטען בוחן**, שהוא מטען נקודתי קטן מספיק, כך שהכנסתו לתוך השדה לא תגרום לשינוי חלוקת המטען יוצר השדה ו/או מקומו (כלומר, ליצירת קיטוב חשמלי או להגדלתו).

מכיוון ש**הכוח החשמלי** הוא **גודל וקטורי**, ומטען חשמלי הוא סקלר, הרי שגם **השדה החשמלי הוא וקטור**, שכיוונו בנקודה כלשהי הוא **ככיוון הכוח החשמלי, הפועל על מטען בוחן חיובי** $+q$ **המונח באותה נקודה**.

באיור מתוארים כיווני השדה החשמלי במרחק r ממטען נקודתי חיובי $+Q$ וממטען נקודתי שלילי $-Q$.



עקרון הסופרפוזיציה, שבו השתמשנו לחישוב של כוח שקול, תקף כמובן גם לשדות חשמליים, כלומר: $\mathrm{E}=\sum_{i=1}^{n} E_i$

יחידת המידה של השדה החשמלי היא: $[\mathrm{E}]=\frac{[\mathrm{F_E}]}{[\mathrm{q}]}=\frac{N}{C}$

השדה החשמלי סביב מטען נקודתי

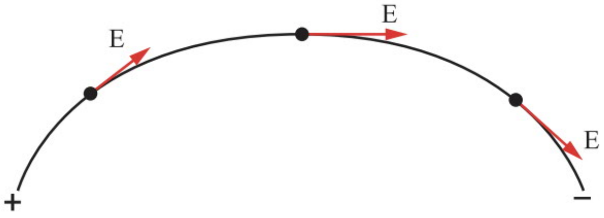
נתחיל את דיוננו בשדה החשמלי הפשוט ביותר, שנוצר על ידי מטען בודד Q. לפי חוק קולון, גודל הכוח הפועל על מטען בוחן חיובי $+q$ שנמצא במרחק r מהמטען $+Q$, נתון על ידי: $F=k\frac{Qq}{r^2}$.

נחלק ב־q את המונה ואת המכנה ונקבל: $\mathrm{E}=\frac{\mathrm{F}}{q}=\frac{k\frac{Qq}{r^2}}{q}$.

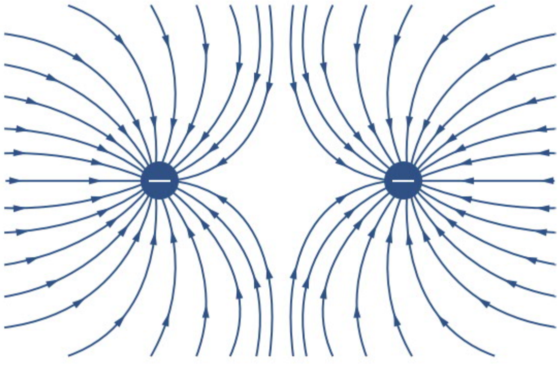
לכן על פי ההגדרה, עוצמת השדה החשמלי הנוצר על ידי המטען Q במרחק r ממנו היא: $\mathrm{E}=k\frac{Q}{r^2}$.

קווי שדה

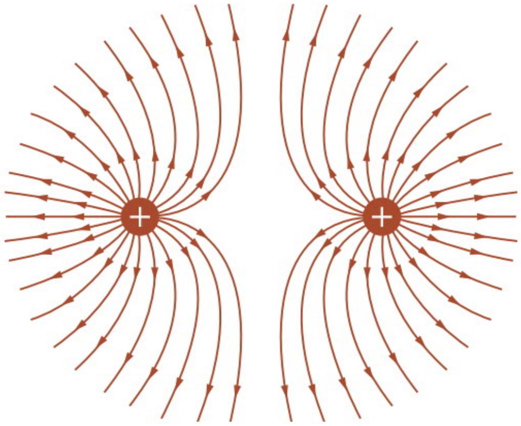
כדי לבטא באופן חזותי את השדה החשמלי בנקודות שונות במרחב, פרדיי הציע להשתמש ב"**קווי שדה**". קווים דמיוניים אלה הם קווים **שהמשיק בכל נקודה עליהם מצביע לכיוון השדה**.



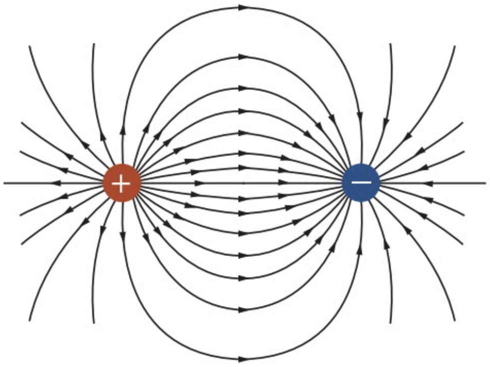
באיורים הבאים מתוארים קווי שדה חשמליים במערכים שונים של שני מטענים חשמליים שווים בגודלם.

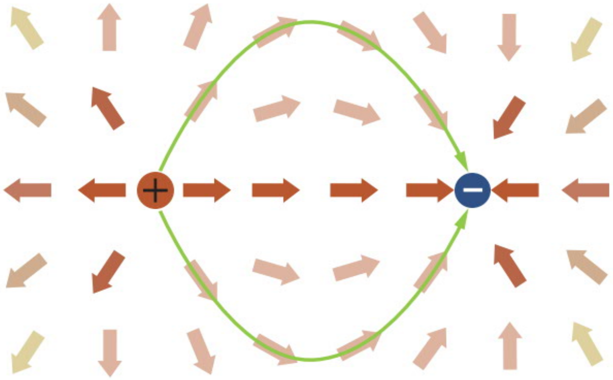


תרשים א: קווי שדה סביב זוג מטענים שליליים.



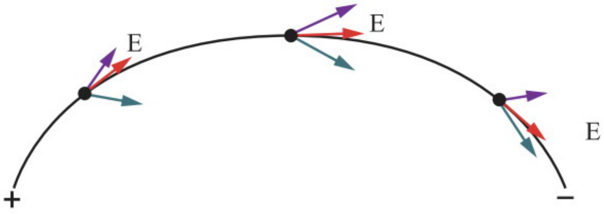
תרשים ב: קווי שדה סביב זוג מטענים חיוביים.





תרשים ג: קווי שדה סביב זוג מטענים שסימנם מנוגד (הקו הירוק בתרשים הימני ממחיש את אחד מקווי השדה).

נבחן את אחד מקווי השדה השייך למערך של שני מטעני חשמל שווים ומנוגדים, המתואר באיור הבא. השדה החשמלי נוצר מ**סופרפוזיציה** של השדות החשמליים של שני מטעני חשמל שווים ומנוגדים. הצבע **הסגול** מתאר את כיוון השדה שנוצר על ידי המטען **החיובי**, ואילו הצבע **הירוק** מתאר את כיוון השדה שנוצר על ידי המטען **השלילי**. הווקטורים בצבע האדום מצביעים על כיוון השדה החשמלי **השקול**, שהוא **בכיוון המשיק בכל נקודה של השדה**.



מאפייני קווי שדה

מעיון בקווי שדה באיורים הקודמים, ניתן ללמוד על המאפיינים שלהם:

- קווי השדה נותנים מידע על **כיוון השדה החשמלי בכל נקודה**.
- קווי שדה תמיד **מתחילים במטען חיובי** (או באינסוף) **ומסתיימים במטען שלילי** (או באינסוף), **כלומר אינם סגורים**.
- קווי שדה **אינם חותכים** זה את זה.
- קווי השדה (הדמיוניים) **ממלאים את כל המרחב**.

צפיפות קווי שדה ועוצמת השדה

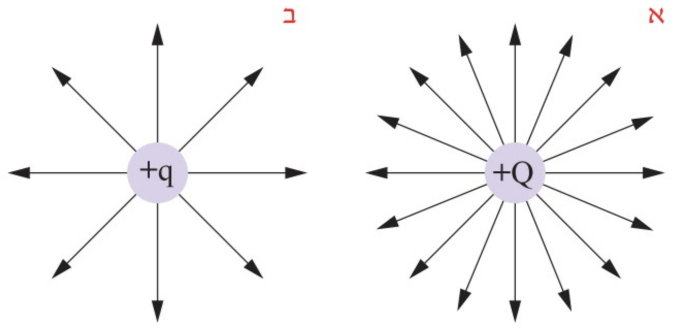
באופן תיאורטי היינו אמורים לצייר קווי שדה דרך כל **הנקודות במרחב** סביב המטען הבודד או סביב מערכת של מטענים, אולם אז לא היינו יכולים להבחין בין הקווים. לכן נוהגים להסתפק במספר קטן של קווים, כך **שצפיפותם באזור מסוים היא ביחס ישר לגודל המטען יוצר השדה**. התוצאה היא שקווי השדה נותנים מידע גם על **עוצמת השדה**.

נגדיר את **צפיפות קווי השדה** כמספר קווי השדה ה"בוקעים" דרך יחידת שטח $\frac{N}{A}$.

התרשימים א ו–ב מתארים את קווי השדה סביב שני מטענים חיוביים נפרדים ורחוקים זה מזה, כשנתון שהמטען Q גדול מהמטען q.

הצפיפות הגדולה יותר סביב Q בתרשים א מעידה שהשדה במרחב סביבו חזק יותר מהשדה סביב q.

נבחן כעת את עוצמת השדה ואת צפיפות קווי השדה במקרים שונים.



סביב מטען נקודתי

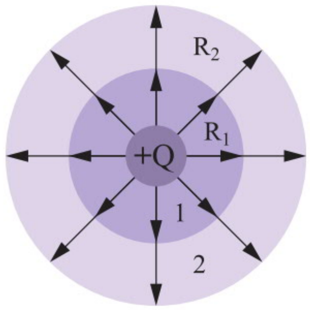
בתרשים הבא מתוארים קווי השדה של מטען חיובי Q, ולכן כיוון השדה הוא **רדיאלי החוצה**. מהמטען $+Q$ בוקעים N קווים כלפי חוץ.

צפיפות קווי השדה על פני מעטפת כדורית שרדיוסה r היא: $\frac{N}{4\pi r^2}$.

מכאן שצפיפות קווי השדה משתנה ביחס של $\frac{1}{r^2}$, בדומה להשתנות עוצמת השדה סביב מטען נקודתי, כפי שראינו קודם.

כלומר, צפיפות הקווים באזור המסומן ב–1 גדולה מהצפיפות באזור המסומן ב–2.

הקשר בין **עוצמת השדה החשמלי** לבין **צפיפות קווי השדה** במקרה של מטען נקודתי, מאפשר להסיק מסקנות כלליות ללא שימוש בכלים מתמטיים מורכבים, כפי שנראה בדוגמאות הבאות.

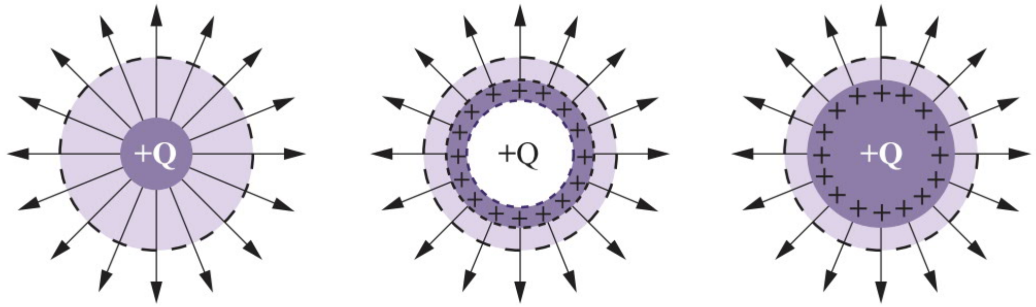


מחוץ לכדור או לקליפה כדורית שהם מוליכי חשמל וטעונים

נניח קיומם של שלושה אובייקטים שונים:

1. כדור מוליך טעון במטען Q המפוזר על פניו באופן אחיד.
2. קליפה כדורית חלולה טעונה במטען Q המפוזר על פניה באופן אחיד.
3. מטען נקודתי Q.

בכל אחד מהמקרים נקיף את האובייקט הטעון במעטפת כדורית בעלת רדיוס r ונבחן את קווי השדה הבוקעים דרכה. קל לראות כי בשלושת המקרים נקבל **צפיפות זהה** של קווי שדה, מכיוון שהשדה נוצר על ידי כמות מטען שווה. מכאן שגם **עוצמת השדה** שווה.



כדור מוליך טעון במטען Q+ המפוזר על פניו באופן אחיד | קליפה כדורית טעונה במטען Q+ המפוזר על פניה באופן אחיד | מטען נקודתי Q+

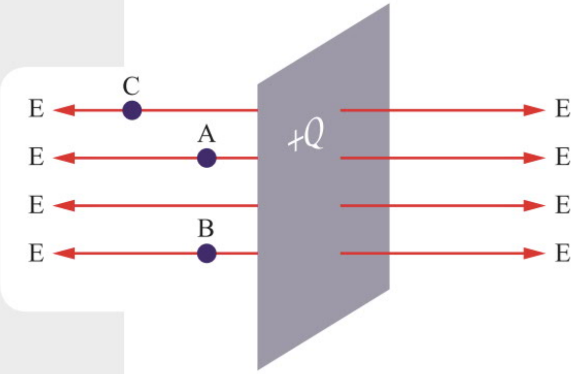
מסקנה: בהינתן קליפה כדורית מוליכה או כדור מוליך טעונים, שהמטען מפוזר על פניהם באופן אחיד, השדה החשמלי שנוצר בנקודות שונות מחוץ לקליפה או לכדור יהיה זהה לשדה שהיה נוצר בנקודות אלו אילו כל המטען היה מרוכז בנקודה במרכז הקליפה או הכדור.

בתוך כדור או בתוך קליפה כדורית שהם מוליכי חשמל וטעונים באופן אחיד

משיקולי סימטריה, ניתן להסיק כי **במרכז הקליפה** או **במרכז הכדור** השדה הוא אפס, כתוצאה מקיזוז ההשפעות של אזורים נגדיים. בכל נקודה אחרת בתוך הכדור או הקליפה, השדה הוא רדיאלי. לא ייתכן שיהיה לו רכיב משיקי, מכיוון שכל הכיוונים שקולים ואין העדפה לכיוון מסוים (אם בכלל יש שדה). קווי השדה הרדיאליים צפופים ככל שנתקרב למרכז. לכן במרכז יש עוצמה מקסימלית, ועוצמה זו צריכה להיות כאמור אפס!

מסקנה: בתוך קליפה כדורית מוליכה טעונה או בתוך כדור מוליך טעון, השדה החשמלי שווה אפס.

משני צידיו של לוח אינסופי טעון



בעזרת שיקולי סימטריה, נמצא כעת את השדה של לוח אינסופי טעון במטען $+Q$, המפוזר עליו בצורה אחידה, כלומר צפיפות המטען $\sigma = \frac{Q}{A}$ (כמות המטען ליחידת שטח) על פניו קבועה.

בנקודה A כלשהי מחוץ ללוח, השדה חייב להיות ניצב ללוח (מטעמי סימטריה, כאשר מדובר בלוח אינסופי ואחיד לא יכול להיות לו רכיב מקביל לכיוון הלוח).

עוצמת השדה בנקודה B, שנמצאת באותו מרחק מהלוח כמו A, תהיה שווה לזו שבנקודה A. השדה בנקודה C כלשהי שווה גם כן. קווי השדה מקבילים (לא רדיאליים) ולכן צפיפותם שווה וקבועה בכל מקום, ולפיכך עוצמת השדה קבועה.

מסקנה: השדה החשמלי של לוח אינסופי טעון בצפיפות מטען אחידה הוא **שדה אחיד**. כלומר, הוא אינו משתנה ממקום למקום כשנעים בו בכיוון מקביל ללוח או בניצב ללוח.

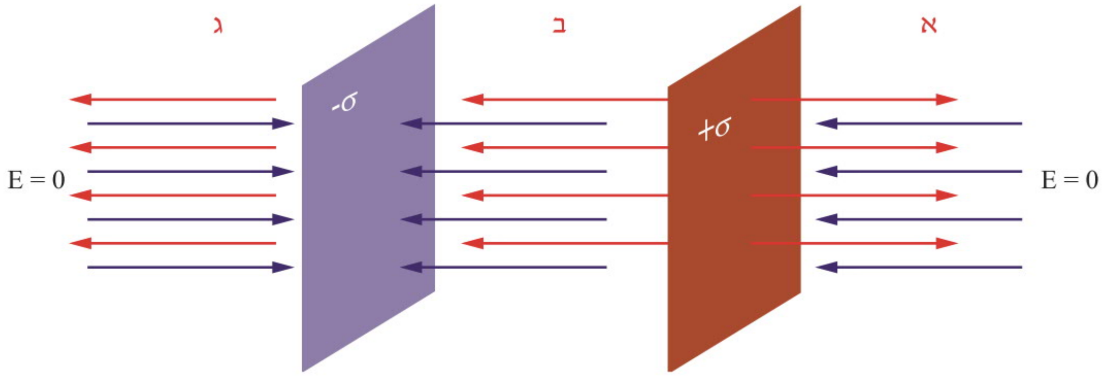
שני לוחות אינסופיים מקבילים

שני לוחות אינסופיים מקבילים טעונים, האחד בצפיפות מטען אחידה $+\sigma$ והשני בצפיפות מטען אחידה $-\sigma$.

המרחק בין הלוחות הוא d. הלוחות מחלקים את המרחב כולו לשלושה אזורים, כפי שמתואר באיור (א, ב, ג).

בין הלוחות (אזור ב) השדות **מתחברים** ונוצר **שדה אחיד** שכיוונו מהלוח החיובי אל הלוח השלילי.

מחוץ ללוחות (אזורים א, ג) השדות מבטלים זה את זה, והשדה השקול שווה **לאפס**.



סיכום

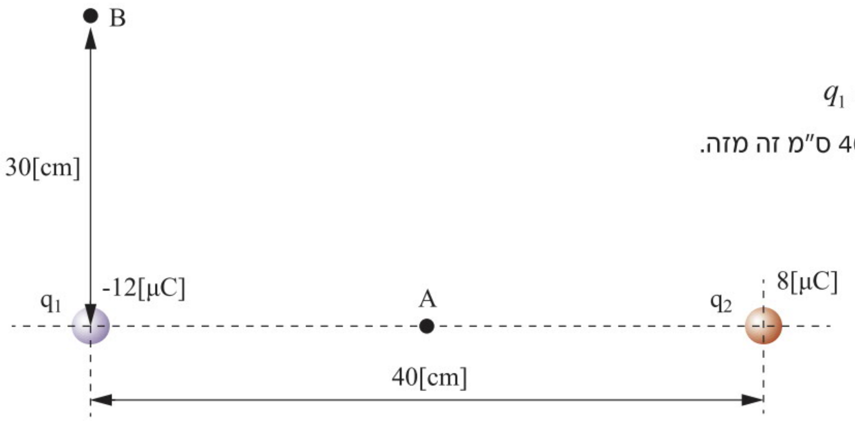
1. **"שדה חשמלי"** סביב מטען חשמלי מתאפיין בכך שכאשר מניחים באחת מנקודותיו מטען חשמלי, יפעל עליו כוח חשמלי.
2. **עוצמת השדה החשמלי** בנקודה כלשהי מוגדרת ככוח הפועל על יחידת מטען חיובי המצויה בנקודה זו.
3. עוצמת השדה החשמלי, שנוצר על ידי מטען Q במרחק r ממנו, היא: $E=\frac{kQ}{r^2}$.
4. עקרון הסופרפוזיציה מתקיים גם לגבי שדות חשמליים.
5. **קווי שדה** הם קווים דמיוניים, שהמשיק להם בכל נקודה מצביע לכיוון השדה. המאפיינים שלהם:
   א. הצפיפות שלהם באזור מסוים נמצאת ביחס ישר לגודל המטען יוצר השדה.
   ב. הם נותנים מידע על כיוון השדה החשמלי בכל נקודה.
   ג. הם תמיד "מתחילים" ממטען חיובי (או באינסוף) ו"מסתיימים" במטען שלילי (או באינסוף), כלומר הם אינם קווים סגורים.
   ד. הם אינם חותכים זה את זה.
   ה. הם ממלאים את המרחב כולו.
6. השדה החשמלי הנוצר על ידי קליפה כדורית מוליכה או כדור מוליך טעון מחוץ לקליפה או לכדור, שווה לשדה שהיה נוצר בנקודות אלה אילו כל המטען היה מרוכז במרכז הקליפה או הכדור, כלומר: $E=\frac{kQ}{r^2}$.
7. בתוך קליפה כדורית מוליכה טעונה או בתוך כדור מוליך טעון, השדה החשמלי שווה אפס.
8. בין שני לוחות מוליכים טעונים במטענים שווים ומנוגדים נוצר שדה אחיד, שכיוונו מהלוח החיובי אל הלוח השלילי. מחוץ ללוחות, השדה החשמלי שווה לאפס.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)

שני מטענים נקודתיים של $q_1=-12[\mu C]$

ו–$q_2=+8[\mu C]$ נמצאים במרחק של 40 ס"מ זה מזה.



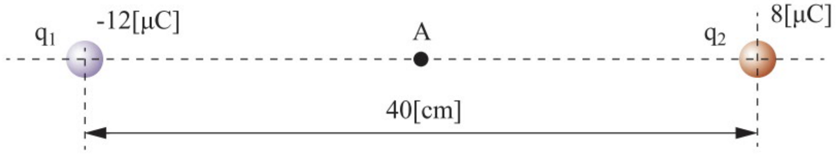
א. מהו השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה A הנמצאת באמצע המרחק בין המטענים?

ב. היכן, לאורך הקו המחבר בין המטענים, עוצמת השדה החשמלי שווה אפס?

ג. מהו השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה B הנמצאת במרחק 30[cm] בדיוק מעל מטען q_1?

פתרון דוגמה מספר (1)

א. נבחר כיוון ימין חיובי.



השדה השקול בנקודה A:

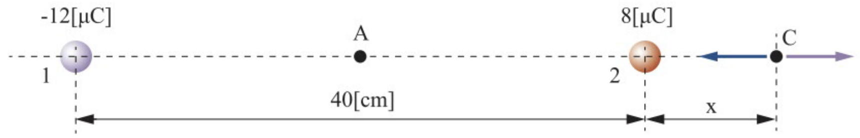
$$E_A=-9\cdot10^9\cdot\frac{12\cdot10^{-6}}{(0.2)^2}-9\cdot10^9\cdot\frac{8\cdot10^{-6}}{(0.2)^2}=-4.5\cdot10^6\left[\frac{N}{C}\right]$$

השדה מכוון שמאלה.

ב. השדה יכול להתאפס רק בנקודה הנמצאת ימינה ממטען q_2.

בין המטענים, כיווני השדות מתחברים.

נניח נקודה C, שהיא קרובה יותר למטען הקטן יותר בגודלו ורחוקה מהמטען הגדול יותר, ונחשב את המרחק x בינה לבין המטען הקטן, כך שהשדה החשמלי בה יתאפס.



$$E_C=-9\cdot10^9\cdot\frac{12\cdot10^{-6}}{(x+0.4)^2}+9\cdot10^9\cdot\frac{8\cdot10^{-6}}{x^2}=0\Rightarrow x=1.78[m]$$

ג. נבחר את הכיוון החיובי של ציר y למעלה. רכיב השדה האנכי בנקודה B:

$$E_{By} = -9\cdot 10^9 \cdot \frac{12\cdot 10^{-6}}{(0.3)^2} + 9\cdot 10^9 \cdot \frac{8\cdot 10^{-6}}{(\sqrt{0.3^2+0.4^2})^2}\cdot \sin 37^\circ = -10.26\cdot 10^5\left[\frac{N}{C}\right]$$

רכיב השדה האופקי בנקודה B:

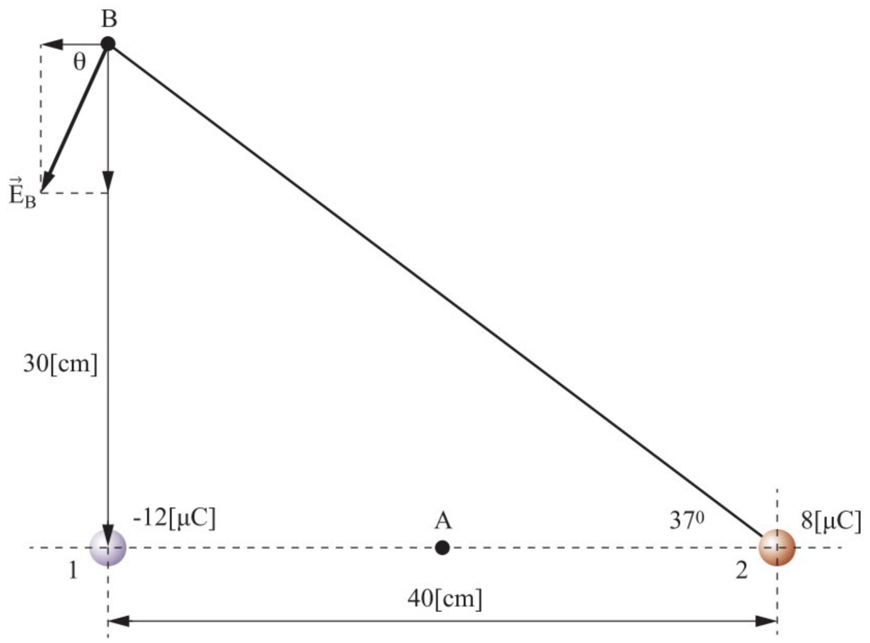
$$E_{Bx} = -9\cdot 10^9 \cdot \frac{8\cdot 10^{-6}}{(\sqrt{0.3^2+0.4^2})^2}\cdot \cos 37^\circ = -2.3\cdot 10^5\left[\frac{N}{C}\right]$$

עוצמת השדה השקול בנקודה B:

$$E_B = \sqrt{(2.3\cdot 10^5)^2 + (1.026\cdot 10^6)^2} = 1.052\cdot 10^6\left[\frac{N}{C}\right]$$

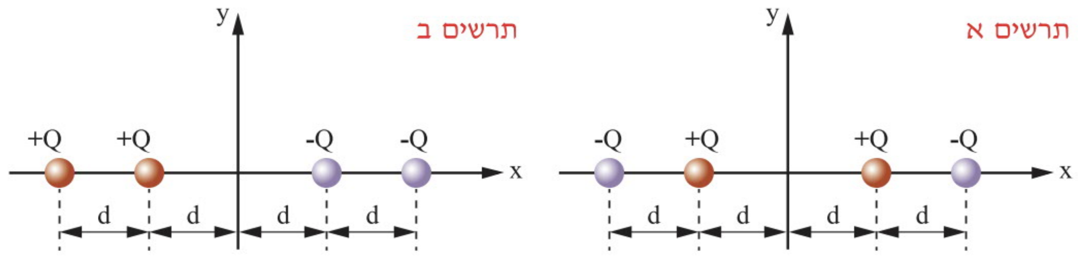
כיוון השדה השקול בנקודה B:

$$tg\theta = \left|\frac{1.026\cdot 10^6}{2.3\cdot 10^5}\right| = 4.46 \Rightarrow \theta = 77.36^\circ$$



דוגמה מספר (2)

ארבעה מטענים נקודתיים מסודרים על ציר ה־x כמתואר בתרשימים.

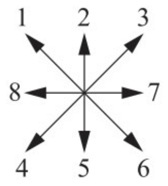


א. עבור כל אחד מהתרשימים מצאו: מהו השדה החשמלי בראשית הצירים?

ב. איזה מהחצים מתאר את כיוון השדה החשמלי השקול שיוצרת מערכת המטענים לאורך ציר ה־y החיובי:

[1] בסידור המתואר בתרשים א?

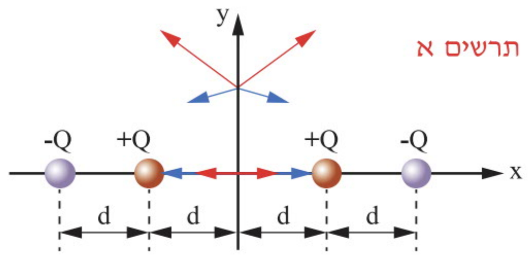
[2] בסידור המתואר בתרשים ב?



פתרון דוגמה מספר (2)

א. בתרשים א $E=0$, השדות מתקזזים

(ראו חצים לאורך ציר x).

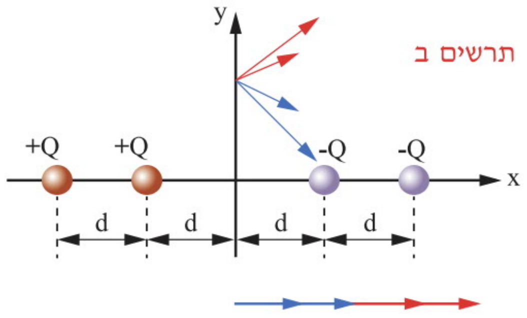


בתרשים ב, כל מטען יוצר שדה חשמלי שכיוונו ימינה.

(ראו חיצים מתחת לציר x).

גודלו של השדה השקול:

$$E = 2\cdot k\cdot\frac{Q}{(d)^2} + 2\cdot k\cdot\frac{Q}{(2d)^2} = 2.5k\cdot\frac{Q}{d^2}$$



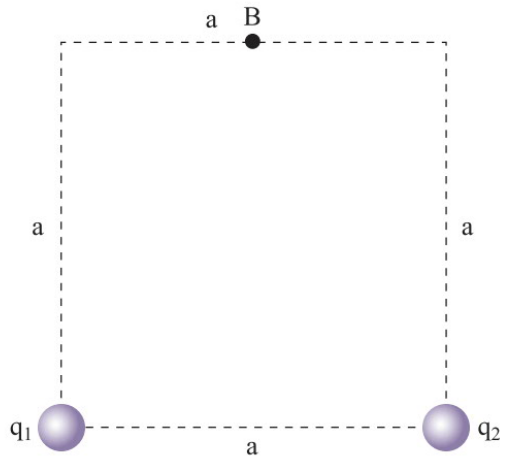
ב. [1] בתרשים א: השדה החשמלי בכיוון חץ 2.

רכיבי השדות בכיוון האופקי מתקזזים, ובכיוון האנכי השקול הוא כלפי מעלה.

[2] בתרשים ב: השדה החשמלי בכיוון חץ 7.

רכיבי הציר האנכי מתקזזים, וכל אחד מהמטענים יוצר שדה חשמלי שכיוונו ימינה.

דוגמה מספר (3)

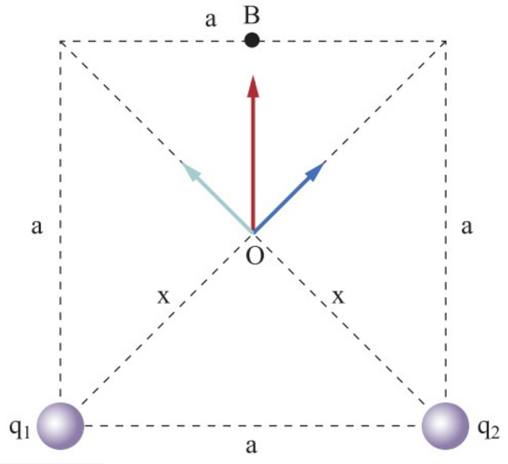


שני מטענים זהים נמצאים על הקודקודים של ריבוע שאורך צלעו a.
ערכי המטענים הם $q_1=q_2=q$.

א. מהו השדה השקול (גודל וכיוון) במרכז הריבוע?

ב. מהו גודל המטען Q שיש להציב בנקודה B הנמצאת באמצע הצלע העליונה, כדי שהשדה השקול במרכז הריבוע יהיה שווה אפס?

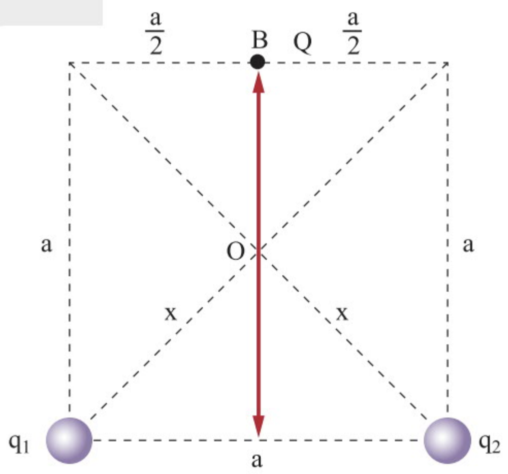
פתרון דוגמה מספר (3)



א. נסמן ב–x את מרחק כל אחד מהמטענים ממרכז הריבוע:

השדה השקול במרכז הריבוע הוא בכיוון ציר ה–y החיובי, כי רכיבי השדה ששני המטענים יוצרים מתקזזים בכיוון האופקי ומתחברים בכיוון האנכי.

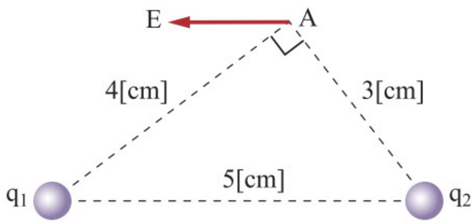
$$E_O = k\cdot\frac{q}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2}\cdot 2\cdot\sin 45^\circ = 2.82k\cdot\frac{q}{a^2}$$



ב. נקודה B נמצאת במרחק $0.5a$ מעל מרכז הריבוע. השדה שייצור מטען בנקודה זו שווה בעוצמתו לעוצמת השדה השקול שיוצרים שני המטענים הראשונים במרכז הריבוע:

$$k\frac{Q}{(0.5a)^2} - 2.82k\cdot\frac{q}{a^2} = 0$$
$$Q = 0.705q$$

דוגמה מספר (4)



שני מטענים נקודתיים ממוקמים בקודקודיו של משולש ישר זווית בקצות היתר.

גודל המטען $q_1 = 4 \cdot 10^{-6}[C]$.

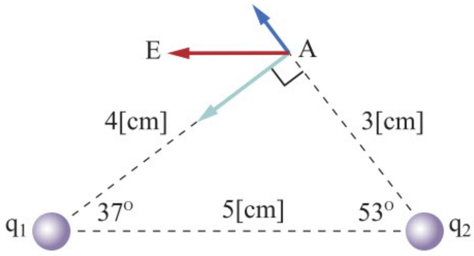
נתון כי השדה בנקודה A מכוון אופקית שמאלה.

א. מהם סימני המטענים q_1, q_2?

ב. מה גודלו של השדה החשמלי E?

ג. מהו הכוח (גודל וכיוון) שיפעל על מטען $q_3 = -8 \cdot 10^{-6}[C]$, אם יונח בנקודה A?

פתרון דוגמה מספר (4)

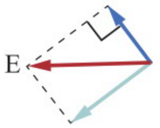


א. ניתן להסיק כי q_2 חיובי, q_1 שלילי. ראו תרשים חצים בהתאם לשדה השקול.

ב. הרכיב האנכי של השדה השקול בנקודה A שווה לאפס, לפיכך:

$$E_{Ay} = 0 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q_2}{0.03^2} \cdot \sin 53° - 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{0.04^2} \cdot \sin 37°$$

$$q_2 = 1.695 \cdot 10^{-6}[C]$$



ג. כיוון השדה השקול בנקודה A הוא **שמאלה**. את עוצמתו ניתן לחשב בעזרת משפט פיתגורס:

$$E_A = \sqrt{(9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1.695 \cdot 10^{-6}}{0.03^2})^2 + (9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{0.04^2})^2} = 28.17 \cdot 10^6 \left[\frac{N}{C}\right]$$

גודלו של הכוח:

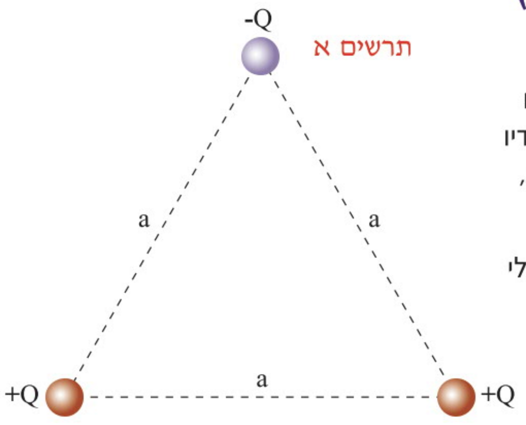
$$F_A = q_3 \cdot E_A = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 28.17 \cdot 10^6 = 225.32[N]$$

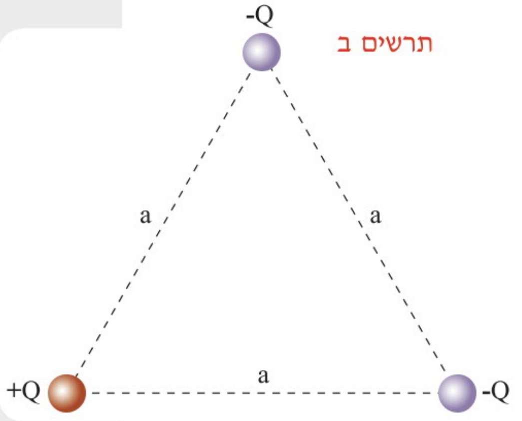
מכיוון שכיוון השדה שמאלה, על מטען **שלילי** יפעל כוח שכיוונו **ימינה**.

דוגמה מספר (5)

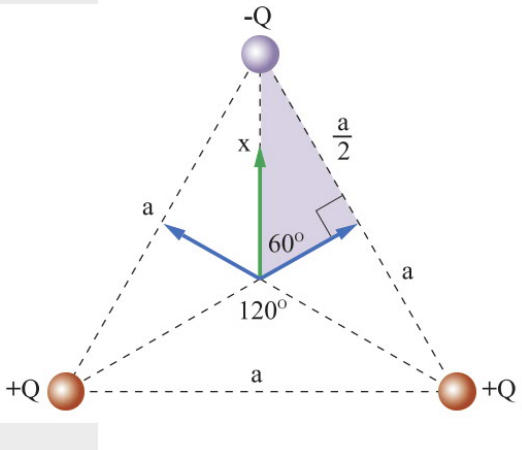
נתונים 3 מטענים בעלי גודל מטען שווה וסימנים שונים, המונחים בקודקודיו של משולש שווה צלעות, שאורך צלעותיו a.

חשבו את השדה החשמלי שנוצר במרכז המשולש עבור כל אחד משני התרשימים.





פתרון דוגמה מספר (5)



א. בתרשים א כל מטען יוצר שדה חשמלי בעל עוצמה זהה, שהרי גודל המטענים שווה והמרחק בין כל מטען למרכז המשולש שווה.

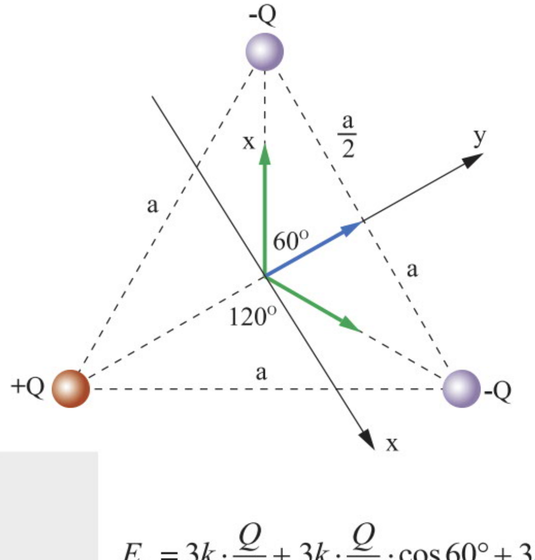
$$x^2 = (\frac{x}{2})^2 + (\frac{a}{2})^2 \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

עוצמת כל אחד מהשדות החשמליים:

$$E = k \cdot \frac{Q}{(\frac{a \cdot \sqrt{3}}{3})^2} = 3k \cdot \frac{Q}{a^2}$$

השדה השקול בכיוון **מעלה** ועוצמתו:

$$E_o = 3k \cdot \frac{Q}{a^2} + 3k \cdot \frac{Q}{a^2} \cdot \cos 60° + 3k \cdot \frac{Q}{a^2} \cdot \cos 60° = 6k \cdot \frac{Q}{a^2}$$



ב. גם בתרשים ב כל מטען יוצר שדה חשמלי בעל עוצמה זהה, שהרי גודל המטענים שווה והמרחק בין כל מטען לבין מרכז המשולש שווה.

$$x^2 = (\frac{x}{2})^2 + (\frac{a}{2})^2 \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

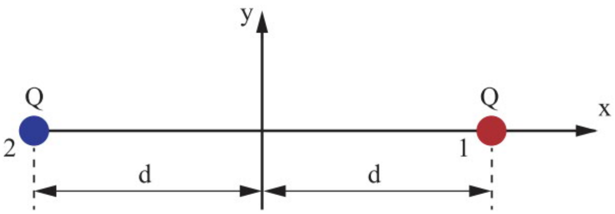
עוצמת כל אחד מהשדות החשמליים:

$$E = k \cdot \frac{Q}{(\frac{a \cdot \sqrt{3}}{3})^2} = 3k \cdot \frac{Q}{a^2}$$

השדה השקול יהיה מכוון לאורכו של ציר y (אותו בחרנו כפי שמתואר באיור), מאחר שרכיבי השדה בציר x שווים ומנוגדים, לכן:

$$E_o = 3k \cdot \frac{Q}{a^2} + 3k \cdot \frac{Q}{a^2} \cdot \cos 60° + 3k \cdot \frac{Q}{a^2} \cdot \cos 60° = 6k \cdot \frac{Q}{a^2}$$

דוגמה מספר (6)



שני מטענים חיוביים נקודתיים מסודרים על ציר ה-x כמתואר בתרשים.

א. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי, שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה-x בתחום $x>d$, שווה ל:

$$E_{(x)} = 2kQ\frac{(x^2+d^2)}{(x^2-d^2)^2}$$

ב. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי, שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה-x בתחום $-d<x<d$, שווה ל:

$$E_{(x)} = -4kQd\frac{x}{(d^2-x^2)^2}$$

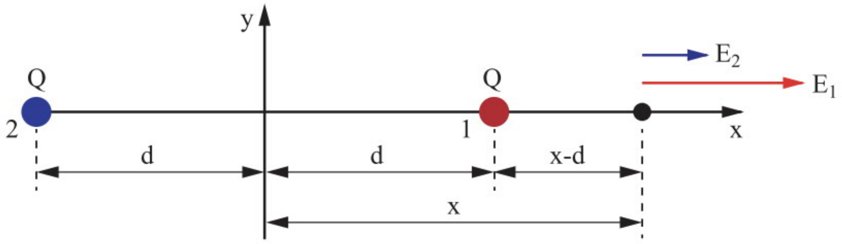
ג. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי, שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה-y $(y>0)$, שווה ל:

$$E_{(x)} = 2kQ\frac{y}{(y^2+d^2)^{3/2}}$$

ד. היכן, לאורך ציר ה-x, עוצמת השדה החשמלי שווה אפס? הסבירו.

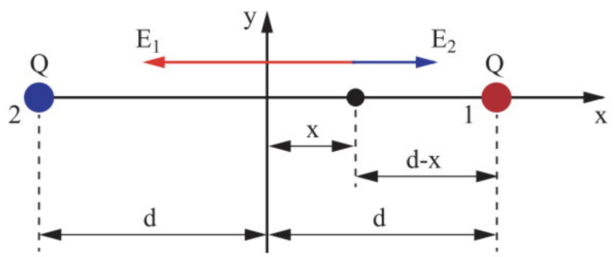
פתרון דוגמה מספר (6)

א. שני המטענים יוצרים שדה שכיוונו ימינה וגודלו:



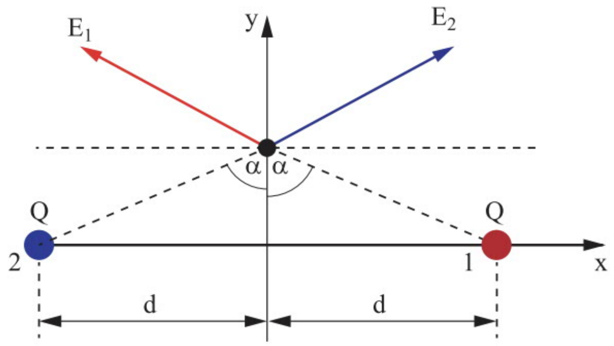
$$E_{(x)} = \frac{kQ}{(x+d)^2} + \frac{kQ}{(x-d)^2} = kQ[\frac{(x-d)^2+(x+d)^2}{(x+d)^2\cdot(x-d)^2}] = 2kQ\frac{(x^2+d^2)}{(x^2-d^2)^2}$$

ב. המטען השמאלי יוצר שדה שכיוונו ימינה, והמטען הימני יוצר שדה שכיוונו שמאלה:



$$E_{(x)} = \frac{kQ}{(x+d)^2} - \frac{kQ}{(d-x)^2} = kQ[\frac{(d-x)^2-(x+d)^2}{(x+d)^2\cdot(d-x)^2}] = -4kQd\,\frac{x}{(d^2-x^2)^2}$$

ג. רכיבי השדה שיוצרים שני המטענים מתקזזים בכיוון האופקי ומתחברים בכיוון האנכי:

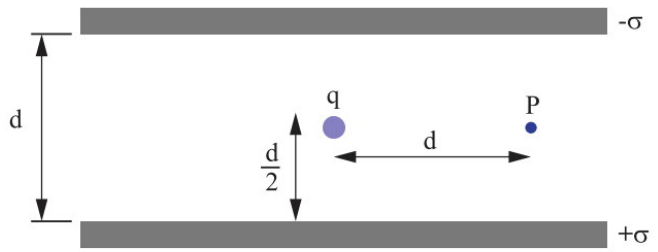


בכיוון מעלה:

$$E_y = 2\cdot\frac{kQ}{(y^2+d^2)}\cdot\cos\alpha = 2\cdot\frac{kQ}{(y^2+d^2)}\cdot\frac{y}{\sqrt{y^2+d^2}} = 2kQ\frac{y}{(y^2+d^2)^{3/2}}$$

ד. עוצמת השדה החשמלי מתאפסת בנקודה (0, 0), שם השדות מתקזזים.

דוגמה מספר (7)



חלקיק בעל מסה m, הטעון במטען q, נמצא במנוחה בדיוק באמצע המרחק d שבין שני לוחות אינסופיים, שביניהם שורר שדה חשמלי אחיד שעוצמתו E (המרחק d קטן מאוד ביחס לממדי הלוחות).

נתונים: m, g, k, E, d.

א. רשמו את גודלו וכיוונו של הכוח החשמלי הפועל על החלקיק.

ב. רשמו את כיוונו של השדה החשמלי השורר בין הלוחות.

ג. חשבו את גודלו וסימנו של מטען החלקיק q.

ד. חשבו את גודלו של השדה החשמלי בנקודה P, הנמצאת במרחק d מימין לחלקיק.

פתרון דוגמה מספר (7)

א. החלקיק נמצא במנוחה, לפיכך:

$$\sum F_y = 0$$

$$F_E - mg = 0 \Rightarrow F_E = mg$$

כיוונו של הכוח החשמלי מנוגד לכיוון כוח הכבידה, כלומר כלפי מעלה.

ב. כיוון השדה החשמלי בין הלוחות הוא מהלוח הטעון חיובי ללוח הטעון שלילי, כלפי מעלה (בוקע ממטען חיובי ונבלע במטען שלילי).

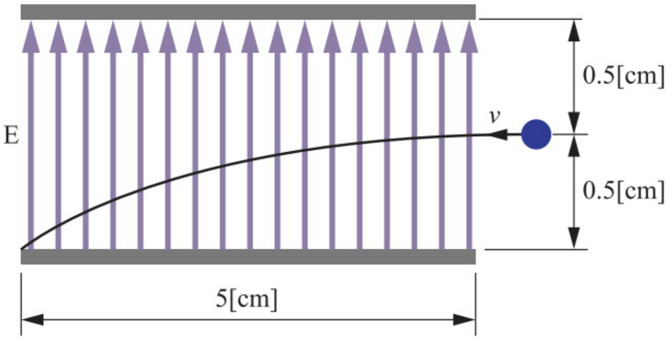
ג. כיוון הכוח הפועל על המטען הוא בכיוון השדה החשמלי, לכן המטען הוא **חיובי** וגודלו:

$$E \cdot q - mg = 0 \Rightarrow q = \frac{mg}{E}$$

ד. בין שני הלוחות השדה הוא אחיד, בנקודה p השדה שווה לסכום השדות של הלוחות ושל החלקיק. גודלו:

$$E_p = \sqrt{E^2 + (\frac{k \cdot q}{d^2})^2} = \sqrt{E^2 + \frac{k^2 \cdot (\frac{mg}{E})^2}{d^4}} = \sqrt{E^2 + \frac{k^2 \cdot (mg)^2}{E^2 \cdot d^4}}$$

דוגמה מספר (8)



אלקטרון שמסתו $m = 9.1 \cdot 10^{-31}[kg]$ ומטענו $q = -1.6 \cdot 10^{-19}[C]$ נכנס במהירות שגודלה v וכיוונה שמאלה, במאונך לאזור שבו שורר שדה חשמלי אחיד, שעוצמתו $E = 400\left[\frac{N}{C}\right]$, שנוצר בין שני לוחות טעונים.

כיוונו של השדה מתואר בתרשים (הניחו כי השפעת המשקל זניחה יחסית לכוח החשמלי).

א. נתחו את תנועת האלקטרון בכיוון האופקי ובכיוון האנכי.

ב. חשבו את גודלה של תאוצת האלקטרון בשדה החשמלי.

ג. חשבו את זמן תנועת האלקטרון בשדה החשמלי, אם נתון שבזמן t הוא מגיע בדיוק לקצה השמאלי של הלוח התחתון, כמתואר בתרשים.

ד. מהי מהירות האלקטרון (גודל וכיוון) כשהוא עובר בדיוק בקצה השמאלי של הלוח התחתון?

פתרון דוגמה מספר (8)

א. בכיוון האופקי לא פועל על האלקטרון כוח כלשהו, ולכן הרכיב האופקי של מהירותו נשאר קבוע.

בכיוון האנכי פועל על האלקטרון כוח חשמלי לכיוון מטה, בניגוד לכיוון השדה החשמלי. מכיוון שהשדה הוא אחיד, האלקטרון ינוע בתאוצה קבועה עם מהירות התחלתית השווה אפס.

ב. לפי החוק השני של ניוטון:

$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow Eq = ma_y \Rightarrow a_y = \frac{Eq}{m} = \frac{400 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{9.1 \cdot 10^{-31}} = 7 \cdot 10^{13}\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

ג. נחשב את זמן תנועתו של האלקטרון בשדה בעזרת חישוב ההסחה האנכית ברגע t:

$$y_t = \frac{a_y \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{a_y}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{7 \cdot 10^{13}}} = 1.195 \cdot 10^{-8}[s]$$

ד. את הרכיב האופקי של המהירות נמצא בעזרת חישוב ההעתק האופקי ברגע t:

$$x = v_{0x} \cdot t \Rightarrow v_{0x} = \frac{x}{t} = \frac{0.05}{1.195 \cdot 10^{-8}} = 4.183 \cdot 10^6\left[\frac{m}{s}\right]$$

את הרכיב האנכי של המהירות ברגע t נמצא בעזרת הנוסחה:

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t = 0 + 7 \cdot 10^{13} \cdot 1.195 \cdot 10^{-8} = 8.365 \cdot 10^5\left[\frac{m}{s}\right]$$

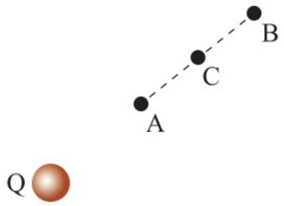
ומכאן, גודל המהירות ביציאה וכיוונה:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(4.183 \cdot 10^6)^2 + (8.365 \cdot 10^5)^2} = 4.265 \cdot 10^6\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$tg\theta = \left|\frac{8.365 \cdot 10^5}{4.183 \cdot 10^6}\right| = 0.2 \Rightarrow \theta = 11.3°$$

תרגילים

1. מטען נקודתי $Q = 6 \cdot 10^{-6}[C]$ יוצר סביבו שדה חשמלי. נתונים:



השדה החשמלי בנקודה A: $E_A = 13,500\left[\frac{N}{C}\right]$

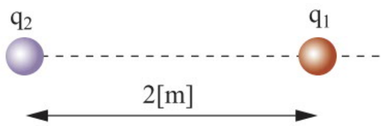
השדה החשמלי בנקודה B: $E_B = 3,375\left[\frac{N}{C}\right]$.

א. מהו המרחק של כל אחת מהנקודות A, B מהמטען הנקודתי?

ב. מהו השדה החשמלי בנקודה C הנמצאת באמצע המרחק בין שתי הנקודות A ו–B?

ג. מהו הכוח החשמלי (גודל וכיוון) שיפעל על מטען $q_3 = -2 \cdot 10^{-6}[C]$, אם יונח בנקודה C?

2. שני מטענים נקודתיים $q_1 = 5 \cdot 10^{-6}[C]$ ו- $q_2 = -2 \cdot 10^{-6}[C]$ מוחזקים במנוחה במרחק $2[m]$ זה מזה.



א. מהו השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה הנמצאת באמצע המרחק בין המטענים?

ב. מהו הכוח החשמלי (גודל וכיוון) שיפעל על מטען $q_3 = +3 \cdot 10^{-6}[C]$ המונח בנקודה הנמצאת באמצע המרחק בין המטענים?

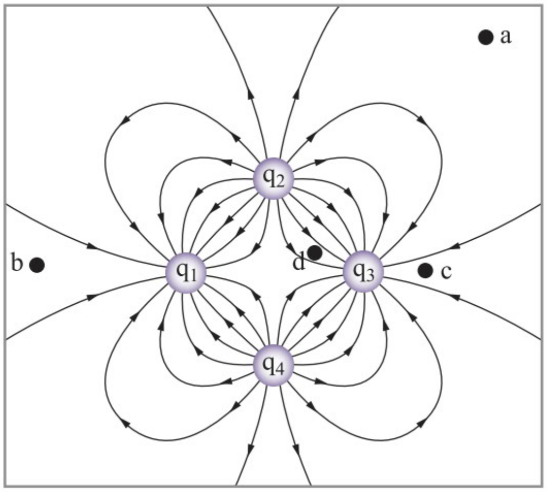
ג. מהו הכוח החשמלי (גודל וכיוון) שיפעל על מטען $q_3 = -3 \cdot 10^{-6}[C]$ המונח בנקודה הנמצאת באמצע המרחק בין המטענים?

3. התרשים הבא מתאר את קווי השדה החשמלי המתקבלים מארבעה מטענים הנמצאים במישור התרשים.

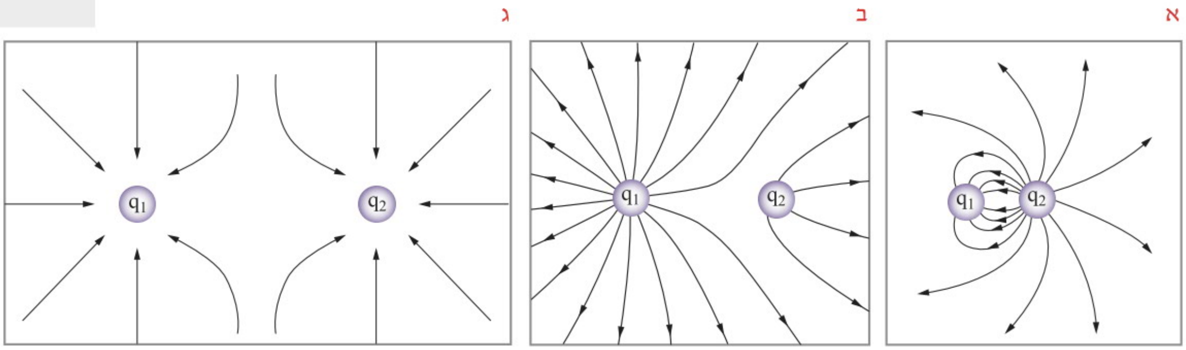
א. האם כל המטענים שווים בגודלם? נמקו.

ב. מהו סימנו של כל אחד מהמטענים?

ג. דרגו את עוצמת השדה בנקודות d, c, b, a לפי הסדר, מהגבוהה לנמוכה.

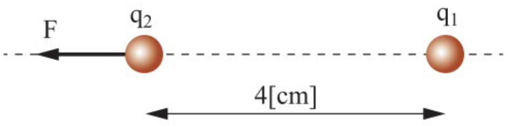


4. התרשימים הבאים מתארים את קווי השדה המתקבלים משני מטענים q_1 ו-q_2.



א. מהם סימני כל מטען בכל אחד מהתרשימים?

ב. מהו היחס $\frac{q_1}{q_2}$ בכל אחד מהתרשימים?



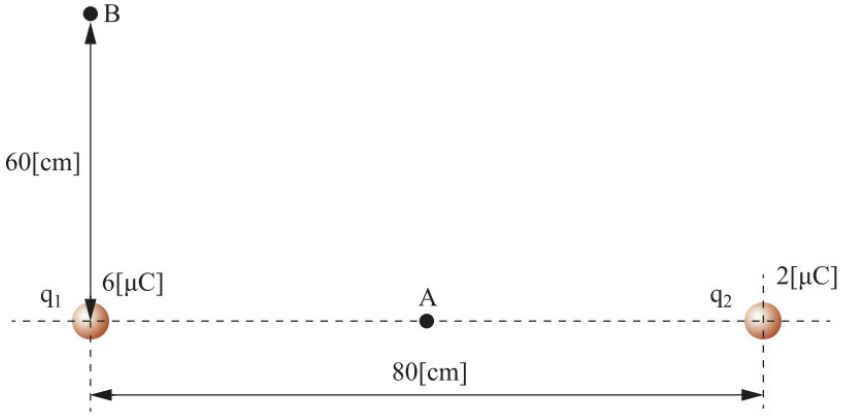
5. שני מטענים q_1 ו-q_2 נמצאים במרחק 4[cm] זה מזה.
המטען q_1 מפעיל כוח על המטען q_2 שגודלו F=200[N]
וכיוונו כמתואר בתרשים.
נתון $q_2 = 6\cdot10^{-6}[C]$.

א. מהי עוצמת השדה החשמלי בנקודה שבה נמצא q_2?

ב. חשבו את גודל המטען q_1.

ג. מהי עוצמת השדה החשמלי בנקודה שבה נמצא q_1?

6. שני מטענים נקודתיים שגודלם $q_1 = 6[\mu C],\ q_2 = 2[\mu C]$ נמצאים במרחק 80[cm] זה מזה.

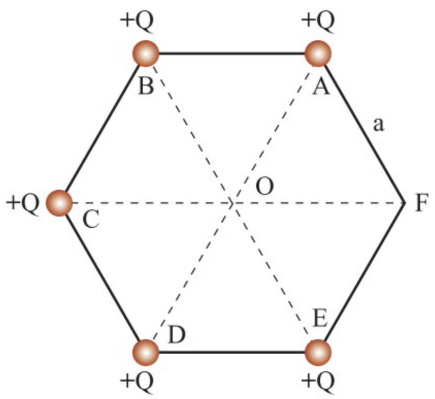


א. מהו השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה A הנמצאת באמצע המרחק בין המטענים?

ב. היכן, לאורך הקו המחבר בין המטענים, עוצמת השדה החשמלי שווה אפס?

ג. מהו השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה B הנמצאת במרחק 60[cm] בדיוק מעל מטען q_1?

7. בכל אחד מחמשת הקודקודים D, C, B, A ו-E של משושה משוכלל, שאורך צלעו a, נמצא מטען נקודתי חיובי Q>0. בקודקוד F אין מטען (ראו תרשים). בטאו את תשובותיכם לשאלות באמצעות נתוני השאלה (a, Q).

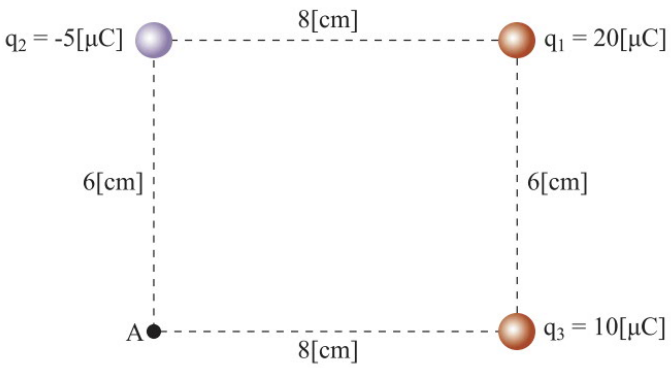


א. מהו השדה החשמלי השקול (גודל וכיוון) במרכז הסימטריה O של המשושה?

ב. מציבים מטען נוסף +2Q בקודקוד F של המשושה. מהו השדה החשמלי השקול (גודל וכיוון) במרכז הסימטריה O של המשושה?

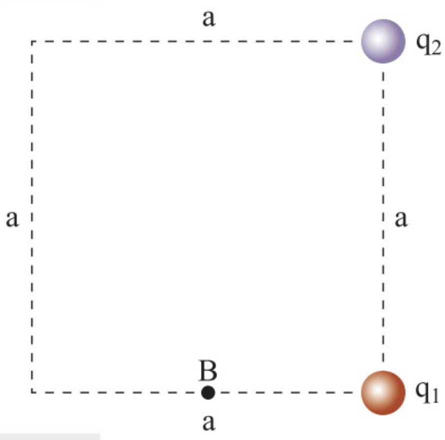
ג. מציבים בקודקוד F מטען שלילי Q<0 (**במקום** המטען +2Q). מהו השדה החשמלי השקול (גודל וכיוון) במרכז הסימטריה O של המשושה?

8. בשלושה מקודקודיו של מלבן מצויים מטענים חשמליים כמתואר בתרשים.



חשבו את השדה החשמלי השקול (גודל וכיוון) בקודקוד A.

9. שני מטענים נמצאים על הקודקודים של ריבוע שאורך צלעו a.
ערכי המטענים הם: $q_2=-q$,$q_1=+q$.

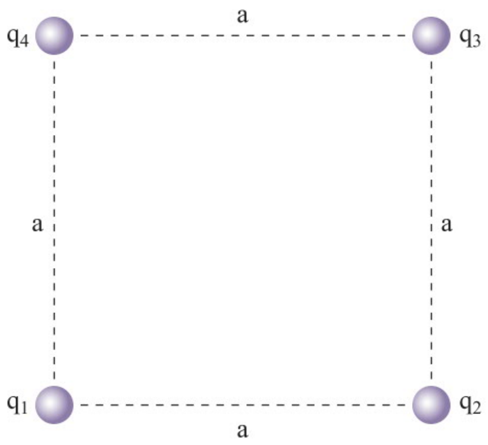


א. מהו השדה השקול (גודל וכיוון) במרכז הריבוע?

ב. מהו המטען q_3 שיש להציב בנקודה B הנמצאת באמצע הצלע התחתונה, כדי שהשדה השקול במרכז הריבוע יהיה שווה אפס?

.10 ארבעה מטענים זהים נמצאים על הקודקודים של ריבוע שאורך צלעו a.

ערכי המטענים הם: $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q$.



א. מהו השדה השקול (גודל וכיוון) במרכז הריבוע?

ב. מהו השדה השקול (גודל וכיוון) במרכז הריבוע, אם מסלקים את המטען q_3?

ג. מהו השדה השקול (גודל וכיוון) במרכז הריבוע, אם מסלקים את המטענים q_2 ו־q_3?

.11 אלקטרון שמסתו $m = 9.1 \cdot 10^{-31}[kg]$ ומטענו $q = -1.6 \cdot 10^{-19}[C]$

נכנס במהירות שגודלה $v = 10^6\left[\frac{m}{s}\right]$ לאזור שבו שורר שדה חשמלי שעוצמתו $E = 200\left[\frac{N}{C}\right]$, כמתואר בתרשים. כיוון המהירות בעת כניסת האלקטרון מקביל לכיוון השדה. הניחו כי השפעת המשקל זניחה יחסית לכוח החשמלי.

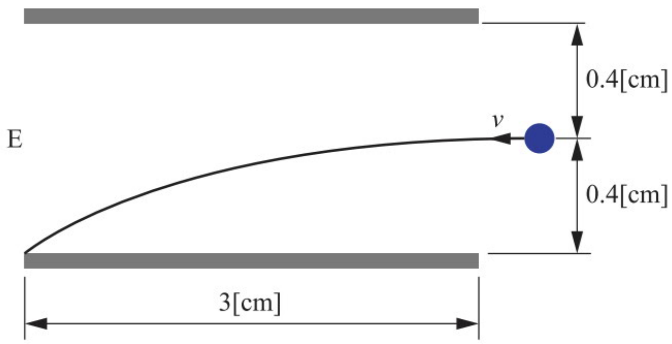
א. מהי צורת המסלול של האלקטרון בשדה החשמלי?

ב. מהו הכוח החשמלי הפועל על האלקטרון מצד השדה החשמלי (גודל וכיוון)?

ג. מהי תאוצת האלקטרון (גודל וכיוון)?

ד. האם האלקטרון ישנה את כיוון תנועתו? אם לא – נמקו מדוע, אם כן – כעבור כמה זמן מרגע כניסתו לשדה זה יקרה?

.12 פרוטון שמסתו $m = 1.67 \cdot 10^{-27}[kg]$ ומטענו $q = 1.6 \cdot 10^{-19}[C]$ נכנס במהירות שגודלה $v = 2 \cdot 10^6\left[\frac{m}{s}\right]$ וכיוונה שמאלה, לאזור שבו שורר שדה חשמלי שעוצמתו E, שנוצר בין שני לוחות. כיוון מהירות הפרוטון בעת כניסתו לשדה ניצב לכיוון השדה.



נתון שהפרוטון עובר בתנועתו בדיוק בקצה השמאלי של הלוח התחתון (הניחו כי השפעת המשקל זניחה יחסית לכוח החשמלי).

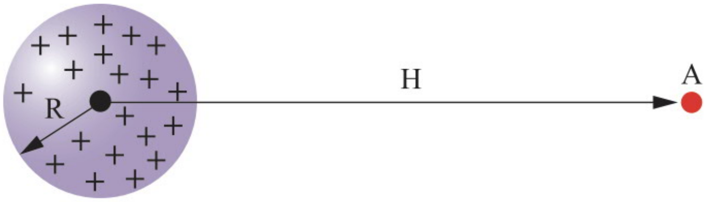
א. מהו כיוונו של השדה החשמלי בין שני הלוחות? נמקו.

ב. חשבו את גודל תאוצת הפרוטון בזמן תנועתו בין הלוחות.

ג. חשבו את גודלו של השדה החשמלי בין שני הלוחות.

ד. מהי מהירות הפרוטון (גודל וכיוון) כשהוא עובר בדיוק בקצה השמאלי של הלוח התחתון?

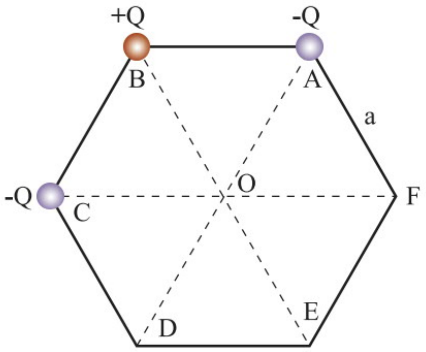
13. מטען חיובי Q מפוזר בצורה אחידה בתוך כדור שרדיוסו R בצפיפות נפחית קבועה. עוצמת השדה החשמלי בנקודה A, הנמצאת במרחק H ממרכז הכדור, היא E.



א. מהו מטען הכדור Q?

ב. מהי עוצמת השדה מחוץ לכדור, קרוב מאוד לפניו?

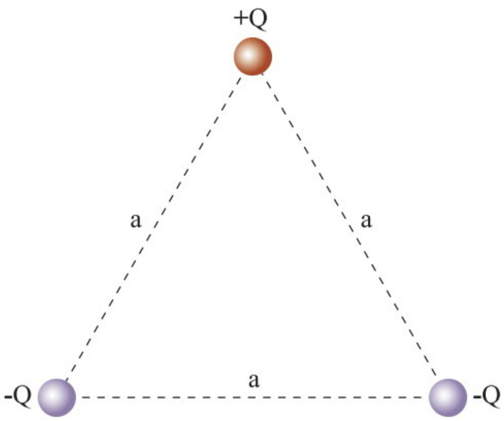
14. בכל אחד משלושת הקודקודים C ,B ,A של משושה משוכלל, שאורך צלעו a, נמצאים מטענים השווים בגודלם והפוכים בסימנם (ראו תרשים).



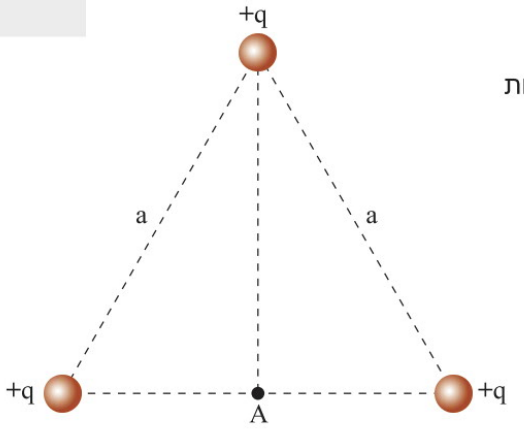
א. מהו השדה החשמלי השקול (גודל וכיוון) במרכז הסימטריה O של המשושה?

ב. מהו השדה החשמלי השקול (גודל וכיוון) בקודקוד B של המשושה?

15. נתונים שלושה מטענים בעלי גודל מטען שווה וסימנים שונים, המונחים בקודקודיו של משולש שווה צלעות בעל צלע שאורכה *a*.
חשבו את השדה החשמלי שנוצר במרכז המשולש.



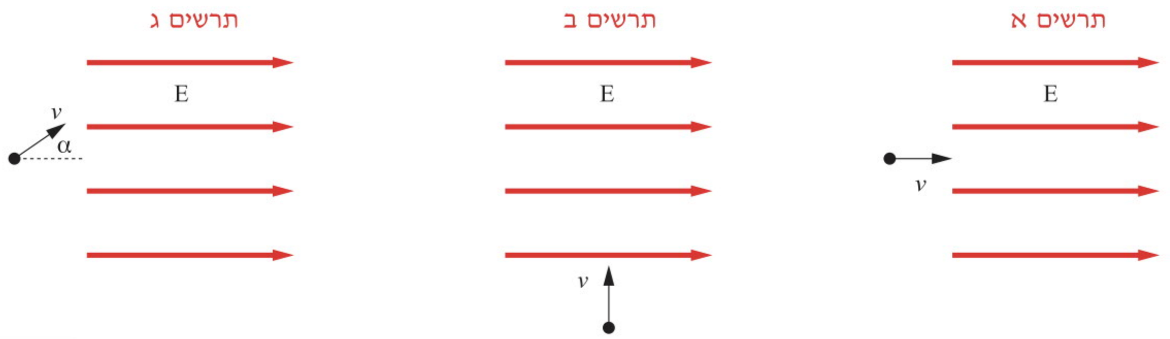
16. שלושה מטענים נקודתיים q+ מוחזקים בקודקודי משולש שווה צלעות שאורך צלעו a.



א. מהי עוצמת השדה בנקודה A, הנמצאת במחצית המרחק בין המטענים שבבסיס המשולש?

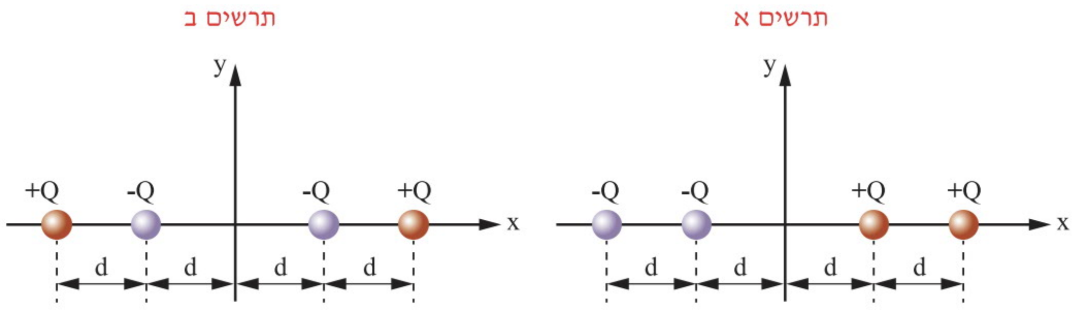
ב. היכן יש למקם מטען נוסף q+ כדי שעוצמת השדה בנקודה A תתאפס?

17. **בתרשים א** מתואר חלקיק בעל מסה m ומטען **חיובי** q, הנכנס במהירות v במקביל לשדה חשמלי אחיד E.
בתרשים ב מתואר אותו חלקיק, הנכנס באותה המהירות במאונך לשדה חשמלי אחיד E.
בתרשים ג מתואר אותו חלקיק, הנכנס באותה המהירות לשדה חשמלי אחיד E, אך הפעם כיוון המהירות יוצר זווית α עם כיוון השדה החשמלי.

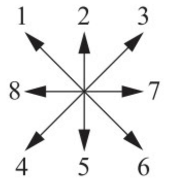


א. מהי צורת המסלול ומהו סוג התנועה של החלקיק בכל אחד מהמצבים המתוארים בתרשימים א, ב ו–ג?
ב. האם מהירות החלקיק משתנה לאורך המסלול? קבעו זאת עבור כל מצב.

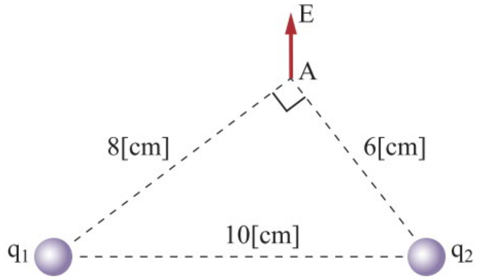
18. בתרשימים א, ב מתוארים שני מערכים שונים של ארבעה מטענים נקודתיים, המסודרים על ציר ה–x.



א. עבור כל אחד מהתרשימים, מצאו מהו השדה החשמלי בראשית הצירים.
ב. איזה חץ מתאר את כיוון השדה החשמלי השקול שיוצרת מערכת המטענים לאורך ציר ה–y החיובי:
[1] בסידור המתואר בתרשים א?
[2] בסידור המתואר בתרשים ב?



19. שני מטענים נקודתיים שווים בגודלם ממוקמים בקודקודיו של משולש ישר זווית בקצות היתר. גודל המטען $q=8\cdot10^{-6}[C]$. נתון כי השדה בנקודה A מכוון אנכית כלפי מעלה.

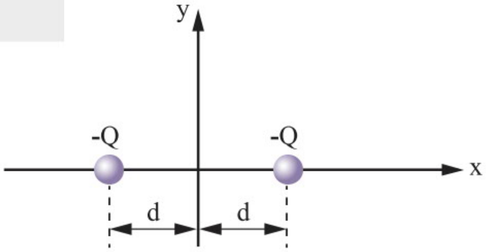


א. מהם סימני המטענים q_1, q_2?

ב. מה גודלו של השדה החשמלי E?

ג. מהו הכוח (גודל וכיוון) שיפעל על מטען $q=2\cdot10^{-6}[C]$, אם יונח בנקודה A?

20. שני מטענים נקודתיים שליליים מסודרים על ציר ה–x כמתואר בתרשים.



א. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה–x בתחום x>d שווה ל: $E_{(x)}=-2kQ\dfrac{(x^2+d^2)}{(x^2-d^2)^2}$

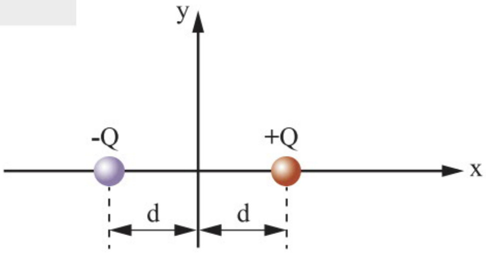
ב. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה–x בתחום -d<x<d שווה ל: $E_{(x)}=4kQd\dfrac{x}{(d^2-x^2)^2}$.

ג. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה–y (y>0) שווה ל:

$$E_{(x)}=-2kQ\frac{y}{(y^2+d^2)^{3/2}}.$$

ד. היכן, לאורך ציר ה–x, עוצמת השדה החשמלי שווה אפס? הסבירו.

21. שני מטענים נקודתיים מסודרים על ציר ה–x כמתואר בתרשים.



א. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה–x בתחום x>d שווה ל:

$$E_{(x)}=4kQd\frac{x}{(x^2-d^2)^2}.$$

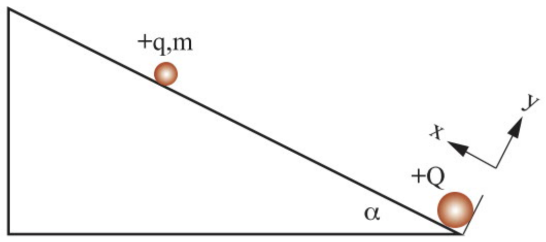
ב. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה–x בתחום -d<x<d שווה ל: $E_{(x)}=-2kQ\dfrac{(x^2+d^2)}{(d^2-x^2)^2}$.

ג. מהו השדה החשמלי (גודל וכיוון), שנוצר על ידי המערכת בנקודה הנמצאת לאורך ציר ה–y (y>0)?

ד. היכן, לאורך ציר ה–x, עוצמת השדה החשמלי שווה אפס? הסבירו.

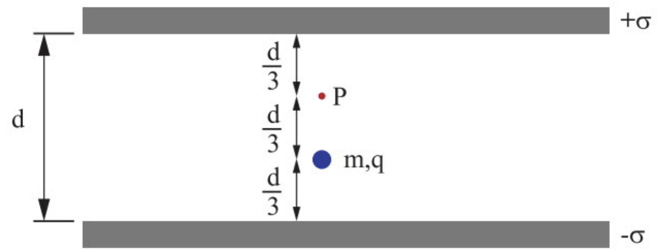
.22 כדור קטן שמסתו m ומטענו $+q$ נמצא במנוחה על מישור משופע חלק הנטוי בזווית α. בקצהו התחתון של המישור המשופע מחובר **באופן קבוע** כדור קטן אחר שמטענו $+Q$. נתונים: q ,Q ,m ,g ,α.

היכן, לאורך הקו המחבר בין המטענים, עוצמת השדה החשמלי שווה אפס?



.23 חלקיק בעל מסה m הטעון במטען q נמצא במנוחה בדיוק במרחק $\frac{d}{3}$ מהלוח התחתון של שני לוחות אינסופיים, הטעונים בצפיפות מטען אחידה $+\sigma$ ו-$-\sigma$ (המרחק d קטן מאוד ביחס לממדי הלוחות).

נתונים: m ,g ,d ,E ,k.



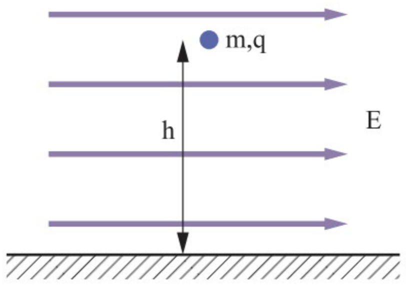
א. רשמו את גודלו וכיוונו של הכוח החשמלי הפועל על החלקיק.

ב. רשמו את כיוונו של השדה החשמלי השורר בין הלוחות.

ג. חשבו את גודלו וסימנו של מטען החלקיק q.

ד. חשבו את גודלו של השדה החשמלי בנקודה P, הנמצאת במרחק $\frac{d}{3}$ מעל לחלקיק.

.24 חלקיק קטן שמסתו $m = 2\cdot 10^{-5}[kg]$ ומטענו $q = 2\cdot 10^{-6}[C]$ נמצא באזור שבו שורר שדה חשמלי שעוצמתו $E = 200\left[\frac{N}{C}\right]$ וכיוונו מקביל לפני הקרקע. החלקיק משוחרר ממנוחה מגובה של $h = 50[cm]$ ופוגע בקרקע. ניתן להזניח את התנגדות האוויר.



א. הוכיחו שמסלול תנועת הכדור הוא קו ישר.

ב. מהו גודלו של הכוח הפועל על החלקיק במהלך תנועתו?

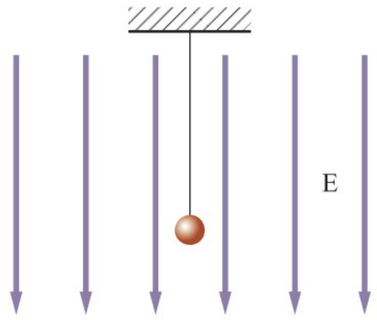
ג. מהו ההעתק האופקי של החלקיק מרגע ששוחרר ועד לרגע שבו פגע בקרקע?

25. באזור שבו שורר שדה חשמלי אחיד שעוצמתו E, תלוי חוט ניילון. בקצה החוט קשור כדור מוליך קטן שמסתו m הטעון במטען $q>0$ (ראו תרשים).

נתונים: q, E, m, g.

א. בטאו את המתיחות בחוט במצב שיווי משקל.

ב. ברגע מסוים החוט נקרע. מצאו את תאוצת הכדור (גודל וכיוון) מיד לאחר קריעת החוט.



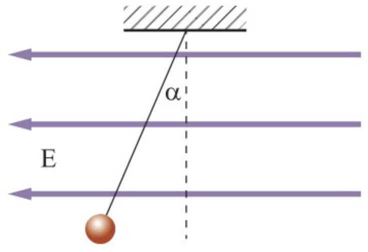
תולים שוב את הכדור על חוט ניילון ומשנים את כיוונו של השדה החשמלי (יתר נתוני השאלה ללא שינוי).

ג. מהי זווית הסטייה α מהאנך?

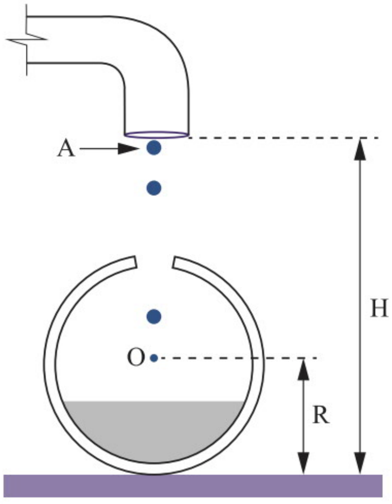
ד. ברגע מסוים ניתק הכדור מהחוט (בהיותו בזווית סטייה α כפי שחישבתם).

[1] הוכיחו שצורת מסלול הכדור תהיה קו ישר שמשוואתו: $y=\frac{mg}{Eq}x$.

[2] בטאו את תאוצתו של הכדור (גודל וכיוון) מיד לאחר הניתוק.



26. בתרשים מתוארת קליפה כדורית מוליכה ומבודדת שבה פתח קטן. טיפות בעלות מטען חשמלי חיובי ניתקות מצינורית, נופלות לתוך הקליפה, וכל מטענן עובר לקליפה. רדיוס הקליפה הוא R, ופתח הצינורית נמצא בגובה H מעל תחתית הקליפה.



א. עבור הרגע שבו מטען הקליפה הוא Q, בטאו עבור כל אחת מהנקודות A ו–O (ראו תרשים) את השדה החשמלי (גודל וכיוון) שנוצר על ידי הקליפה הטעונה (בלבד).

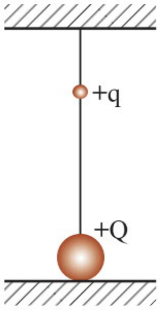
ב. נתון שכל טיפה היא בעלת מסה m ומטען q, ועל הטיפות פועלים רק כוח הכבידה והכוח החשמלי. ניתן להזניח את הכוחות החשמליים הפועלים בין הטיפות.

בטאו באמצעות נתוני השאלה את המטען Q של הקליפה, שעבורו טיפה בנקודה A תהיה בשיווי משקל.

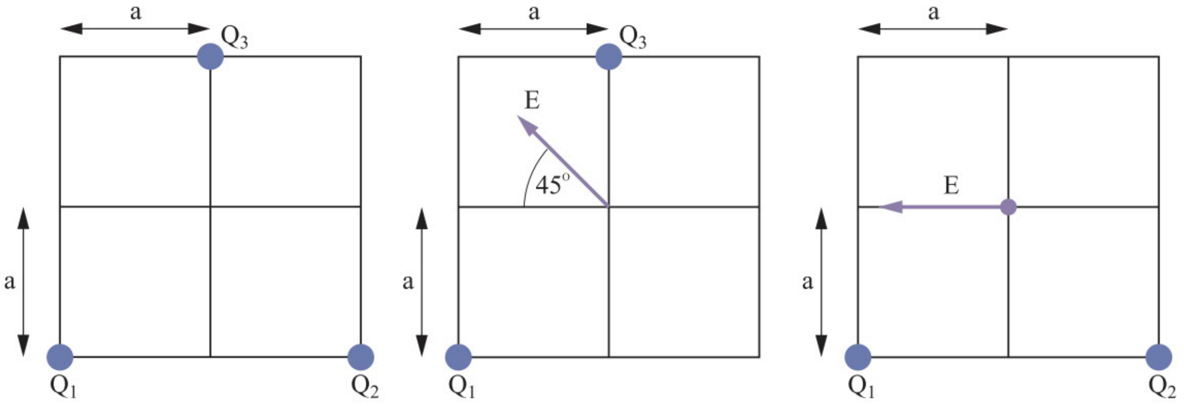
27. חרוז קטן שמסתו m ומטענו $+q$ מושחל על חוט העשוי מחומר מבדד שאורכו r. החוט קשור מצדו האחד לקרקע ומצדו האחר לתקרה. ניתן להזניח את החיכוך בין החוט והחרוז.

אל קצהו התחתון של החוט מחובר באופן קבוע כדור קטן שמטענו $+Q$. במצב המתואר בתרשים החרוז נמצא במנוחה. נתונים: r, g, m, Q, q.

היכן, לאורך הקו המחבר בין המטענים, עוצמת השדה החשמלי שווה אפס?

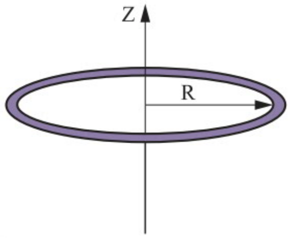


28. על היקפו של ריבוע שאורך צלעו 2a סודרו באופנים שונים המטענים Q_1, Q_2 ו-Q_3.
במצב המתואר בתרשים א, כיוון השדה החשמלי במרכז היה שמאלה בדיוק.
במצב המתואר בתרשים ב, התקבל במרכז הריבוע שדה חשמלי שקול, שכיוונו מתואר על ידי החץ.



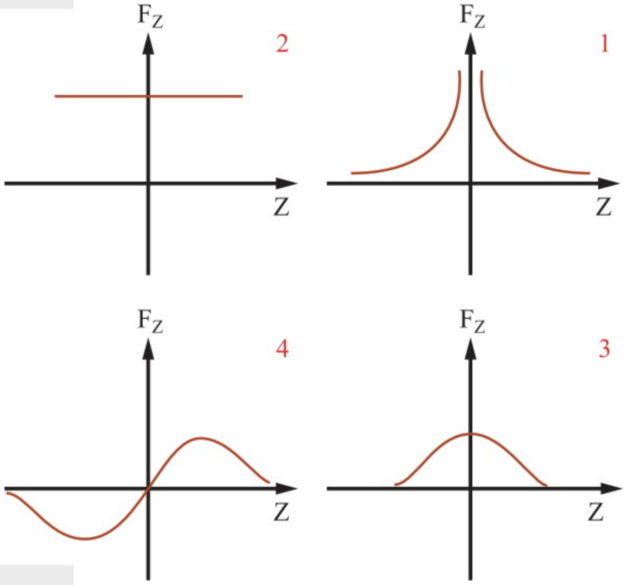
א. קבעו על פי תרשים א את **סימנם** של המטענים Q_1, Q_2 ואת היחס בין גודלם Q_2/Q_1. נמקו.
ב. קבעו על פי תרשים ב את **סימנו** של Q_3 ואת היחס בין הגדלים Q_3/Q_1 . נמקו.
ג. מהי זווית השדה השקול במרכז הריבוע, במצב המתואר בתרשים ג? נמקו.

29. בתרשים שלפניכם מתוארת טבעת מעגלית דקה שרדיוסה R והיא טעונה באופן אחיד במטען חיובי $+Q$.



ציר z מוגדר כך: ראשיתו נמצאת במרכז הטבעת המעגלית, הוא מאונך למישור הטבעת, וכיוונו החיובי כלפי מעלה (כמתואר בתרשים).

א. מהו השדה החשמלי שהטבעת יוצרת על ציר z בכל הנקודות ששיעורן $z > 0$? נמקו.
ב. מהו השדה החשמלי שהטבעת יוצרת על ציר z בכל הנקודות ששיעורן $z < 0$? נמקו.
ג. מהו גודל השדה החשמלי במרכז הטבעת ($z=0$)?
ד. לפניכם ארבעה גרפים (1)–(4).
איזה מבין ארבעת הגרפים יכול לתאר את השדה החשמלי לאורך ציר z, כפונקציה של z? נמקו.

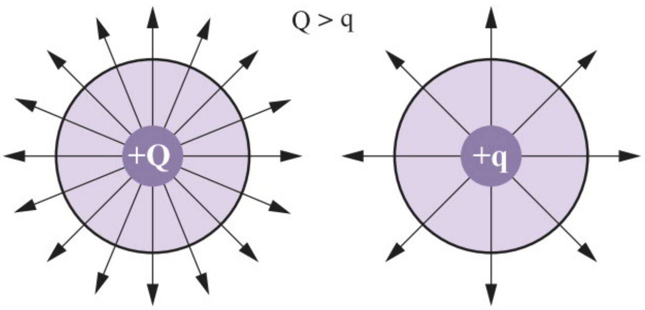


3 שטף חשמלי וחוק גאוס

רקע תיאורטי

עד כה ראינו איך שיקולים פשוטים אפשרו לנו לחשב שדות חשמליים של מערכי מטען מסוימים ומעטים בלבד. במקרים מורכבים יותר נשתמש **בחוק גאוס** (Gauss), המקשר בין השדה החשמלי לבין המטען הכולל ה"כלוא" בתוך משטח סגור, המכונה "**משטח גאוס**" על שמו של פרידריך גאוס (1777–1885), מתמטיקאי, פיזיקאי ואסטרונום גרמני נודע.

שטף של שדה חשמלי



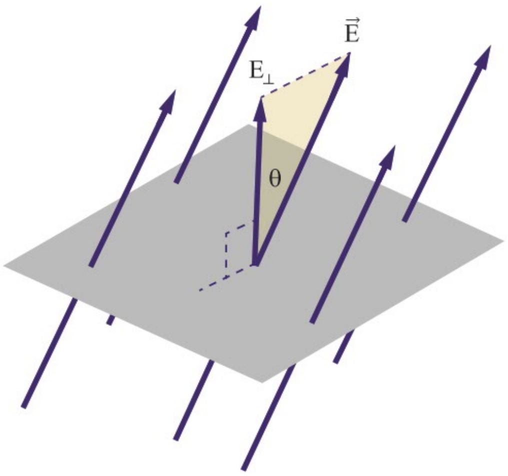
לפנינו תיאור של קווי שדה סביב שני מטענים נקודתיים חיוביים, כאשר Q גדול מ-q.

נעטוף (באופן דמיוני) כל אחד מהמטענים במשטח כדורי סגור בעל רדיוס כלשהו (השווה לשני המטענים).

בשל ההבדל בגודל המטענים, השדה החשמלי שייווצר על פני הכדור סביב Q יהיה גדול מזה שייווצר על פני הכדור המקיף את q.

עם זאת, בכל נקודה על פני משטחי הכדורים, וקטור השדה החשמלי E יהיה מאונך למשטח וגודלו קבוע, מכיוון שפני הכדור הם במרחק קבוע מהמרכז. לכן אם נסמן את שטח המעטפת של כל כדור ב-A, נקבל שמכפלת השדה החשמלי בשטח המעטפת **לא תהיה שווה** בשני המקרים.

למכפלה $E \cdot A$ קוראים **"שטף השדה החשמלי דרך המעטפת הכדורית"**, באופן אנלוגי למושג **שטף** בזרימה של נוזלים.



באופן כללי, שטף של שדה חשמלי דרך משטח **כלשהו** שווה **למכפלת רכיב השדה החשמלי הניצב למשטח** $(E_\perp = |\vec{E}| \cdot \cos\theta)$ בשטח המשטח A, כאשר θ היא הזווית בין וקטור השדה החשמלי לבין וקטור הניצב למשטח.

> נוכל להסיק כי **ככל שהמטען הנקודתי שיוצר את השדה גדול יותר, כך המכפלה** $E \cdot A$ **גדולה יותר (השטף החשמלי דרך משטח דמיוני שעוטף את המטען גדול יותר)**.
>
> זהו המקרה **הבסיסי** של **חוק גאוס** עבור מטען נקודתי.

נראה כעת כמה מקרים פרטיים נוספים.

חוק גאוס למשטח כדורי העוטף מטען נקודתי

בפרק הקודם ראינו שעל פי חוק קולון, השדה החשמלי סביב מטען נקודתי q שווה ל: $E = k\dfrac{q}{r^2}$.

נחשב את **השטף החשמלי**, שמוגדר כאמור כמכפלה $E \cdot A$, עבור כל אחד מהמטענים q ו–Q שהוצגו בתרשימים בעמוד הקודם, כאשר A הוא שטח המעטפת הכדורית.

$$\mathrm{E_q} \cdot \mathrm{A} = k\frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = 4\pi kq$$

$$\mathrm{E_Q} \cdot \mathrm{A} = k\frac{Q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = 4\pi kQ$$

קיבלנו שמכפלה זו **אינה תלויה ברדיוס הכדור**!

מסקנה: שטף השדה החשמלי של מטען נקודתי q דרך משטח שהוא מעטפת כדורית סביבו, **פרופורציוני לגודל המטען**, ובניסוח מתמטי: $\mathrm{E} \cdot \mathrm{A} = 4\pi k \cdot q$, כאשר A הוא שטח המשטח הדמיוני שדרכו בוקע השדה, E הוא גודל השדה הבוקע דרך המשטח הדמיוני, ו–q הוא גודל המטען הנמצא באזור התחום על ידי המשטח.

חוק גאוס למשטח גאוס כלשהו העוטף מטען נקודתי

נקיף מטען נקודתי במשטח גאוס (כלומר משטח סגור) כלשהו, **שאינו דווקא מעטפת כדורית**. נחלק את המשטח לפיסות שטח קטנות מאוד ΔA.

בכל מקום על פני המעטפת, וקטור השדה החשמלי יוצר זווית θ כלשהי עם וקטור השטח. לכן $E_\perp = \left|\bar{\vec{E}}\right| \cdot \cos\theta$.

אפשר להראות שמתקיים: $\sum\limits_{\text{על כל המשטח הסגור}} E_\perp \cdot \Delta A = 4\pi k \cdot q$

מסקנה: חוק גאוס מתקיים **ללא תלות בצורת המשטח** העוטף את המטען.

חוק גאוס - המקרה הכללי

אם המשטח הגאוסי מכיל בתוכו כמה מטענים, למשל q_1, q_2, q_3 הנמצאים במקומות שונים, ניתן להשתמש בעקרון הסופרפוזיציה, שלפיו כל מטען תורם את התרומה שלו לשטף הכללי $\sum \mathrm{E}_\perp \cdot \Delta A$, ומכאן:

$$\sum[(E_{\perp 1} \cdot \Delta A) + (E_{\perp 2} \cdot \Delta A) + (E_{\perp 3} \cdot \Delta A)] = 4\pi k q_1 + 4\pi k q_2 + 4\pi k q_3$$

$$\sum \mathrm{E}_{\perp,total} \cdot \mathrm{A} = 4\pi k \cdot q_{total}$$

כאשר A הוא שטח המשטח הדמיוני שדרכו בוקע השדה, $\mathrm{E}_{\perp,total}$ הוא הרכיב הניצב של השדה הבוקע דרך המשטח הדמיוני, ו–q_{total} שווה לסכום האלגברי של המטען הנמצא באזור התחום על ידי המשטח.

מסקנה: שטף השדה החשמלי דרך משטח סגור כלשהו נמצא ביחס ישר למטען הכולל בתוך המשטח. זהו הניסוח הכללי של חוק גאוס.

מקובל להשתמש בקבוע ε_0 המוגדר: $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\pi k}$. קבוע זה נקרא **הקבוע הדיאלקטרי של הריק** וערכו הוא:

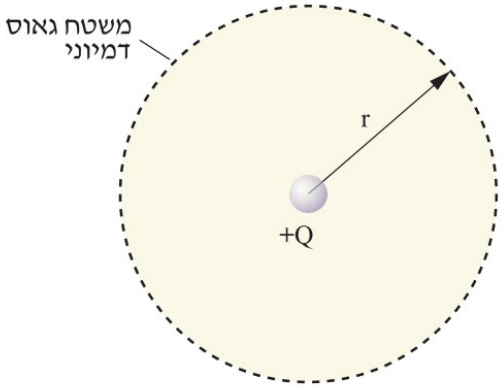
$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 8.85 \cdot 10^{-12}\left[\frac{C^2}{N \cdot m^2}\right]$$

ואז חוק גאוס נראה כך:

$$\sum \mathrm{E}_{\perp,total} \cdot \mathrm{A} = \frac{q_{total}}{\varepsilon_0}$$

שימושים של חוק גאוס

השדה החשמלי של מטען נקודתי



מטען חיובי Q מוצב בנקודה כלשהי. נבנה סביב המטען מעטפת כדורית שרדיוסה r. מטעמי סימטריה, השדה החשמלי מאונך למעטפת הכדורית ושווה בכל הנקודות שעל פניה. המטען הכלוא בתוך המעטפת הוא המטען Q.

שטח מעטפת הכדור שדרכו בוקע השדה הוא $A = 4\pi r^2$.

על פי חוק גאוס:

$$E_{\perp} \cdot A = E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi kQ$$

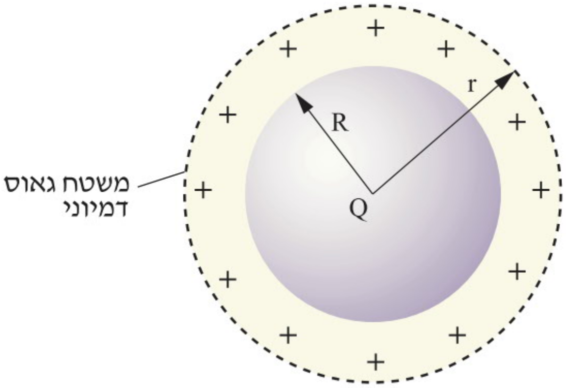
$$E = k\frac{Q}{r^2}$$

אם נמקם מטען נקודתי q במרחק r, נקבל שהכוח שפועל עליו הוא $F = q \cdot E = k\dfrac{Q \cdot q}{r^2}$.

זהו למעשה **חוק קולון**.

השדה החשמלי של כדור מוליך טעון

השדה מחוץ לכדור (r>R):



כמו במקרה הקודם, נבנה מעטפת כדורית שרדיוסה r. מטעמי סימטריה, השדה החשמלי מאונך למעטפת הכדורית ושווה בכל הנקודות שעל פניה. המטען הכלוא בתוך המעטפת שווה למטען הכדור Q. שטח מעטפת הכדור שדרכו בוקע השדה הוא $A = 4\pi r^2$.

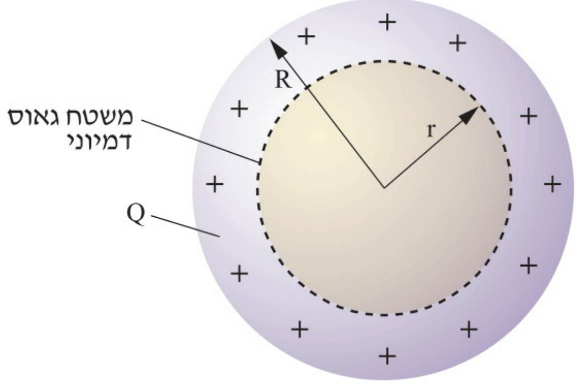
מכאן:

$$E_{\perp} \cdot A = E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi kQ$$

$$E = k\frac{Q}{r^2}$$

מסקנה: השדה החשמלי שנוצר על ידי כדור מוליך טעון בנקודות שונות מחוץ לכדור, שווה לשדה שהיה נוצר בנקודות אלה אילו כל המטען היה מרוכז בנקודה במרכז הכדור.

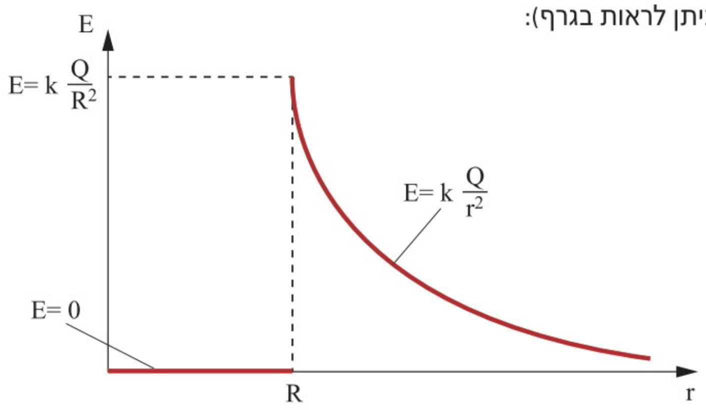
השדה בתוך הכדור (r<R):



נבנה מעטפת כדורית שרדיוסה r. מכיוון שהכדור מוליך, המטען נמצא על שפתו, ולכן אין מטען בתוך המעטפת הכדורית, כלומר $q=0$. מחוק גאוס **מתקבל** $E=0$, **תוצאה שקיבלנו בפרק הקודם משיקולי סימטריה**.

לסיכום, במקרה של כדור מוליך טעון, מתקיים (כפי שניתן לראות בגרף):

- השדה החשמלי ממרכז הכדור ועד לפני הכדור שווה אפס.
- על פני הכדור ומחוצה לו, עוצמת השדה שווה לזו שהייתה מתקבלת אילו כל המטען היה מרוכז במרכזו, כלומר ביחס הפוך לריבוע המרחק.

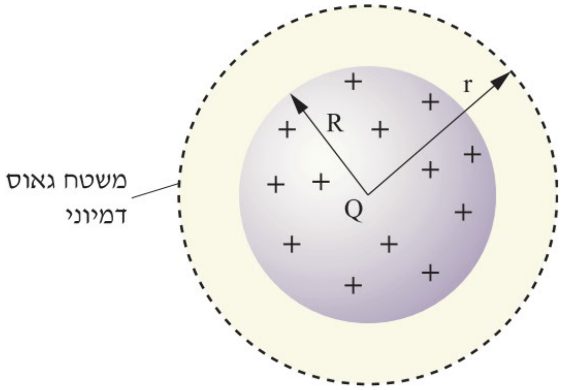


השדה החשמלי של כדור טעון כפונקציה של המרחק ממרכז הכדור

שדה חשמלי של כדור לא מוליך טעון

לפנינו כדור **לא מוליך**, שרדיוסו R והוא טעון במטען חיובי Q. נחשב את השדה החשמלי שלו.

- **השדה מחוץ לכדור (r>R):**



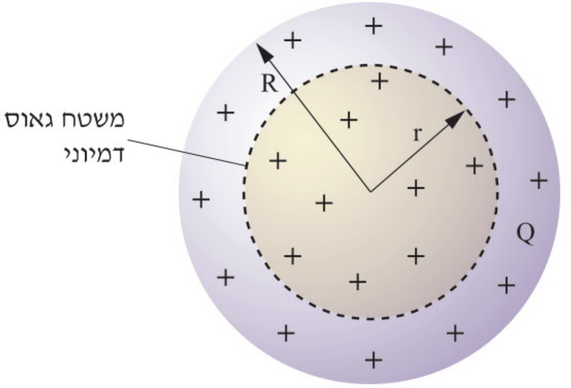
נבנה משטח גאוסי בצורת מעטפת כדורית ברדיוס r. מטעמי סימטריה, השדה החשמלי מאונך למעטפת הכדורית ושווה בכל הנקודות שעל פניה. המטען הכלוא בתוך המעטפת שווה למטען הכדור Q. שטח מעטפת הכדור שדרכו בוקע השדה הוא $A = 4\pi r^2$.

$$E_\perp \cdot A = E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi kQ$$

$$E = k\frac{Q}{r^2}$$

מסקנה: השדה החשמלי שנוצר על ידי כדור **לא מוליך** טעון בנקודות שונות מחוץ לכדור, שווה לשדה שהיה נוצר בנקודות אלה אילו כל המטען היה מרוכז בנקודה במרכז הכדור.

- **השדה בתוך הכדור ($r<R$):**



מכיוון שהכדור אינו מוליך, המטען אינו מרוכז על פניו. השדה החשמלי בתוך הכדור תלוי במרחק ממרכז הכדור, ונקבע על פי גודל המטען של הכדור, עד לנקודה שבה מחשבים את השדה.

נבנה בתוך הכדור מעטפת כדורית שרדיוסה r.

מטעמי סימטריה, השדה החשמלי מאונך למעטפת הכדורית ושווה בכל הנקודות שעל פניה. נניח שהכדור טעון בצורה אחידה ונמצא את הביטוי למטען q הכלוא בתוך המעטפת.

נסמן:

V נפח כל הכדור שרדיוסו R ומטענו Q.

V' נפח כדור פנימי שרדיוסו r.

הביטוי לצפיפות המטען:

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}, \quad \rho' = \frac{q}{V'} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

מכיוון שהנחנו שהכדור טעון בצורה אחידה, נוכל להשוות את הביטויים ולקבל:

$$\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

ומכאן: $q = \frac{r^3}{R^3}\cdot Q$.

נמצא את עוצמת השדה בתוך הכדור הלא מוליך בעזרת חוק גאוס:

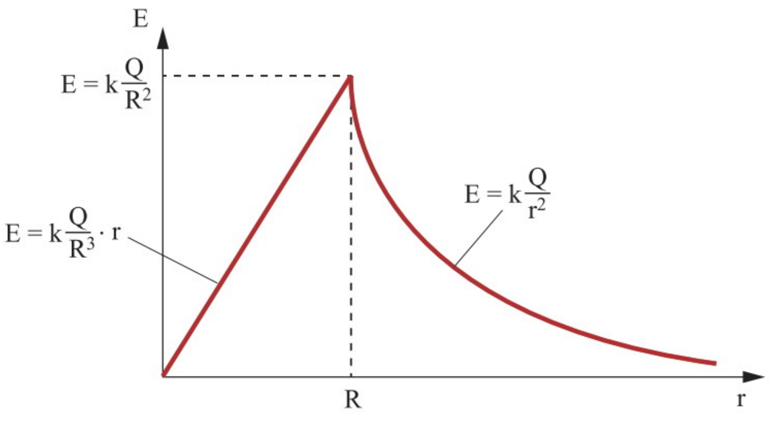
$$E_{\perp}\cdot A = 4\pi kq$$

$$E\cdot 4\pi r^2 = 4\pi k\frac{r^3}{R^3}\cdot Q$$

$$E = k\frac{Q}{R^3}\cdot r$$

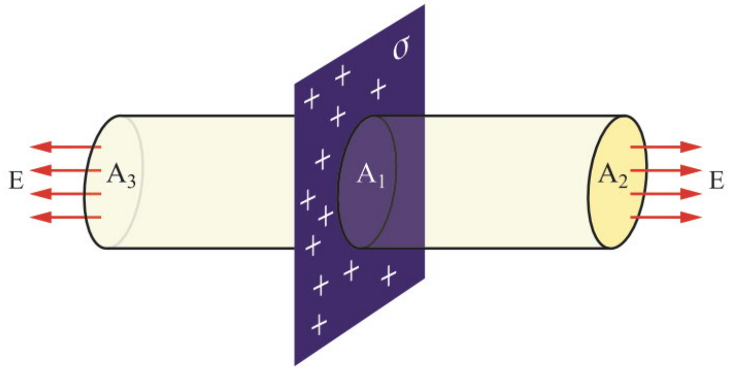
לסיכום, במקרה של כדור לא מוליך טעון, כפי שניתן לראות בגרף, מתקיים:

- השדה החשמלי ממרכז הכדור ועד לפני הכדור גדל ונמצא ביחס ישר למרחק ממרכז הכדור.
- על פני הכדור ומחוצה לו, עוצמת השדה שווה לזו שהייתה מתקבלת אילו כל המטען היה מרוכז במרכזו, כלומר ביחס הפוך לריבוע המרחק.



השדה החשמלי של כדור לא מוליך טעון כפונקציה של המרחק ממרכז הכדור

שדה חשמלי של לוח מוליך אינסופי טעון



לוח מוליך אינסופי טעון במטען +Q המפוזר בצורה אחידה (כמות המטען ליחידת שטח $\sigma = \frac{Q}{A}$ היא קבועה).

מטעמי סימטריה, בכל אחד משני צדי המישור מתקבל שדה אחיד. נחשב שדה זה בעזרת חוק גאוס.

נבחר בתור משטח גאוסי משטח גלילי, כך ששני בסיסיו, ששטח כל אחד מהם A, מקבילים ללוח משני עבריו ובמרחק זהה ממנו.

המטען Q הכלוא בתוך הגליל נמצא על חלק הלוח שבתוך הגליל (A_1) ולכן $Q = \sigma \cdot A_1$.

השדה החשמלי מקביל למעטפת הגליל ומאונך לשני הבסיסים A_2 ו- A_3 ולכן:

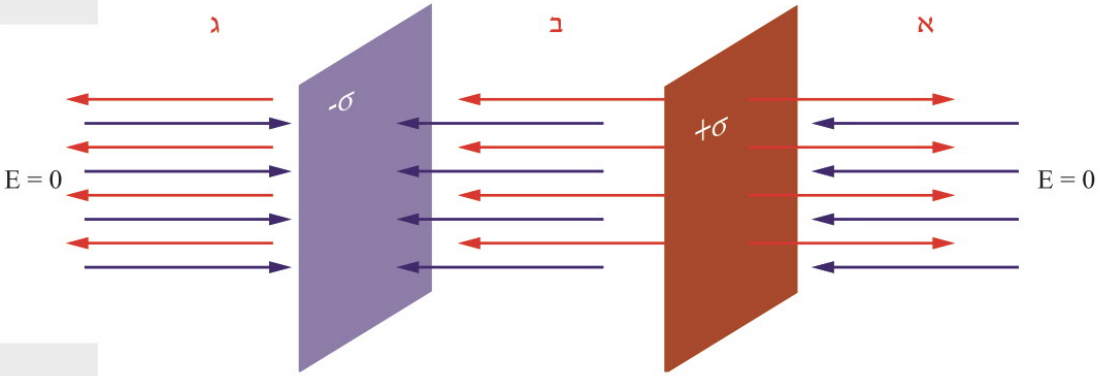
$$E_\perp \cdot A = 4\pi kQ$$

$$E_\perp \cdot (A_2 + A_3) = 4\pi k\sigma A_1$$

$$E_\perp = 2\pi k\sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

שדה חשמלי בין שני לוחות אינסופיים טעונים

בהתבסס על התוצאה שקיבלנו עבור לוח אינסופי טעון, ניתן לראות כי:



- בין הלוחות השדה אחיד ושווה לסכום הווקטורי של השדות של שני הלוחות, כלומר:

$$E = 2\pi k\sigma + 2\pi k\sigma = 4\pi k\sigma = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

- מחוץ ללוחות השדות מבטלים זה את זה והשדה השקול שווה לאפס, E=0.

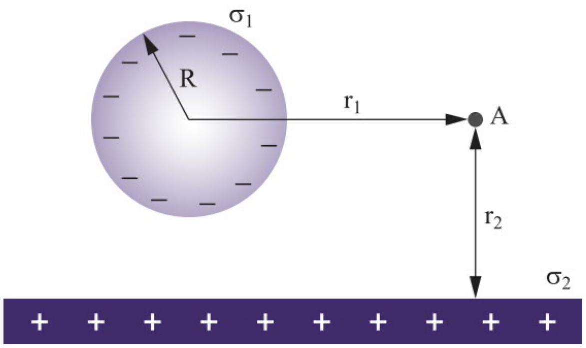
שימו לב: השדה בין כל שני לוחות שהמרחק ביניהם קטן מאוד ביחס לשטחם שווה ל- $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, כלומר ניתן להתייחס אליהם כאילו הם אינסופיים.

סיכום

1. **שטף** של שדה חשמלי דרך משטח A הוא מכפלת רכיב השדה החשמלי הניצב לשטח $E_{\perp}=\left|\vec{E}\right|\cdot\cos\theta$ בשטח A.
2. **חוק גאוס**: שטף השדה החשמלי דרך משטח סגור, הנקרא **משטח גאוס**, נמצא ביחס ישר למטען הכולל בתוך המשטח, $\sum \text{E}_{\perp,total}\cdot\text{A}=\frac{q_{total}}{\varepsilon_0}$.
3. השדה החשמלי במקרה של **כדור מוליך טעון**:
   א. **בתוך הכדור**: ממרכז הכדור ועד לפני הכדור השדה החשמלי שווה אפס.
   ב. **מחוץ לכדור ועל פניו**: השדה החשמלי שווה לשדה שהיה נוצר אילו כל המטען היה מרוכז במרכז הכדור.
4. השדה החשמלי במקרה של **כדור לא מוליך טעון**:
   א. **בתוך הכדור**, ממרכז הכדור ועד לפני הכדור, השדה החשמלי גדל ונמצא ביחס ישר למרחק ממרכז הכדור: $E=k\frac{Q}{R^3}\cdot r$, כאשר Q המטען החשמלי, R רדיוס הכדור, r המרחק ממרכז הכדור.
   ב. **מחוץ לכדור**, השדה החשמלי שווה לשדה שהיה נוצר אילו כל המטען היה מרוכז במרכז הכדור.
5. השדה החשמלי של **לוח אינסופי** הטעון במטען Q+ ומפוזר בצפיפות מטען אחידה σ הוא: $\text{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.
6. השדה חשמלי בין **שני לוחות אינסופיים טעונים** במטענים שווים ומנוגדים, המפוזרים בצפיפות מטען אחידה, הוא: $\text{E}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$. מחוץ ללוחות השדה החשמלי שווה אפס.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)

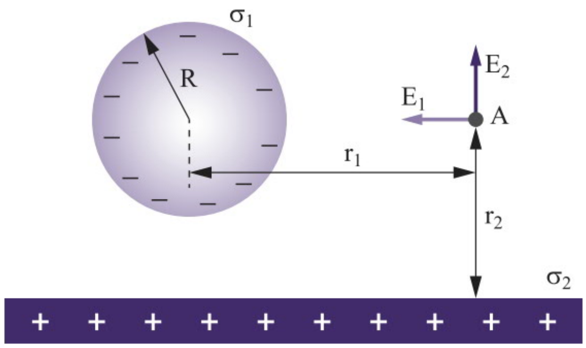


מרכזה של קליפה כדורית מוליכה שרדיוסה R=10[cm] נמצא במרחק r_2=20[cm] מלוח מישורי גדול מאוד. הקליפה טעונה במטען שלילי בצפיפות אחידה $\sigma_1=-2\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$,

והלוח טעון במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma_2=+5\cdot10^{-7}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

חשבו את עוצמת השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה A הנמצאת במרחק r_1=25[cm] ממרכז הכדור.

פתרון דוגמה מספר (1)



נחשב תחילה את גודל השדות החשמליים.

לפי חוק גאוס, השדה מחוץ לקליפה הטעונה הריהו כשדה שהיה יוצר מטען נקודתי שווה ערך למטען המפולג על פני שטח הפנים החיצוני של הקליפה המוליכה:

בכיוון שמאלה:

$$E_{1A}=k\frac{Q_1}{r_1^2}=k\frac{\sigma_1\cdot4\pi R^2}{r_1^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{4\cdot\pi\cdot2\cdot10^{-6}\cdot(0.1)^2}{0.25^2}=3.6\cdot10^4\left[\frac{N}{C}\right]$$

לפי חוק גאוס, גודל השדה שנוצר בשל הלוח המישורי:

$$E_{2A}=\frac{\sigma_2}{2\cdot\varepsilon_0}=\frac{5\cdot10^{-7}}{2\cdot8.85\cdot10^{-12}}=2.8\cdot10^4\left[\frac{N}{C}\right]$$

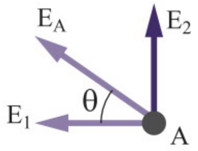
בכיוון מעלה.

השדה בנקודה A שווה לסכום השדות של הלוח והקליפה. גודלו:

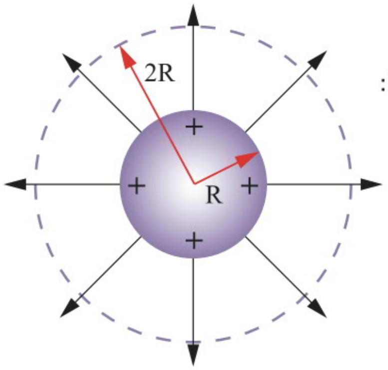
$$E_A=\sqrt{(3.6\cdot10^4)^2+(2.8\cdot10^4)^2}=4.6\cdot10^4\left[\frac{N}{C}\right]$$

$$\tan\theta=\left|\frac{2.8\cdot10^4}{3.6\cdot10^4}\right|=0.77\Rightarrow\theta=37.8°$$

כיוונו:



דוגמה מספר (2)



כדור העשוי מחומר מוליך שרדיוסו R טעון בצפיפות מטען משטחית אחידה σ+. נתונים: σ, ε_0.

א. מהו גודל מטען הכדור?

ב. מהו השדה החשמלי סמוך מאוד לפני הכדור?

ג. מהו השדה במרחק 2R ממרכז הכדור?

ד. מהו השדה במרחק $\frac{R}{2}$ ממרכז הכדור?

פתרון דוגמה מספר (2)

א. נמצא את מטען הכדור בעזרת צפיפות המטען המשטחית. שטח הפנים של מעטפת כדורית הוא $A=4\pi R^2$, מכאן:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi R^2} \Rightarrow Q = \sigma \cdot 4\pi R^2$$

ב. לפי חוק גאוס, השדה מחוץ לכדור הטעון שווה לשדה שהיה יוצר מטען נקודתי שווה ערך Q, הנמצא במרכז הכדור, לכן:

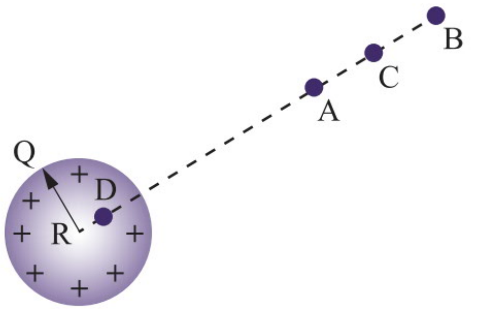
$$E_R = \frac{k \cdot Q}{R^2} = \frac{k \cdot \sigma \cdot 4\pi R^2}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sigma \cdot 4\pi = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

ג. המרחק גדל פי 2, עוצמת השדה החשמלי קטנה פי 4:

$$E_{2R} = \frac{k \cdot Q}{(2R)^2} = \frac{k \cdot \sigma \cdot 4\pi R^2}{4 \cdot R^2} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sigma \cdot 4\pi}{4} = \frac{1}{4}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

ד. השדה האלקטרוסטטי בתוך הכדור המוליך הוא **אפס**, ועודף המטען מתפלג על פני שטח הפנים של המוליך.

דוגמה מספר (3)



נתון כדור מוליך הטעון במטען Q+. המטען מפולג על פני שטח הפנים החיצוני של הכדור המוליך. עוצמת השדה החשמלי בנקודה A הנמצאת מחוץ לכדור היא $E_A = 72\left[\frac{N}{C}\right]$, ועוצמת השדה החשמלי בנקודה B היא $E_B = 18\left[\frac{N}{C}\right]$.

א. מהו וקטור השדה החשמלי בנקודה C, הנמצאת באמצע המרחק בין שתי הנקודות A ו–B?

ב. מהו השדה החשמלי בנקודה D, הנמצאת באמצע המרחק בין מרכז הכדור לבין שפת הכדור?

פתרון דוגמה מספר (3)

א. לפי חוק גאוס, השדה מחוץ לכדור הטעון שווה לשדה שהיה יוצר מטען נקודתי שווה ערך למטען המפולג על פני שטח הפנים החיצוני של הכדור המוליך.

עוצמת השדה ב–A:

$$E_A = \frac{kQ}{{r_A}^2} \Rightarrow 72 = \frac{kQ}{{r_A}^2} \Rightarrow kQ = 72 \cdot {r_A}^2$$

עוצמת השדה ב– B:

$$E_B = \frac{kQ}{{r_B}^2} \Rightarrow 18 = \frac{kQ}{{r_B}^2} \Rightarrow KQ = 18 \cdot {r_B}^2$$

נמצא את היחס בין המרחקים:

$$18 \cdot {r_B}^2 = 72 \cdot {r_A}^2$$

$$\frac{{r_B}^2}{{r_A}^2} = \frac{72}{18} = 4$$

$$r_B = 2 \cdot r_A$$

מרחק C ממרכז הכדור: $r_C = \frac{r_A + r_B}{2}$

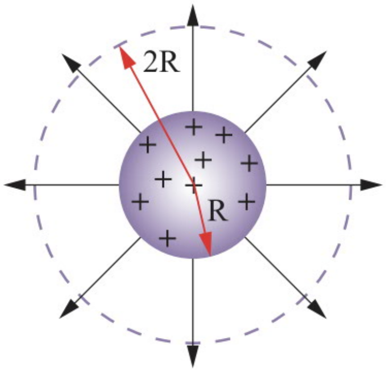
מכאן שעוצמת השדה בנקודה C:

$$E_C = \frac{kQ}{r_C^2} = \frac{kQ}{\left(\frac{r_A + r_B}{2}\right)^2} = \frac{kQ}{\left(\frac{3r_A}{2}\right)^2} = \frac{4}{9}\frac{kQ}{{r_A}^2} = \frac{4}{9} \cdot 72 = 32\left[\frac{N}{C}\right]$$

כיוונו הוא רדיאלי, כלפי חוץ.

ב. לפי חוק גאוס, השדה האלקטרוסטטי בתוך הכדור המוליך הוא אפס.

דוגמה מספר (4)



כדור העשוי מחומר מבודד שרדיוסו R טעון במטען חיובי בצפיפות נפחית +ρ.
ידוע שעוצמת השדה החשמלי במרחק 2R ממרכזו היא E.
נתונים: E, ε_0, ρ .

א. מצאו את רדיוסו של הכדור R.

ב. מצאו את מטען הכדור Q.

פתרון דוגמה מספר (4)

א. נבטא את מטען הכדור בעזרת חוק גאוס.

עוצמת השדה מחוץ לכדור הטעון במרחק 2R ממרכזו:

$$E = k\frac{Q}{(2R)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{4R^2}$$

מכאן שמטען הכדור:

$$Q = E\cdot 16\pi\varepsilon_0 R^2$$

נבטא את מטען הכדור בעזרת צפיפות המטען הנפחית, הנתונה בביטוי:

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

מכאן שמטען הכדור:

$$Q = \rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3$$

נשווה בין שני הביטויים שקיבלנו עבור המטען:

$$E\cdot 16\pi\varepsilon_0 R^2 = \rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3$$

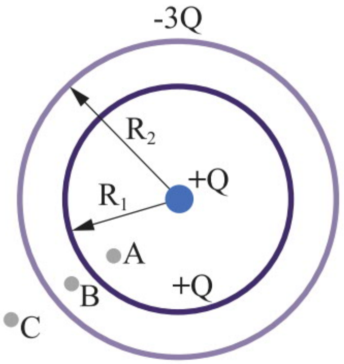
ומכאן שרדיוס הכדור הוא:

$$R = \frac{12E\varepsilon_0}{\rho}$$

ב. נציב את הביטוי שהתקבל עבור הרדיוס באחד מהביטויים של המטען:

$$Q = E\cdot 16\pi\varepsilon_0 R^2 = E\cdot 16\pi\varepsilon_0\cdot\left(\frac{12E\varepsilon_0}{\rho}\right)^2 = \frac{2304\cdot\pi\cdot E^3\cdot\varepsilon_0^3}{\rho^2}$$

דוגמה מספר (5)



קליפה כדורית שרדיוסה R_1 נמצאת בתוך קליפה כדורית שרדיוסה R_2.

לשתי הקליפות מרכז משותף O שנמצא בו מטען נקודתי +Q.

הקליפה הפנימית טעונה במטען חיובי +Q, והקליפה החיצונית טעונה במטען חשמלי שלילי -3Q. שתי הקליפות עשויות מחומר מוליך.

בטאו באמצעות נתוני השאלה את גודל השדה החשמלי הכולל, ששתי הקליפות והמטען יוצרים בכל אחת מהנקודות A ,B ,C.

פתרון דוגמה מספר (5)

על פי חוק גאוס:

- נקודה A נמצאת בתוך שתי הקליפות, לכן השדה הוא בהשפעת המטען הנקודתי:

$$E_A = \frac{kQ}{r_A^2}$$

- נקודה B נמצאת **בתוך** הקליפה החיצונית **ומחוץ** לקליפה הפנימית, ולכן השדה הוא בהשפעת המטען הנקודתי ובהשפעת הקליפה הפנימית.

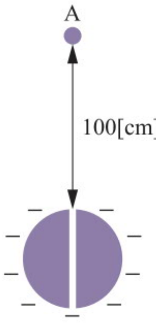
השדה מחוץ לקליפה הפנימית הריהו כשדה שהיה יוצר מטען נקודתי שווה ערך למטען המפולג על פני שטח הפנים החיצוני של הקליפה. מכאן שהשדה בהשפעת הקליפה הפנימית והמטען הנקודתי:

$$E_B = \frac{kQ}{r_B^2} + \frac{kQ}{r_B^2} = 2\frac{kQ}{r_B^2}$$

- נקודה C נמצאת מחוץ לשתי הקליפות, לכן השדה הוא בהשפעת המטען הנקודתי ובהשפעת שתי הקליפות, השווה לזה שהיה יוצר מטען נקודתי שווה ערך למטען המפולג על פני שטח הפנים החיצוני של הקליפות:

$$E_C = \frac{kQ}{r_C^2} + \frac{kQ}{r_C^2} - 3\frac{kQ}{r_C^2} = -\frac{kQ}{r_C^2}$$

דוגמה מספר (6)



תרשים א

כדור מוליך שרדיוסו R=10[cm] וקדוחה בו תעלה צרה מאוד העוברת דרך מרכזו (כמתואר בתרשים א). הכדור טעון במטען שלילי. נתון כי **גודל** השדה החשמלי בנקודה A, שנמצאת במרחק 100[cm] משפת הכדור (מול התעלה), הוא $E_A = 20\left[\frac{N}{C}\right]$.

פרוטון משוחרר ממנוחה מהנקודה A.

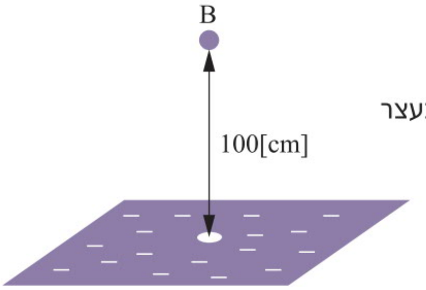
א. תארו את תנועת הפרוטון (צורת המסלול, מהירותו, תאוצתו) עד הרגע שבו הוא נעצר לראשונה. הסבירו את שיקוליכם.

ב. מצאו את עוצמת השדה החשמלי סמוך מאוד לפני הכדור הטעון.

במקרה אחר לוקחים לוח "אינסופי" טעון במטען שלילי בצפיפות אחידה, שבו נקב קטן (תרשים ב).

פרוטון משוחרר ממנוחה מהנקודה B, הנמצאת מעל הנקב במרחק 100[cm] מהלוח.

נתון כי גודל השדה החשמלי בנקודה B הוא $E_B=20\left[\frac{N}{C}\right]$.



תרשים ב

ג. תארו את תנועת הפרוטון (צורת המסלול, מהירותו, תאוצתו) עד הרגע שבו הוא נעצר לראשונה. הסבירו את שיקוליכם.

ד. מצאו את מהירותו של הפרוטון, כהרף עין לפני הגעתו ללוח הטעון.

ה. מהי צפיפות המטען המשטחית של הלוח σ?

פתרון דוגמה מספר (6)

א. מרגע שחרורו ועד הגיעו לשפת הכדור, כוח המשיכה החשמלי מאיץ את הפרוטון כלפי מטה. לכן הפרוטון מגביר את מהירותו כאשר גודל תאוצתו ומהירותו מרביים, סמוך לשפת הכדור.

בתוך הכדור השדה החשמלי שווה לאפס, לכן לא יפעל כוח על הפרוטון והוא ינוע במהירות קבועה.

מרגע יציאתו מהנקב, מהירות הפרוטון תקטן כי כיוון הכוח הפועל עליו הוא כלפי מעלה וכך גם כיוון תאוצתו.

ב. נחשב תחילה את מטען הכדור בעזרת השדה בנקודה A:

$$E_A=\frac{kQ}{r_A^2}\Rightarrow Q=\frac{E_A\cdot r_A^2}{k}=\frac{20\cdot 1.1^2}{9\cdot 10^9}=2.68\cdot 10^{-9}[C]$$

נסמן נקודה AA על שפת הכדור:

$$E_{AA}=\frac{kQ}{r_{AA}^2}=\frac{9\cdot 10^9\cdot 2.68\cdot 10^{-9}}{0.1^2}=2412\left[\frac{N}{C}\right]$$

ג. מרגע שחרורו ועד הגיעו ללוח, כוח המשיכה החשמלי, שהוא קבוע בגודלו, מאיץ את הפרוטון בתאוצה קבועה כלפי מטה והפרוטון מגביר את מהירותו. מרגע יציאתו מהנקב, מהירות הפרוטון תקטן בקצב קבוע.

ד. נחשב תחילה את תאוצת הפרוטון:

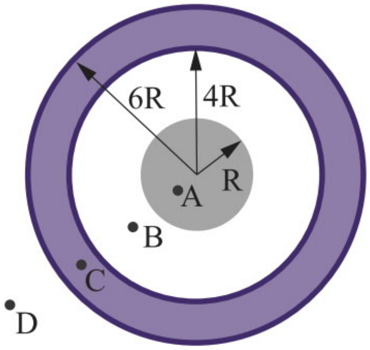
$$\sum F_y=ma_y\Rightarrow Eq=ma_y\Rightarrow a_y=\frac{Eq}{m}=\frac{20\cdot 1.6\cdot 10^{-19}}{1.67\cdot 10^{-27}}=1.916\cdot 10^9\left[\frac{m}{\mathrm{s}^2}\right]$$

$$v_t^2=v_0^2+2ay=2\cdot 1.916\cdot 10^9\cdot 1\Rightarrow v_t=61.9\cdot 10^3\left[\frac{m}{\mathrm{s}}\right]$$

ה.

$$E=\frac{\sigma}{2\cdot\varepsilon_0}\Rightarrow\sigma=E\cdot 2\cdot\varepsilon_0=20\cdot 2\cdot 8.85\cdot 10^{-12}=3.54\cdot 10^{-10}\left[\frac{C}{m^2}\right]$$

דוגמה מספר (7)



כדור מוליך שרדיוסו R טעון בצפיפות מטען משטחית $+\sigma$.

הכדור מוקף בקליפה מוליכה כדורית ניטרלית, שרדיוסה הפנימי 4R ורדיוסה החיצוני 6R. נתונים: R, σ, ε_0

א. תארו את חלוקת המטען על שפות הקליפה המוליכה.

ב. בטאו את השדה החשמלי בנקודות: A ,B ,C ,D.

פתרון דוגמה מספר (7)

א. מטען הכדור המלא:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi R^2} \Rightarrow Q = +\sigma \cdot 4\pi R^2$$

כדי לקבל E=0 בכל נקודה פנימית של הקליפה המוליכה, צריך להימצא מטען מושרה $-Q$ על המשטח הפנימי של הקליפה המוליכה, שאותו משרה המטען $+Q$ שעל שפת הכדור.

מכאן שהמטען המושרה על השפה הפנימית של הקליפה:

$$-Q = -\sigma \cdot 4\pi R^2$$

המטען על השפה החיצונית שווה בגודלו והפוך בסימנו לזה של הקליפה החיצונית כי הקליפה ניטרלית:

$$+Q = +\sigma \cdot 4\pi R^2$$

ב. לפי חוק גאוס, השדה האלקטרוסטטי בתוך הכדור המוליך הוא אפס.

$$E_A = 0$$

השדה מחוץ לכדור הטעון זהה לשדה שהיה יוצר מטען נקודתי שווה ערך Q הנמצא במרכז הכדור.

הקליפה הכדורית אינה משפיעה.

$$E_B = k\frac{Q}{r_B^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{r_B^2} = \frac{\sigma \cdot R^2}{\varepsilon_0 \cdot r_B^2}$$

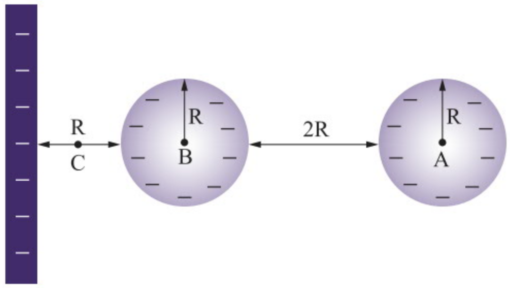
השדה בתוך הקליפה המוליכה שווה אפס:

$$E_C = 0$$

השדה מחוץ לקליפה (הניטרלית) ולכדור הטעון, שווה לשדה שהיה יוצר מטען נקודתי שווה ערך Q הנמצא במרכז הכדור.

$$E_D = k\frac{Q}{r_D^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{r_D^2} = \frac{\sigma \cdot R^2}{\varepsilon_0 \cdot r_D^2}$$

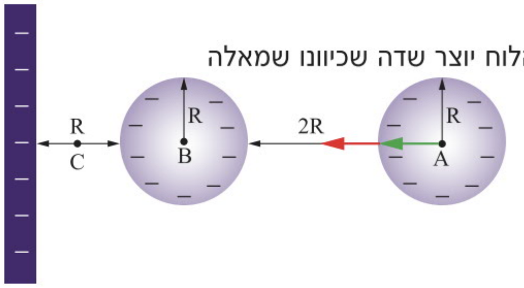
דוגמה מספר (8)



נתונות שתי קליפות כדוריות מוליכות וזהות, שרדיוס כל אחת מהן הוא R, וכל אחת מהן טעונה במטען שלילי Q-. משמאל לקליפות הכדוריות נמצא לוח אינסופי, הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ-.

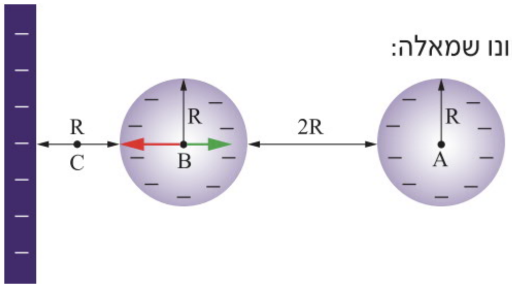
מהו השדה בנקודות A, B, C, הנמצאות על הישר המחבר בין מרכזי שתי הקליפות הכדוריות? (נקודה C נמצאת במרחק $\frac{R}{2}$ מהלוח ומהקליפה.)

פתרון דוגמה מספר (8)



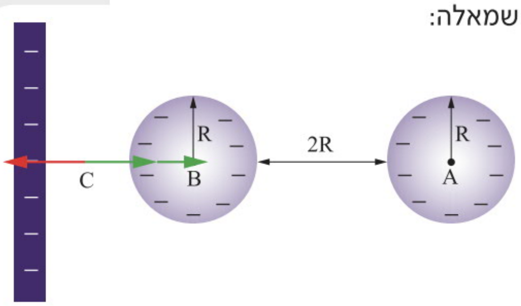
בנקודה A הקליפה השמאלית יוצרת שדה שכיוונו שמאלה (חץ ירוק), והלוח יוצר שדה שכיוונו שמאלה (חץ אדום):

$$E_A = -\frac{kQ}{(4R)^2} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



בנקודה B הקליפה הימנית יוצרת שדה שכיוונו ימינה, והלוח יוצר שדה שכיוונו שמאלה:

$$E_B = \frac{kQ}{(4R)^2} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

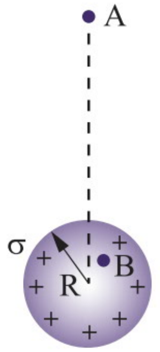


בנקודה C שתי הקליפות יוצרת שדה שכיוונו ימינה, והלוח יוצר שדה שכיוונו שמאלה:

$$E_C = \frac{kQ}{(1.5R)^2} + \frac{kQ}{(5.5R)^2} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

תרגילים

1. נתון כדור מוליך שרדיוסו $R=5[cm]$. הכדור טעון במטען חיובי בצפיפות אחידה σ על פני שטח הפנים החיצוני שלו. עוצמת השדה החשמלי בנקודה A, הנמצאת במרחק של $80[cm]$ ממרכז הכדור, היא $E_A=100\left[\frac{N}{C}\right]$.

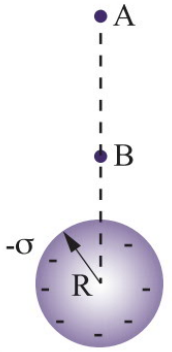


א. חשבו את גודל המטען Q של הכדור.

ב. חשבו את צפיפות המטען המשטחית σ על פני הכדור.

ג. מהו גודל השדה החשמלי בנקודה B הנמצאת במרחק של $3[cm]$ ממרכז הכדור?

2. נתון כדור מוליך שרדיוסו $R=5[cm]$ הטעון במטען שלילי בצפיפות אחידה $\sigma=-6\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$ על פני שטח הפנים החיצוני שלו.

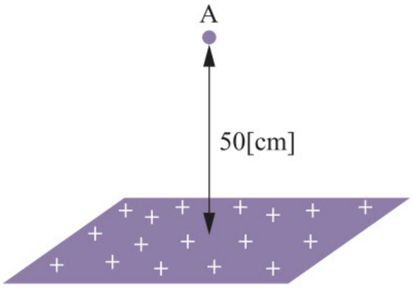


א. חשבו את גודל המטען Q של הכדור.

ב. מהי עוצמת השדה החשמלי בנקודה A הנמצאת במרחק של $2[m]$ ממרכז הכדור, ומה כיוונו?

ג. מה גודל וכיוון הכוח שיפעל על מטען $q=2\cdot10^{-6}\,[C]$, שיונח בנקודה B הנמצאת במרחק של $1[m]$ ממרכז הכדור?

3. אלקטרון משוחרר ממנוחה מנקודה A, הנמצאת 50 ס"מ מעל לוח "אינסופי" הטעון במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma=8\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.



א. תארו את תנועת האלקטרון (צורת המסלול, מהירותו, תאוצתו) עד רגע הגיעו ללוח.

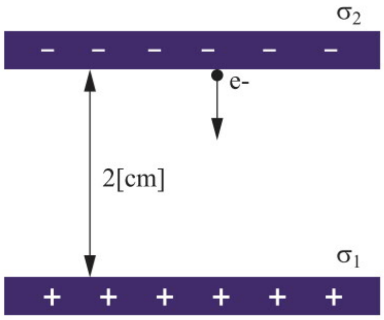
ב. מצאו את מהירותו של האלקטרון כהרף עין לפני הגעתו ללוח הטעון.

ג. מה היה זמן תנועתו מרגע שחרורו ועד הגעתו ללוח?

4. שני לוחות מישוריים גדולים מאוד נמצאים במרחק של $2[cm]$ זה מזה.

הלוח התחתון טעון במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma_1=5\cdot10^{-9}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

העליון טעון במטען שלילי בצפיפות אחידה $\sigma_2=-5\cdot10^{-9}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.



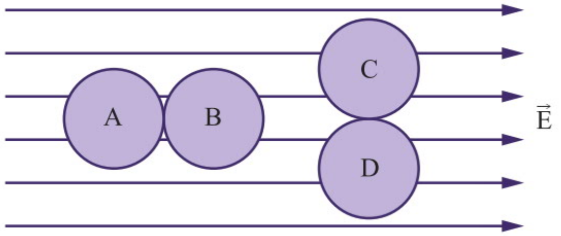
משחררים ממנוחה אלקטרון מהלוח השלילי. הניחו כי כוח הכבידה זניח.

א. מהי עוצמת השדה החשמלי ומה כיוונו בין הלוחות?

ב. מהי תאוצת האלקטרון הנע בין הלוחות?

ג. כעבור כמה זמן יגיע האלקטרון ללוח החיובי?

5. נתונים ארבעה כדורים מוליכים זהים ולא טעונים: A, B, C, D.



הכדורים A ו–B נוגעים זה בזה וכך גם הכדורים C ו–D. מפעילים על הכדורים שדה חשמלי אחיד שכיוונו ימינה.

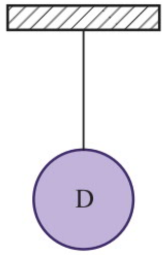
א. איזה מהמשפטים הבאים מתאר נכון את מה שיתרחש?

[1] כדור A ייטען במטען חיובי, כדור B ייטען במטען שלילי.

[2] כדור C ייטען במטען חיובי, כדור D ייטען במטען שלילי.

[3] כדורים A ו–B לא ייטענו.

[4] כדורים C ו–D לא ייטענו.



ב. מוציאים את כדור D מהשדה החשמלי ותולים אותו על חוט מבודד מחוץ לשדה. מוציאים מהשדה החשמלי גם את הכדורים A, B ו–C.
איזה מהמשפטים הבאים מתאר נכון את מה שיתרחש?

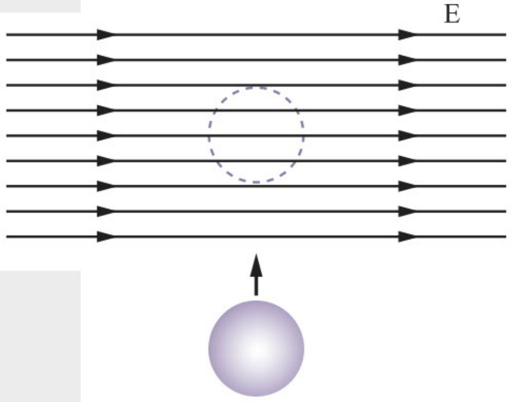
[1] כאשר יקרבו לכדור D את כדור A הוא יימשך אליו.

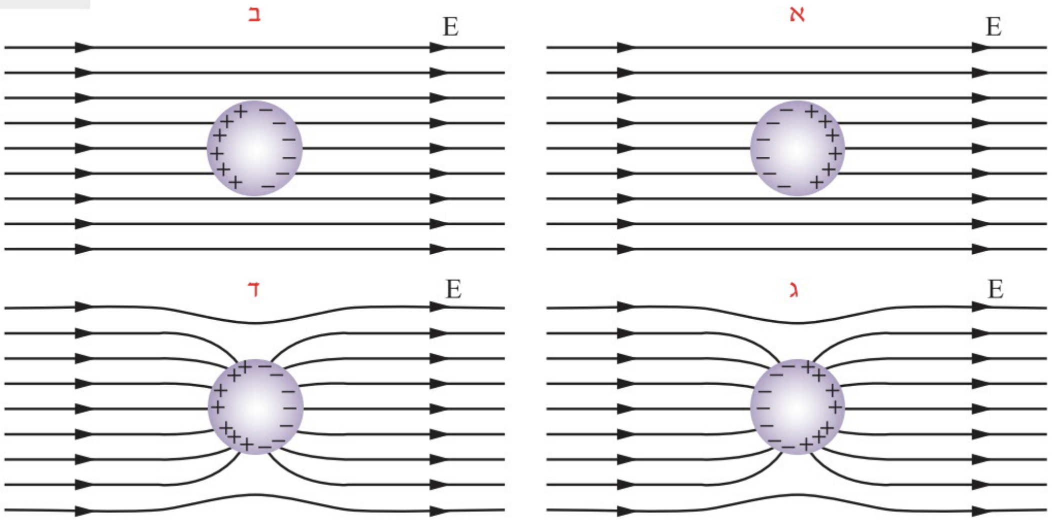
[2] כאשר יקרבו לכדור D את כדור B הוא יימשך אליו.

[3] כאשר יקרבו לכדור D את כדור C הוא יישאר במקומו.

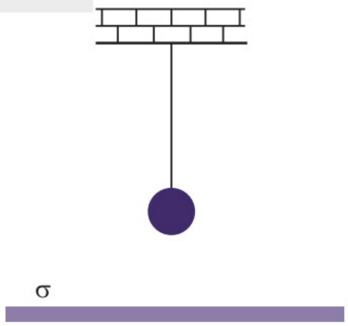
[4] כל ההיגדים נכונים.

6. כדור מוליך לא טעון הנמצא מחוץ לשדה חשמלי אחיד E מוכנס לתוך השדה. איזה מהתרשימים הבאים מתאר נכון את חלוקת המטען בתוך הכדור ואת צורת קווי השדה לאחר הכנסתו לתוך השדה?





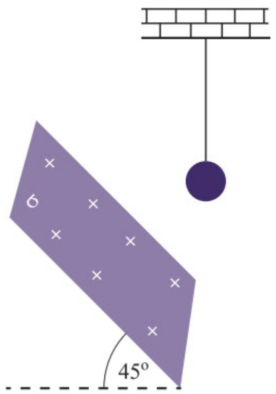
7. כדור שמסתו m=2[kg] ומטען $Q = 20\cdot10^{-6}\left[C\right]$ תלוי באמצעות חוט מהתקרה. מתחת לכדור ישנו לוח אינסופי בעל צפיפות מטען משטחית $\sigma = -30\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.



א. חשבו את המתיחות בחוט.

ב. חשבו את המתיחות בחוט אם צפיפות המטען תהיה $\sigma = 5\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

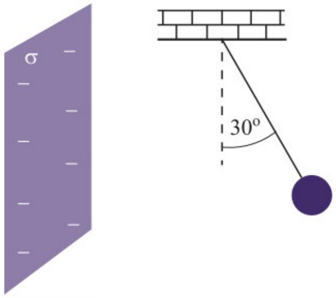
8. כדור שמסתו m=500[gr] ומטענו $Q = 2\cdot10^{-6}\left[C\right]$ תלוי באמצעות חוט מהתקרה. משמאל לכדור ישנו לוח אינסופי בעל צפיפות מטען משטחית $\sigma = 50\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$, הנטוי בזווית של 45° ביחס לאופק.



א. באיזו זווית ביחס לאנך ייפרש החוט?

ב. חשבו את המתיחות בחוט.

9. כדור שמסתו m=50[gr] ומטענו Q תלוי באמצעות חוט מהתקרה. משמאל לכדור ישנו לוח אינסופי בעל צפיפות מטען משטחית $\sigma = -6\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$. נתון שהחוט נפרש בזווית של 30° ביחס לאנך.



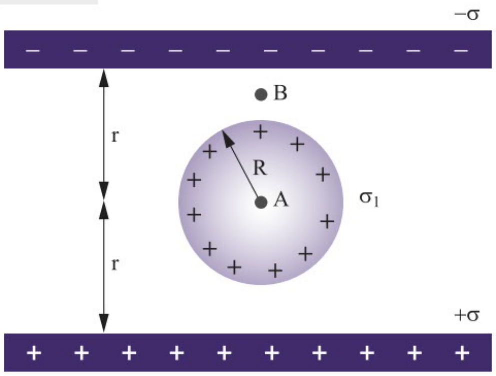
א. חשבו את המתיחות בחוט.

ב. חשבו את גודל המטען Q וציינו מה סימנו.

10. מרכזה של קליפה כדורית מוליכה שרדיוסה R=10[cm] נמצא במרחק r=20[cm] מכל אחד משני לוחות מישוריים גדולים מאוד. הקליפה טעונה במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma_1 = +2\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$, והלוחות טעונים:

האחד במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma = +5\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$,

והשני במטען שלילי בצפיפות אחידה $\sigma = -5\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.



א. חשבו את עוצמת השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה A הנמצאת במרכז הקליפה.

ב. חשבו את עוצמת השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה B, הנמצאת במרחק 15[cm] מעל למרכז הקליפה.

11. קליפה כדורית מוליכה טעונה בצפיפות מטען אחידה. חותכים מהקליפה כיפה עגולה זעירה, וכתוצאה מכך נוצר בה חור.

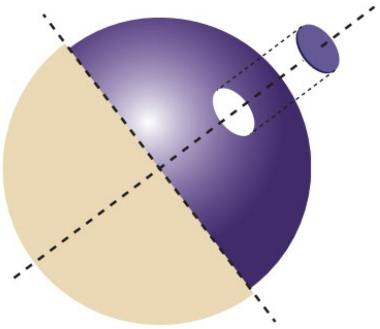
בהנחה ששינוי זה אינו משנה את הצפיפות האחידה של המטען שעל שפת הקליפה הכדורית, קבעו מהו ההיגד או ההיגדים הנכונים:

[1] השדה במרכז הקליפה שווה אפס.

[2] כיוון השדה במרכז הקליפה הוא ממרכז הקליפה לעבר מרכז החור.

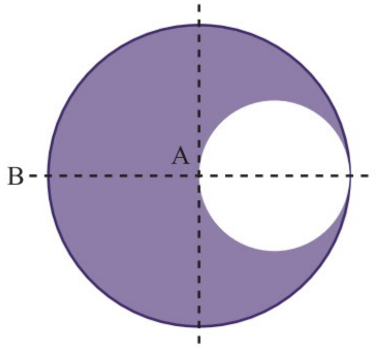
[3] השדה במרכז החור שווה אפס.

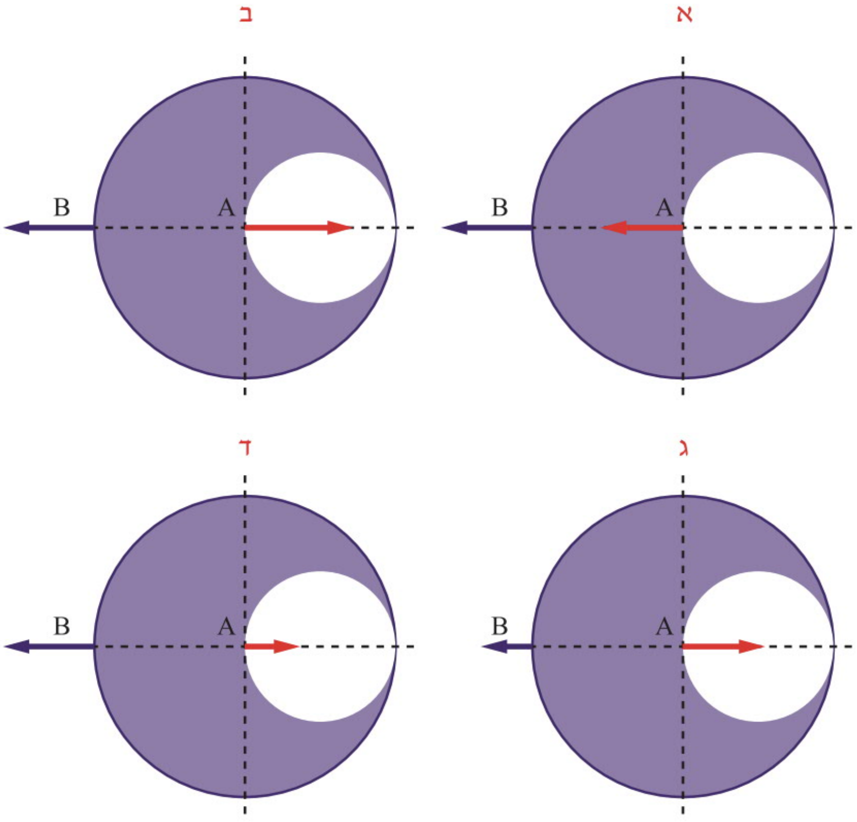
[4] כיוון השדה במרכז החור הוא ממרכז החור החוצה.



12. בתוך כדור ישנו חלל כדורי. רדיוס החלל שווה למחצית רדיוס הכדור. מטען חיובי מפוזר בצורה אחידה בתוך חלק הכדור ללא החלל בצפיפות נפחית קבועה.

איזה מהתרשימים מתאר את כיוון השדה בנקודות A ו-B (אורך החץ מייצג את עוצמת השדה)?





13. מרכזה של קליפה כדורית מוליכה שרדיוסה $R=10[cm]$ נמצא במרחק $r=80[cm]$ מלוח מישורי גדול מאוד.

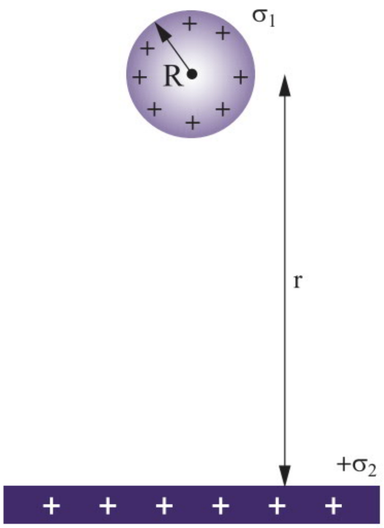
מסתה של הקליפה $m=100[gr]$ והיא טעונה במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma_1=+8\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

הלוח טעון במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma_2=+4\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

הלוח והקליפה מוחזקים במנוחה.

א. באיזה מרחק מהלוח עוצמת השדה החשמלי תהיה שווה אפס?

ב. משחררים את הכדור ממנוחה. מה תהיה מהירותו כשיחלוף על פני נקודה הנמצאת במרחק של $100[cm]$ מהלוח המישורי?

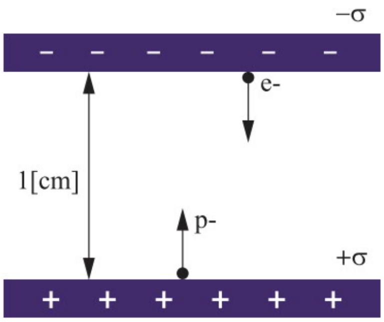


14. שני לוחות מישוריים גדולים מאוד נמצאים במרחק של $1[cm]$ זה מזה.

הלוח התחתון טעון במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma=+1\cdot10^{-9}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

הלוח העליון טעון במטען שלילי בצפיפות אחידה $\sigma=-1\cdot10^{-9}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

משחררים בו-בזמן ממנוחה אלקטרון מהלוח השלילי ופרוטון מהלוח החיובי.
הניחו כי השפעת המשקל יחסית לכוח החשמלי זניחה.

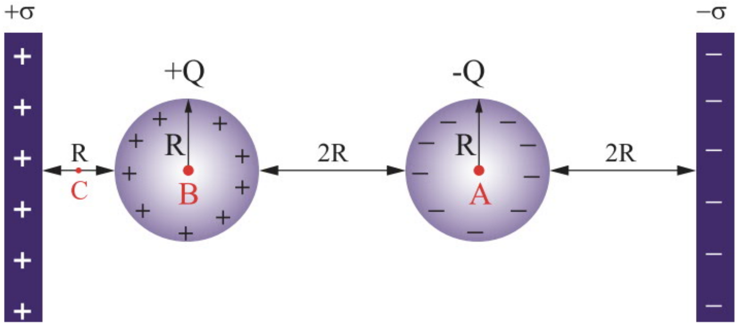


א. כעבור כמה זמן מרגע השחרור יחלפו המטענים האחד על פני השני?

ב. כעבור כמה זמן יגיע האלקטרון ללוח החיובי והפרוטון ללוח השלילי?

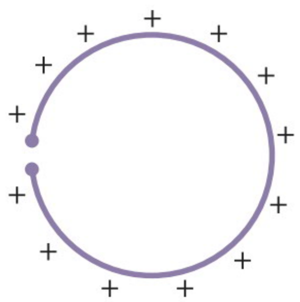
ג. מהי מהירות האלקטרון בהגיעו ללוח החיובי, ומהי מהירות הפרוטון בהגיעו ללוח השלילי?

15. נתונות שתי קליפות כדוריות זהות, שרדיוס כל אחת מהן הוא R. הקליפות טעונות, האחת במטען חיובי $+Q$ והשנייה במטען שלילי $-Q$. הקליפות נמצאות בין שני לוחות מישוריים גדולים מאוד, כאשר לוח אחד טעון בצפיפות מטען ליחידת שטח $+\sigma$, והלוח השני טעון בצפיפות מטען ליחידת שטח $-\sigma$.



מהו השדה בנקודות A, B, C, הנמצאות על הישר המחבר בין מרכזי שתי הקליפות?
(נקודה C נמצאת במרחק 0.5R ימינה מהלוח השמאלי)

16. חוט פלסטיק (חומר מבודד) כופף לצורת טבעת מעגלית, שבה הושאר רווח קטן מאוד בקצוות. טוענים את הטבעת במטענים חיוביים המפוזרים בה בצורה אחידה. קבעו איזו מהטענות נכונה לגבי השדה החשמלי:



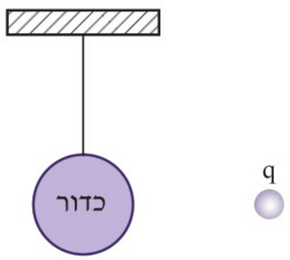
[1] במרכז הטבעת הוא שווה לאפס.

[2] כיוונו ממרכז הטבעת לעבר אמצע הקטע החסר.

[3] כיוונו מאמצע הקטע החסר לעבר מרכז הטבעת.

[4] הוא קיים רק מחוץ לטבעת.

17. נתון כדור העשוי מחומר מוליך, שאינו טעון חשמלית.
מקרבים אל הכדור מטען נקודתי q. קבעו איזו טענה נכונה:



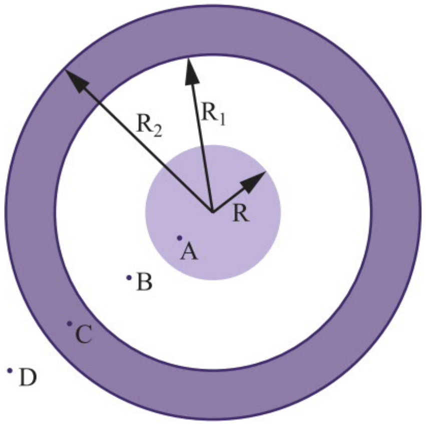
[1] על q יפעל כוח דחייה.

[2] על q יפעל כוח משיכה.

[3] לא יפעל כוח על q מכיוון שהכדור ניטרלי.

[4] בהתאם לסימנו של q ניתן לקבוע אם יפעל עליו כוח משיכה או כוח דחייה.

18. כדור מוליך שרדיוסו R טעון במטען -Q . הכדור מוקף בקליפה מוליכה כדורית ניטרלית, שרדיוסה הפנימי R_1 ורדיוסה החיצוני R_2 (ראו תרשים).



א. חלוקת המטען על שפות הקליפה היא:

[1] 0 על השפה הפנימית, +Q על השפה החיצונית.

[2] +Q על השפה הפנימית, 0 על השפה החיצונית.

[3] 0 על השפה הפנימית, 0 על השפה החיצונית.

[4] +Q על השפה הפנימית, -Q על השפה החיצונית.

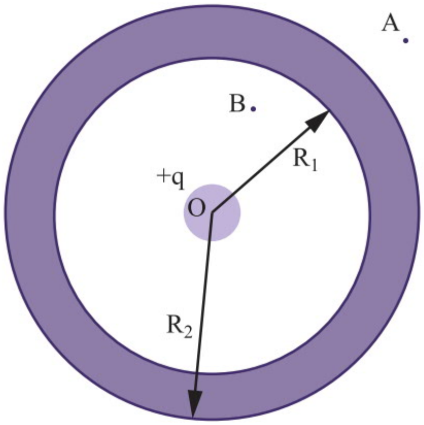
ב. עוצמת השדה היא הגדולה ביותר:

[1] בנקודה A   [2] בנקודה B   [3] בנקודה C   [4] בנקודה D

ג. עוצמת השדה היא הקטנה ביותר (יכולה להיות יותר מתשובה אחת נכונה):

[1] בנקודה A   [2] בנקודה B   [3] בנקודה C   [4] בנקודה D

19. מטען נקודתי $+q$ נמצא בנקודה O. נקודות A ו–B נמצאות במרחקים r_A ו– r_B בהתאמה מהנקודה O. מקיפים את המטען הנקודתי בקליפה כדורית מוליכה בלתי טעונה שמרכזה O ורדיוסיה R_1 ו–R_2, כמתואר בתרשים.



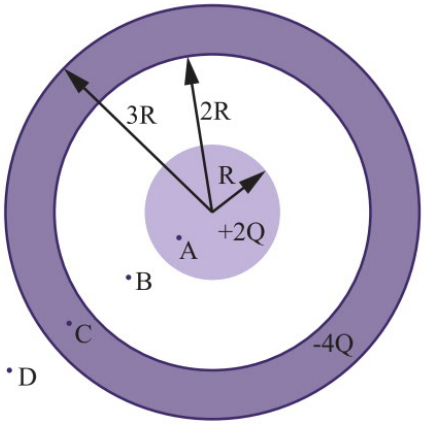
א. תארו את חלוקת המטען על שפות הקליפה המוליכה.

ב. האם כתוצאה מהוספת הקליפה הכדורית יחול שינוי:

[1] בשדה החשמלי בנקודה A? נמקו.

[2] בשדה החשמלי בנקודה B? נמקו.

20. כדור מוליך שרדיוסו R טעון במטען $+2Q$. הכדור מוקף בקליפה כדורית מוליכה עבה שמטענה $-4Q$, רדיוסה הפנימי 2R ורדיוסה החיצוני 3R.
נתונים: R, Q, k.

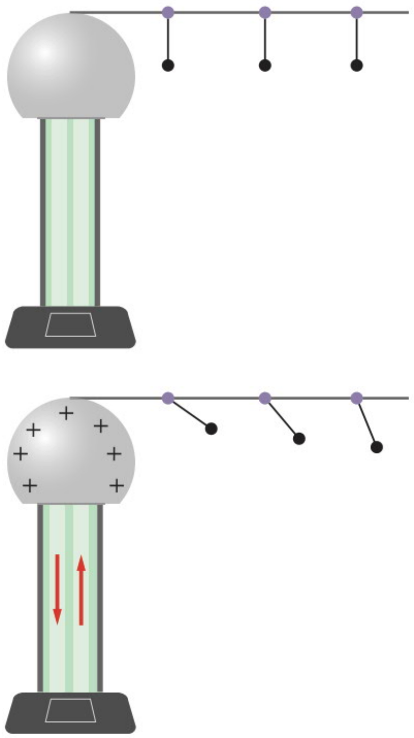


א. תארו את חלוקת המטען על שפות הקליפה המוליכה.

ב. בטאו את השדה החשמלי בנקודות: A, B, C, D.

4 אנרגיה חשמלית ופוטנציאל חשמלי

רקע תיאורטי



אנרגיה במרחב סביב מטען חשמלי

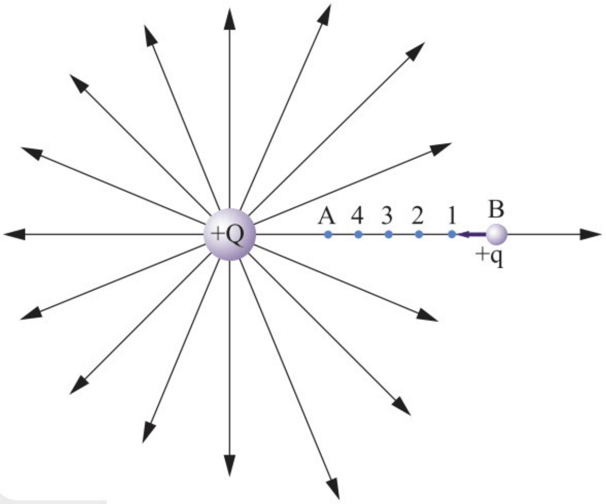
בעזרת מכשיר חשמלי (הנקרא **מחולל ואן-דה-גרף**), ניתן באמצעים מכניים לטעון כדור מתכתי שעליו נאספים מטענים חשמליים.

בניסוי פשוט, שבו מקרבים כדורי פחם התלויים על חוט אל הכדור הטעון, ניתן לראות כי הכדורים נדחים מהכדור הטעון וסוטים מהאנך בזוויות שונות. בניסוי אחר, שבו נקרב נורה פלואורסצנטית אל הכדור, ניווכח כי הנורה תידלק כתוצאה מכך.

נוכל להסיק כי במרחב שסביב הכדור הטעון קיים **שדה חשמלי**, המפעיל כוח חשמלי על כדורי הפחם, וכן **אנרגיה חשמלית** הדרושה להדלקת הנורה.

בלימודי המכניקה נוכחנו לדעת שלעתים קרובות נוח יותר לנתח מצבים ולהסביר תופעות טבע באמצעות שימוש בגדלים **סקלריים** (כגון אנרגיה), במקום בגדלים **וקטוריים** (כמו כוחות). נעשה זאת גם בהקשר לחשמל.

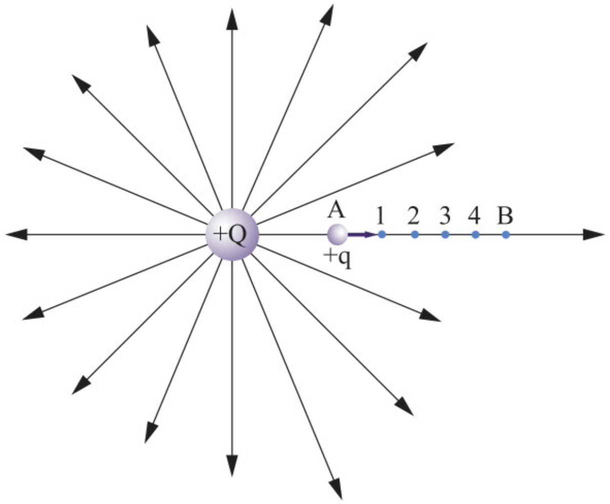
עבודה הנדרשת להעתקת מטען חשמלי בשדה חשמלי



מטען חיובי $+q$ נמצא בנקודה B בשדה חשמלי, שנוצר על ידי מטען נקודתי חיובי $+Q$. כדי להביא את המטען q מנקודה רחוקה B לנקודה A, כמתואר באיור, **יש להפעיל כוח חיצוני** כדי להתגבר על כוח הדחייה בין המטענים.

העבודה המתבצעת על ידי הכוח החיצוני שווה **לשינוי באנרגיה של המטען** בין מצבו בנקודה A לבין מצבו בנקודה B. באופן תיאורטי נוכל לגרום לכך שבמהלך ההעתקה ישתווה הכוח החיצוני לכוח החשמלי, כך שהאנרגיה הקינטית של המטען לא תשתנה. לכן, נוכל להניח שאנרגיה **אחרת** משתנה במהלך העתקת המטען, אנרגיה שנקרא לה **האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית**.

כדי לחשב את גודלה של אנרגיה זו, נניח תחילה שהעתקת המטען מ-A ל-B הייתה מתבצעת באופן ספונטני על ידי הכוח החשמלי שמפעיל השדה החשמלי על המטען $+q$.



נחשב מהי העבודה שמבצע השדה החשמלי בהעתקת המטען +q מ-A ל-B לאורך קו שדה אחד.

לשם כך נחלק את מסלול ההעתקה להעתקים קטנים.

ההעתק הראשון מ-A ל-"1" שווה ל $\Delta r = r_1 - r_A$, השדה E מפעיל על המטען +q כוח השווה ל- qE שכיוונו בכיוון של Δr כלומר דחייה. לכן עבודת השדה על המטען היא חיובית ונתונה בביטוי: $\Delta W_{A\to 1} = qE\Delta r$.

במעבר מהנקודה A לנקודה "1", עוצמת השדה משתנה מהערך $E_A = \frac{kQ}{r_A^2}$ לערך: $E_1 = \frac{kQ}{r_1^2}$.

מכיוון שהנקודות A ו-"1" קרובות מאוד זו לזו, ההפרש בין עוצמות השדה בהן קטן מאוד, וניתן להניח שהשדה השורר בהן הוא הערך הממוצע:

$$\overline{E} = \frac{E_A + E_1}{2} = \frac{k\frac{Q}{r_A^2} + k\frac{Q}{r_1^2}}{2} = k\frac{Q}{2}\left[\frac{1}{r_A^2} + \frac{1}{r_1^2}\right] = k\frac{Q}{2}\left[\frac{r_1^2 + r_A^2}{r_A^2 \cdot r_1^2}\right]$$

$$\overline{E} = k\frac{Q}{2}\left[\frac{(r_A - r_1)^2 + 2r_A r_1}{r_A^2 \cdot r_1^2}\right]$$

מכיוון שהנקודות A, 1 קרובות מאוד זו לזו, מתקיים: $(r_A - r_1)^2 \to 0$ ולכן:

$$\overline{E} = k\frac{Q}{2}\left[\frac{2r_A r_1}{r_A^2 \cdot r_1^2}\right] = k\frac{Q}{r_A r_1}$$

ראינו ש: $\Delta W_{A\to 1} = qE\Delta r$, וכן: $\Delta r = r_1 - r_A$ ולכן:

$$\Delta W_{A\to 1} = \frac{kqQ(r_1 - r_A)}{r_1 r_A} = kqQ\left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_1}\right]$$

באותו אופן נוכל לחשב את העבודה בין כל שתי נקודות:

$$\Delta W_{1\to 2} = kqQ\frac{1}{r_1} - kqQ\frac{1}{r_2}$$

$$\Delta W_{2\to 3} = kqQ\frac{1}{r_2} - kqQ\frac{1}{r_3}$$

$$\Delta W_{3\to 4} = kqQ\frac{1}{r_3} - kqQ\frac{1}{r_4}$$

$$\Delta W_{4\to B} = kqQ\frac{1}{r_4} - kqQ\frac{1}{r_B}$$

מחיבור כל המשוואות הללו נקבל באגף השמאלי את העבודה הכוללת של השדה החשמלי, בהביאו את המטען q מנקודה A לנקודה B:

$$W_{A\to B} = kqQ\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

באופן כללי, אם העתקת מטען q תיעשה במספר צעדים (העתקים) כלשהו (n), תתקבל תוצאה זהה, כלומר:

העבודה שמבצע הכוח החשמלי על מטען חשמלי חיובי, בעת העתקתו מנקודה כלשהי A לנקודה כלשהי אחרת B, הנמצאת על אותו קו שדה – איננה תלויה במסלול אלא רק בנקודות ההתחלה והסיום.

לכן ניתן לומר שהכוח החשמלי הוא כוח משמר.

תוצאה זאת צפויה מכיוון שהכוח החשמלי, המתואר על ידי חוק קולון $F_E = \frac{kq_1q_2}{r^2}$, דומה מאוד לכוח הכבידה הנתון על ידי $F_G = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$. בלימודי המכניקה ראינו שכוח הכבידה הוא כוח משמר שעבודתו אינה תלויה במסלול אלא רק בנקודת המוצא והסיום. **התוצאה שקיבלנו מתקיימת לכל מסלול בין A ל-B.**

עבודת השדה החשמלי והפרש האנרגיות הפוטנציאליות

מהיות הכוח החשמלי כוח משמר, ניתן להגדיר לו **אנרגיה פוטנציאלית חשמלית**, שאותה נסמן U_E.

העבודה $W_{A\to B}$ שנעשית על ידי הכוח החשמלי, בהעבירו מטען q מנקודה A לנקודה B בשדה שנוצר סביב מטען Q, ניתנת על ידי הפרש שני ביטויים:

$$W_{A\to B} = kqQ\frac{1}{r_A} - kqQ\frac{1}{r_B} = U_E(A) - U_E(B)$$

כאשר:

- הביטוי $U_E(A) = U_A = kqQ\frac{1}{r_A}$ מתאר את האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של המטען q בנקודה A בשדה החשמלי שנוצר על ידי המטען Q.
- הביטוי $U_E(B) = U_B = kqQ\frac{1}{r_B}$ מתאר את האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של המטען q בנקודה B בשדה החשמלי שנוצר על ידי המטען Q.

אם כן, **העבודה** $W_{A\to B}$ שנעשית על ידי **השדה החשמלי** בהעברת המטען q מנקודה A לנקודה B ניתנת על ידי **הפרש האנרגיות הפוטנציאליות בין נקודת ההתחלה A לנקודת הסיום B**.

בדרך כלל מקובל להגדיר הפרשי גדלים בין נקודת הסיום לנקודת ההתחלה, ולכן נרשום:

$$\Delta U_E = U_B - U_A = kqQ\frac{1}{r_B} - kqQ\frac{1}{r_A}$$

ומכאן:

$$W_{A\to B} = -(U_B - U_A) = -\Delta U_E$$

שימור אנרגיה בשדה חשמלי

עד כה טיפלנו בעבודת הכוח החשמלי בלבד. נבדוק מה קורה כאשר על מטען חשמלי הנמצא בשדה חשמלי פועלים גם **כוחות חיצוניים** (F_{ext}).

בהתבסס על חוק "**עבודה–אנרגיה קינטית**" מתקיים: $\sum(W_{F_{ext}}) + W_E = \Delta E_k$

נציב: $W_{A\to B} = -\Delta U_E$ ונקבל: $\sum\left(W_{F_{ext}}\right) - \Delta \boldsymbol{U_E} = \Delta E_k$ או $\sum\left(W_{F_{ext}}\right) = \Delta E_k + \Delta U_E$

במקרים שבהם עבודת הכוחות החיצוניים שווה לאפס נקבל: $\Delta E_k + \Delta U_E = 0$

לכן: $E_k + U_E = E_{k(0)} + U_{E(0)}$. במילים אחרות, הגודל $E_k + U_E$ הוא קבוע.

מסקנה: **הכוח החשמלי** משמר ולכן **מקיים את חוק שימור האנרגיה המכנית**, בדומה לכוח הכבידה.

נקודת ייחוס לחישוב הפרש האנרגיות הפוטנציאליות

בלימודי המכניקה ראינו שמקובל לבחור **נקודת ייחוס** כדי לחשב את הפרש האנרגיות הפוטנציאליות, כאשר מעתיקים מסה בין שתי נקודות.

בהקשר לשדה החשמלי, הנוצר על ידי מטענים בודדים נייחים, נוהגים לבחור את נקודת הייחוס בנקודה שבה ניתן להניח שהאנרגיה הפוטנציאלית החשמלית שווה לאפס. נקודה זו רחוקה מאוד מהמטענים היוצרים את השדה. ניתן להתייחס לנקודה זו כאל "אינסוף", כלומר $r \to \infty$, כאשר r הוא המרחק של המטען q מהמטען +Q יוצר השדה ובה מתקיים $U_{(\infty)} = 0$.

לכן: $U_{(\infty)} - U_E(r) = 0 - \dfrac{kqQ}{r}$ או $U_E(r) = \dfrac{kqQ}{r}$

המשמעויות של האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית

הגדרנו את הגודל $U_E(r) = \dfrac{kqQ}{r}$ כאנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של מטען q בשדה של מטען Q ובמרחק r ממנו. מטעמי סימטריה, זוהי גם האנרגיה של מטען Q בשדה של מטען q.

לכן מקובל להגדיר גודל זה כאנרגיה של **מערכת שני מטענים הנמצאים במרחק r זה מזה**.

ניתן לומר גם שאנרגיה זו שווה בגודלה **לעבודה שנדרש לבצע כוח חיצוני כדי להעתיק את אחד המטענים או את שני המטענים ממצב שהם במרחק רב (אינסוף) ועד למרחק r זה מזה**.

באופן כללי, אנרגיה פוטנציאלית חשמלית יכולה להיות חיובית או שלילית. במקרים שבהם אחד המטענים חיובי והשני שלילי, יש **משיכה חשמלית** בין המטענים והאנרגיה הפוטנציאלית שלילית. במקרים אלו יש **להשקיע אנרגיה**, למשל על ידי עבודה חיצונית, כדי **להרחיק את המטענים זה מזה** עד לאינסוף.

פוטנציאל חשמלי

ראינו שווקטור **עוצמת השדה החשמלי** בכל נקודה של השדה החשמלי, מאפיין את **הכוח החשמלי** הפועל על מטען בכל נקודה. בתחילת הדיון ציינו שנרצה למצוא גודל נוסף, סקלרי, שבאמצעותו נאפיין את **האנרגיה** בכל נקודה של השדה החשמלי.

לשם כך נגדיר **פוטנציאל חשמלי** בתור **האנרגיה החשמלית ליחידת מטען בנקודה בשדה החשמלי**.

הפוטנציאל החשמלי בנקודה כלשהי יסומן ב–V ולכן: $V=\frac{U_E}{q}$, כאשר:

U_E – האנרגיה החשמלית של מטען q בנקודה כלשהי בשדה החשמלי, ביחידות ג׳אול [J].

q – המטען ביחידות קולון [C].

V – הפוטנציאל החשמלי ביחידות שנקראות **וולט**: $[V]=\frac{[J]}{[C]}$.

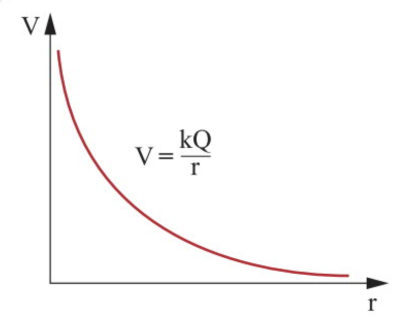
פוטנציאל חשמלי בנקודה כלשהי של השדה החשמלי יכול להיות **חיובי** או **שלילי**.

הפוטנציאל החשמלי בנקודה מסוימת יהיה **חיובי** ושווה ל- 1[V] אם:

- מתקבלת אנרגיה של 1[J], כאשר מטען חיובי של 1[C] נע באופן ספונטני מאותה נקודה ועד לאינסוף, או:
- העברה של מטען חיובי שגודלו 1[C] מאינסוף עד לאותה נקודה כרוכה בעבודה של 1[J].

הפוטנציאל החשמלי בנקודה מסוימת **שלילי** ושווה ל–1[V], אם:

- מתקבלת אנרגיה של 1[J], כאשר מטען חיובי של 1[C] נע באופן ספונטני מאינסוף ועד לאותה נקודה, או:
- נדרשת עבודה של 1[J] כדי להעביר מטען חיובי שגודלו 1[C] מאותה נקודה לאינסוף, ללא שינוי באנרגיה הקינטית.



פוטנציאל חשמלי סביב מטען נקודתי כפונקציה של המרחק ממנו.

הפוטנציאל החשמלי סביב מטען נקודתי

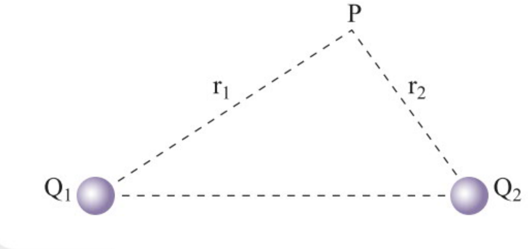
הפוטנציאל החשמלי V בנקודה כלשהי במרחק r ממטען Q נתון על ידי: $V=\frac{kQ}{r}$.

לכן, הסימן של המטען Q קובע אם הפוטנציאל שלילי או חיובי.

באיור מתואר הפוטנציאל כפונקציה של המרחק ממטען +Q.

הפוטנציאל הנוצר על ידי מערכת של מטענים נקודתיים

פוטנציאל הוא גודל סקלרי, לכן הפוטנציאל בנקודה נתונה P הוא סכום סקלרי של הפוטנציאלים הנוצרים באותה נקודה על ידי המטענים הבודדים.



$$V_P=V_1+V_2+\ldots V_n$$
$$V_P=k\frac{Q_1}{r_1}+k\frac{Q_2}{r_2}+\ldots k\frac{Q_n}{r_n}$$

הפוטנציאל בשדה של קליפה כדורית טעונה

ראינו שעוצמת השדה החשמלי, הנוצר על ידי כדור מוליך טעון שרדיוסו R ושהמטען מפוזר על פניו באופן אחיד, בנקודות שונות מחוץ לכדור r>R, שווה לזו שהייתה מתקבלת אילו כל המטען היה מרוכז במרכזו: $E = \frac{kQ}{r^2}$.

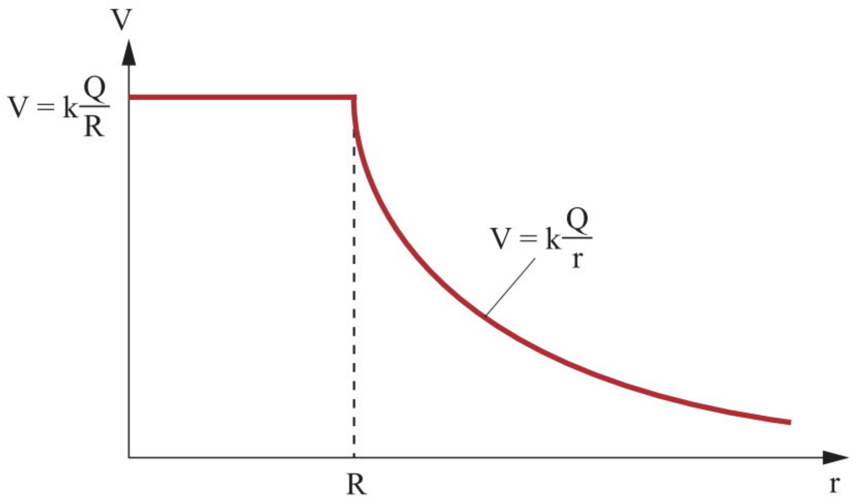
ממרכז הכדור ועד לפני הכדור r<R השדה החשמלי שווה אפס.

בחישוב הפוטנציאל החשמלי שעל הקליפה ומחוצה לה נוכל להניח שהמטען נמצא במרכזה.

לכן, כאשר r≥R הפוטנציאל נתון על ידי $V = \frac{kQ}{r}$.

בחלל הקליפה, כלומר עבור r<R, השדה החשמלי שווה לאפס, כלומר: אין צורך להשקיע עבודה בהעתקת יחידת מטען חיובי בתוך חלל הקליפה. לכן הפוטנציאל **קבוע** ושווה לזה שעל פניו $V = \frac{kQ}{R}$.

באיור מתואר גרף של הפוטנציאל של קליפה כדורית טעונה.



פוטנציאל חשמלי בשדה של קליפה כדורית טעונה שרדיוסה R, כפונקציה של המרחק ממרכזה.

סיכום

1. בשדה חשמלי פועל כוח חשמלי על כל מטען חשמלי שנמצא באזור ההשפעה שלו, ויש אנרגיה חשמלית לכל מטען חשמלי הנמצא בשדה.

2. העבודה הכוללת של השדה החשמלי, בהביאו מטען q מנקודה A לנקודה B: $W_{A\to B} = kqQ\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$

3. הכוח החשמלי הוא כוח משמר, ולכן:
   - **העבודה** שמבצע הכוח החשמלי בהעתיקו מטען מנקודה לנקודה **אינה תלויה במסלול** אלא רק בנקודות ההתחלה והסיום.
   - ניתן להגדיר למטען **אנרגיה פוטנציאלית חשמלית**, שאותה נסמן U_E.
   - הפרש האנרגיות הפוטנציאליות החשמליות של המטען q בשתי נקודות שונות בשדה החשמלי ניתן על ידי: $\Delta U_E = U_B - U_A = kqQ\frac{1}{r_B} - kqQ\frac{1}{r_A}$
   - העבודה הכוללת של כוח חיצוני, בהביאו מטען q מנקודה A לנקודה B (ללא שינוי באנרגיה הקינטית): $W_{F_{ext}} = U_B - U_A = kqQ\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$

4. הגודל $U_E(r) = \frac{kqQ}{r}$ נקרא **האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית** של מטען q בשדה של מטען Q ובמרחק r ממנו.
   - מטעמי סימטריה, זוהי גם האנרגיה של מטען Q בשדה של מטען q.
   - זוהי גם האנרגיה של מערכת שני מטענים הנמצאים במרחק r זה מזה.
   - האנרגיה הפוטנציאלית שווה לעבודה הנדרשת על ידי כוח חיצוני להעתיק את אחד המטענים או את שני המטענים ממצב שהם במרחק רב (אינסוף) למרחק r זה מזה.

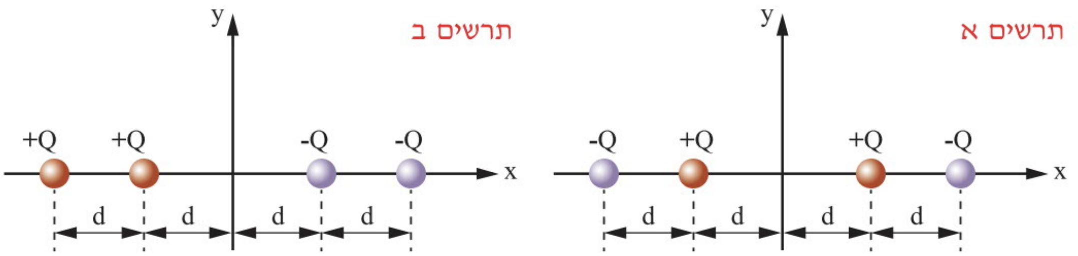
5. **הפוטנציאל החשמלי** V מוגדר כ- $V = \frac{U_E}{q}$.
   - שווה ל: $V = \frac{kQ}{r}$ בנקודה כלשהי במרחק r ממטען נקודתי Q.
   - הסימן של המטען Q קובע אם הפוטנציאל **שלילי** או **חיובי**.
   - הפוטנציאל בנקודה נתונה P הוא סכום סקלרי של הפוטנציאלים הנוצרים באותה נקודה על ידי המטענים הבודדים.

6. עבור **קליפה כדורית מוליכה טעונה**, כאשר מטען Q מפוזר על פניה באופן **אחיד**, מתקיים:
   - מחוץ לקליפה (R<r) השדה נתון על ידי: $E(r) = \frac{kQ}{r^2}$ והפוטנציאל נתון על ידי: $V(r) = \frac{kQ}{r}$.
   - על פני הקליפה (R=r) השדה החשמלי שווה ל: $E = \frac{kQ}{R^2}$ והפוטנציאל הוא $V = \frac{kQ}{R}$.
   - בתוך הקליפה (R>r) השדה החשמלי E שווה אפס והפוטנציאל בכל נקודה שווה לזה שעל פני הקליפה, כלומר: $V = \frac{kQ}{R}$.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)

ארבעה מטענים נקודתיים מסודרים על ציר ה–x כמתואר בתרשימים.



א. מהי האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית:

[1] בסידור המתואר בתרשים א? [2] בסידור המתואר בתרשים ב?

ב. מהי העבודה הנדרשת לצורך העברת המערכת מהמצב המתואר בתרשים א למצב המתואר בתרשים ב?

פתרון דוגמה מספר (1)

א. [1] האנרגיה החשמלית של מערכת המטענים בסידור המתואר בתרשים א:

$$U_{E1} = k\frac{(-Q)\cdot(-Q)}{4d} + k\frac{(-Q)\cdot Q}{3d} + k\frac{(-Q)\cdot Q}{d} + k\frac{Q\cdot Q}{2d} + k\frac{Q\cdot(-Q)}{3d} + k\frac{Q\cdot(-Q)}{d} = -\frac{23kQ^2}{12d}$$

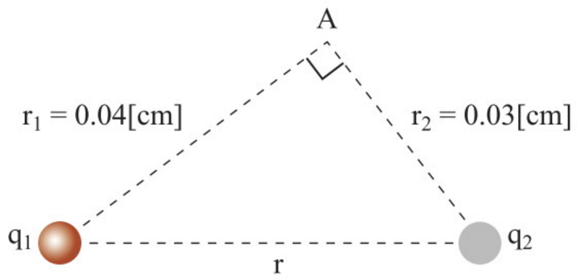
[2] האנרגיה החשמלית של מערכת המטענים בסידור המתואר בתרשים ב:

$$U_{E2} = k\frac{(-Q)\cdot Q}{4d} + k\frac{(-Q)\cdot Q}{3d} + k\frac{(-Q)\cdot(-Q)}{d} + k\frac{(-Q)\cdot Q}{2d} + k\frac{(-Q)\cdot Q}{3d} + k\frac{Q\cdot Q}{d} = \frac{7kQ^2}{12d}$$

ב. העבודה החיצונית, הנדרשת להעברת המערכת מהמצב המתואר בתרשים א למצב המתואר בתרשים ב, שווה לשינוי באנרגיה הפוטנציאלית:

$$W_{1\to 2} = \Delta U_E = \Delta U_{E2} - \Delta U_{E1} = \frac{7kQ^2}{12d} - (-\frac{23kQ^2}{12d}) = 2.5k\frac{Q^2}{d}$$

דוגמה מספר (2)



שני מטענים נקודתיים ממוקמים בקודקודיו של משולש ישר זווית בקצות היתר.

נתון $q_1 = +4\cdot10^{-6}[C]$, וכן נתון כי הפוטנציאל בנקודה A שווה אפס.

א. מה גודלו של המטען q_2?

ב. מהי האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של מערכת המטענים?

ג. כמה עבודה יש להשקיע על ידי כוח חיצוני כדי להעביר את המטענים ממצבם הנוכחי לאינסוף?

פתרון דוגמה מספר (2)

א. הפוטנציאל בנקודה נתונה A הוא סכום סקלרי של הפוטנציאלים הנוצרים באותה נקודה על ידי המטענים הבודדים:

$$V_A = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{4\cdot10^{-6}}{0.04} + 9\cdot10^9\cdot\frac{q_2}{0.03} = 0 \Rightarrow q_2 = -3\cdot10^{-6}[C]$$

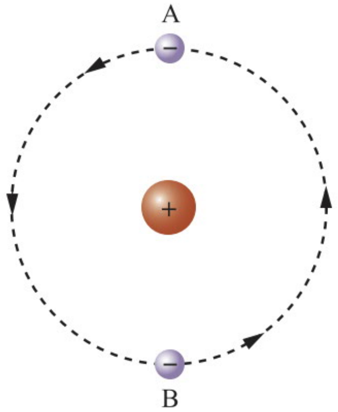
ב. האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של מערכת המטענים:

$$U_E = k\frac{Q\cdot q}{r} = 9\cdot10^9\cdot\frac{4\cdot10^{-6}\cdot(-3\cdot10^{-6})}{0.05} = -2.16[J]$$

ג. עבודת הכוח חיצוני שווה להפרש האנרגיה הפוטנציאלית:

$$W = U_{(\infty)} - U_E(A) = 0 - \frac{kqQ}{r} = 0 - \frac{9\cdot10^9\cdot4\cdot10^{-6}\cdot(-3\cdot10^{-6})}{0.05} = 2.16[J]$$

דוגמה מספר (3)



שני חלקיקים נקודתיים, בעלי מסה m ומטען q>0 כל אחד, מבצעים תנועה מעגלית שרדיוסה R סביב חלקיק שמטענו q<0 כך שהמרחק ביניהם נותר קבוע.
נתונים: m , q , R , k .

א. מהי האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של המערכת?

ב. מהי האנרגיה הקינטית של שני החלקיקים המסתובבים?

ג. מהי האנרגיה הכוללת של המערכת?

פתרון דוגמה מספר (3)

א. האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית:

$$U_E = \frac{k(-q)(-q)}{2R} + \frac{kq(-q)}{R} + \frac{kq(-q)}{R} = \frac{kq^2}{2R} - \frac{2kq^2}{R} = -\frac{3kq^2}{2R}$$

ב. נמצא תחילה את מהירות החלקיקים ובעזרתה נחשב את האנרגיה הקינטית.

מאחר שהחלקיקים נעים בתנועה מעגלית, הכוח מכוון לעבר מרכז המעגל, ולכן הכוח החשמלי ביניהם מהווה את הכוח הרדיאלי בתנועה זו. לפי החוק השני של ניוטון:

$$\sum F_R = ma_R$$

$$\frac{kqq}{R^2} - \frac{kqq}{(2R)^2} = \frac{mv^2}{R}$$

$$\frac{3kq^2}{4R^2} = \frac{mv^2}{R}$$

$$v^2 = \frac{3}{4}\frac{kq^2}{mR}$$

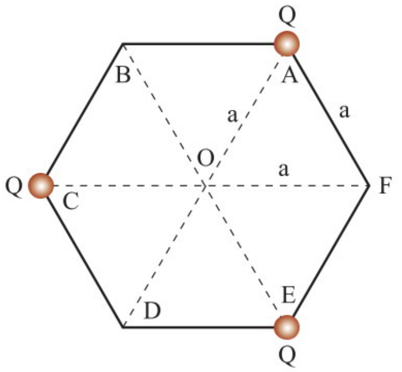
האנרגיה הקינטית של שני החלקיקים:

$$E_{k(T)} = 2\cdot E_k = 2\cdot\frac{mv^2}{2} = 2\cdot\frac{m\cdot\frac{3}{4}\frac{kq^2}{mR}}{2} = \frac{3kq^2}{4R}$$

ג. האנרגיה הכוללת שווה לסכום האנרגיה הקינטית של החלקיקים המסתובבים והאנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של המערכת:

$$E_T = E_{k(T)} + U_P = \frac{3kq^2}{4R} - \frac{3kq^2}{2R} = -\frac{3kq^2}{4R}$$

דוגמה מספר (4)



בשלושה קודקודים A, C ו–E של משושה משוכלל, שאורך צלעו a, נמצא מטען נקודתי חיובי Q (ראו תרשים). בטאו את תשובותיכם לשאלות באמצעות נתוני השאלה.

א. מהו הפוטנציאל במרכז הסימטריה O של המשושה?

ב. מעבירים מטען נוסף Q ממקום רחוק מאוד אל הנקודה O.

מהי העבודה שנעשתה נגד כוחות השדה החשמלי?

ג. מעבירים את המטען הנוסף Q מהמרכז O לקודקוד F.

[1] מהו הפוטנציאל בנקודה O? נמקו.

[2] האם דרושה עבודה כדי להביא מטען q מאינסוף אל מרכז המשושה? נמקו.

ד. בכל אחד משני הקודקודים B ו–D מניחים מטען שלילי 2Q-. האם הפעם דרושה עבודה כדי להביא מטען q מאינסוף אל מרכז המשושה? נמקו.

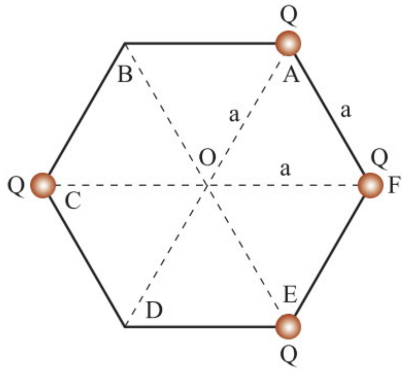
פתרון דוגמה מספר (4)

א. הפוטנציאל ב–O הוא סכום אלגברי של הפוטנציאלים משלושת המטענים: $V_o = \frac{k \cdot 3Q}{a}$

ב. עבודת הכוח החיצוני שווה לשינוי באנרגיה הפוטנציאלית, ולכן:

$$W = U_E(o) - U_{(\infty)} = \frac{k \cdot 3Q \cdot Q}{a} - 0 = \frac{3kQ^2}{a}$$

ג. [1] הפוטנציאל החדש ב–O:

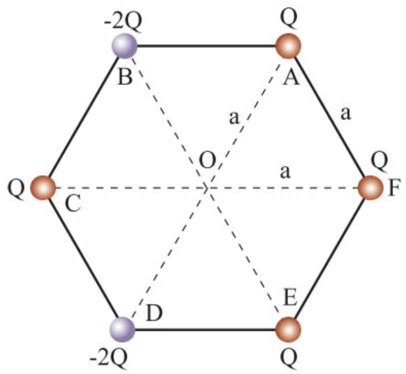


$$V' = \frac{k \cdot 4Q}{a}$$

[2] כן, דרושה עבודה להביא מטען q אל מרכז המשושה, כי הפוטנציאל באינסוף הוא אפס, ובמרכז O הפוטנציאל שונה מאפס:

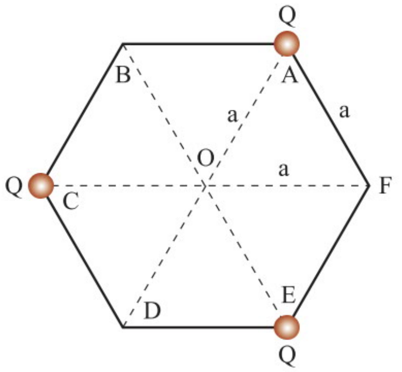
$$W = U_E(o) - U_{(\infty)} = \frac{k \cdot 4Q \cdot q}{a} - 0 = \frac{4kqQ}{a}$$

ד. הפוטנציאל החדש ב–O שווה לאפס, ולכן העבודה בהבאת מטען מאינסוף שווה לאפס.



$$W = U_E(o) - U_{(\infty)} = \frac{k \cdot (4Q - 2Q - 2Q)q}{a} - 0 = 0$$

דוגמה מספר (4)



בשלושה קודקודים A, C ו–E של משושה משוכלל, שאורך צלעו a, נמצא מטען נקודתי חיובי Q (ראו תרשים). בטאו את תשובותיכם לשאלות באמצעות נתוני השאלה.

א. מהו הפוטנציאל במרכז הסימטריה O של המשושה?

ב. מעבירים מטען נוסף Q ממקום רחוק מאוד אל הנקודה O.
מהי העבודה שנעשתה נגד כוחות השדה החשמלי?

ג. מעבירים את המטען הנוסף Q מהמרכז O לקודקוד F.

[1] מהו הפוטנציאל בנקודה O? נמקו.

[2] האם דרושה עבודה כדי להביא מטען q מאינסוף אל מרכז המשושה? נמקו.

ד. בכל אחד משני הקודקודים B ו–D מניחים מטען שלילי 2Q-. האם הפעם דרושה עבודה כדי להביא מטען q מאינסוף אל מרכז המשושה? נמקו.

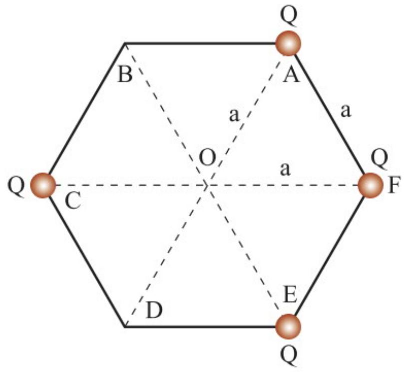
פתרון דוגמה מספר (4)

א. הפוטנציאל ב–O הוא סכום אלגברי של הפוטנציאלים משלושת המטענים: $V_o = \frac{k\cdot 3Q}{a}$

ב. עבודת הכוח החיצוני שווה לשינוי באנרגיה הפוטנציאלית, ולכן:

$$W = U_E(o) - U_{(\infty)} = \frac{k\cdot 3Q\cdot Q}{a} - 0 = \frac{3kQ^2}{a}$$

ג. [1] הפוטנציאל החדש ב–O:

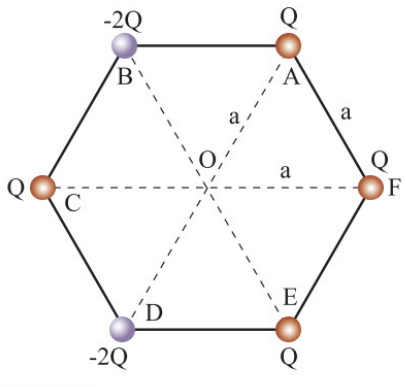


$$V' = \frac{k\cdot 4Q}{a}$$

[2] כן, דרושה עבודה להביא מטען q אל מרכז המשושה, כי הפוטנציאל באינסוף הוא אפס, ובמרכז O הפוטנציאל שונה מאפס:

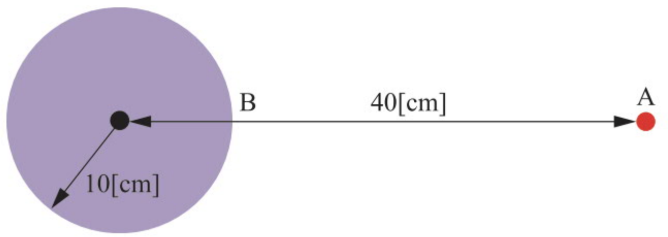
$$W = U_E(o) - U_{(\infty)} = \frac{k\cdot 4Q\cdot q}{a} - 0 = \frac{4kqQ}{a}$$

ד. הפוטנציאל החדש ב–O שווה לאפס, ולכן העבודה בהבאת מטען מאינסוף שווה לאפס.



$$W = U_E(o) - U_{(\infty)} = \frac{k\cdot (4Q-2Q-2Q)q}{a} - 0 = 0$$

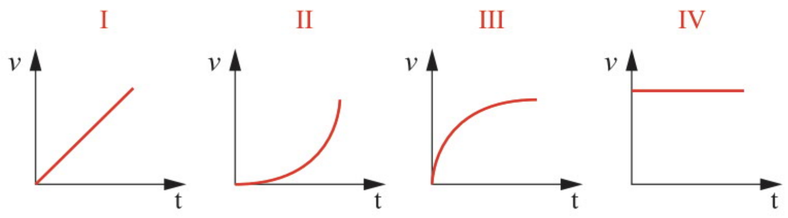
דוגמה מספר (5)



אלקטרון משוחרר ממנוחה מנקודה A, הנמצאת במרחק של 40[cm] ממרכזה של קליפה כדורית שרדיוסה R=10[cm] (ראו תרשים). הקליפה הכדורית טעונה באופן אחיד במטען של $Q=10^{-8}[C]$.

א. באיזו מהירות יפגע האלקטרון בפני הקליפה?

ב. לפניכם ארבעה גרפים I – IV המתארים באופן סכמתי מהירות כפונקציה של זמן.



קבעו איזה מהגרפים I – IV מתאר את מהירותו של האלקטרון הנע כלפי הקליפה הכדורית. **הסבירו**.

פתרון דוגמה מספר (5)

א. הכוח היחיד הפועל במערכת הוא הכוח החשמלי בין שני המטענים, שהוא כוח משמר, ולכן האנרגיה הכוללת נשמרת. מכאן:

$$\frac{k\cdot Q\cdot q_e}{R_A}=\frac{k\cdot Q\cdot q_e}{R_B}+\frac{m_e\cdot {v_B}^2}{2}$$

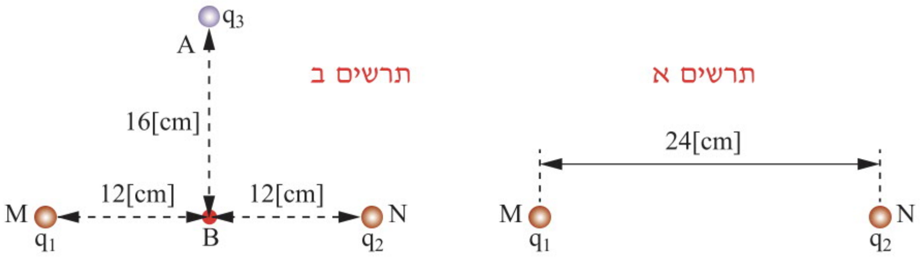
$$\frac{9\cdot10^9\cdot1\cdot10^{-8}\cdot\left(-1.6\cdot10^{-19}\right)}{0.4}=\frac{9\cdot10^9\cdot1\cdot10^{-8}\cdot\left(-1.6\cdot10^{-19}\right)}{0.1}+\frac{9.1\cdot10^{-31}\cdot{v_B}^2}{2}$$

$$v_B=15.4\cdot10^6\left[\frac{m}{s}\right]$$

ב. כאשר האלקטרון נע כלפי הקליפה הכדורית, כוח המשיכה החשמלי גדל, ולכן גדלה גם תאוצת האלקטרון. בגרף II שיפוע הגרף של המהירות כפונקציה של הזמן (התאוצה) הולך וגדל.

דוגמה מספר (6)

בתרשים א מוצגים שני גופים נקודתיים טעונים, המוחזקים במנוחה בנקודות M ו-N. מטעני הגופים הם $q_1 = q_2 = +4 \cdot 10^{-6}[C]$ והמרחק בין הנקודות הוא 12[cm]. הפוטנציאל באינסוף נבחר כאפס.



א. האם לאורך הקטע MN יש נקודה שבה הפוטנציאל החשמלי מתאפס? נמקו.

ב. נקודה B היא אמצע הקטע MN. נקודה A נמצאת על האנך האמצעי לקטע MN, במרחק 16[cm] מ-B (ראו תרשים ב). מציבים בנקודה A גוף נקודתי שמטענו $q_3 = -2 \cdot 10^{-6}[C]$ ומסתו $m = 1 \cdot 10^{-10}[kg]$ ומחזיקים אותו במנוחה. חשבו את האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של הגוף שמטענו q_3 בהיותו בנקודה A.

ג. משחררים ממנוחה את הגוף שמטענו q_3 הנמצא בנקודה A. הזניחו את כוח הכובד הפועל עליו.

[1] חשבו את הגודל של מהירות הגוף בהגיעו לנקודה B.

[2] תלמיד טוען שהמהירות הגדולה ביותר של הגוף לאורך מסלול תנועתו היא בהגיעו לנקודה B. האם טענתו נכונה? נמקו.

פתרון דוגמה מספר (6)

א. לא. מכיוון שהפוטנציאל הוא גודל סקלרי, הפוטנציאל מכל אחד מהמטענים בכל נקודה על הקו MN הוא חיובי והסכום לא יכול להתאפס.

ב.

$$r_1 = r_2 = \sqrt{0.12^2 + 0.16^2} = 0.2[m] \Rightarrow r_1 = r_2 = r = 0.2[m]$$

$$q_1 = q_2 = q = 4 \cdot 10^{-6}[C]$$

$$U_E = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_3}{r_1} + \frac{k \cdot q_2 \cdot q_3}{r_2} = \frac{2 \cdot k \cdot q \cdot q_3}{r} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot (-2) \cdot 10^{-6}}{0.2} = -0.72[J]$$

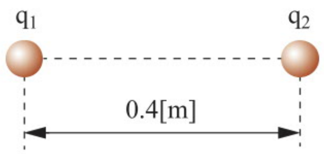
ג. [1]

$$q_3 \cdot V_A = q_3 \cdot V_B + \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow q_3 \cdot V_A = q_3 \cdot 2 \cdot \frac{k \cdot q_1}{r_{BM}} + \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$-0.72 = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot (-2) \cdot 10^{-6}}{0.12} + \frac{1 \cdot 10^{-10} \cdot v^2}{2} \Rightarrow v = 9.797 \cdot 10^4 \left[\frac{m}{s}\right]$$

[2] הטענה נכונה. הכוח השקול לאורך הקו AB הוא בכיוון מ-A ל-B ולכן המהירות גדלה לאורך הקו עד לנקודה B.

דוגמה מספר (7)



שני מטענים נקודתיים $q_1 = 12\cdot10^{-6}[C]$ ו- $q_2 = 8\cdot10^{-6}[C]$ מוחזקים במנוחה במרחק 0.4[m] האחד מהשני. מסת כל אחד מהמטענים m=5[gr].

ברגע מסוים משחררים את שני המטענים.

א. מה השינוי באנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של המטענים כאשר המרחק ביניהם 1[m]?

ב. מהי מהירות כל אחד מהמטענים כאשר המרחק ביניהם 1[m]?

פתרון דוגמה מספר (7)

א. השינוי באנרגיה הפוטנציאלית (סופית פחות התחלתית):

$$\Delta U_E = \Delta U_{E2} - \Delta U_{E1} = \frac{kq_1q_2}{r_2} - \frac{kq_1q_2}{r_1}$$

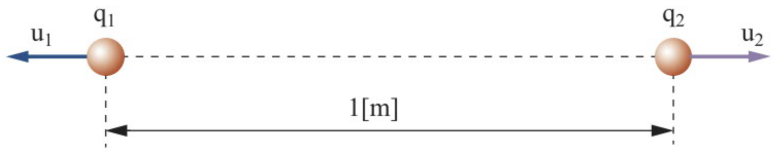
$$\Delta U_E = \frac{9\cdot10^9\cdot12\cdot10^{-6}\cdot8\cdot10^{-6}}{1} - \frac{9\cdot10^9\cdot12\cdot10^{-6}\cdot8\cdot10^{-6}}{0.4} = -1.296\left[\frac{m}{s}\right]$$

ב. אם מתייחסים אל שני המטענים כאל מערכת אחת, הכוח החשמלי ביניהם הוא כוח **פנימי**, מכאן שאין כוחות חיצונים הפועלים על המערכת ומתקיים שימור תנע במערכת. מכאן:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$$

$$0 = 0.005u_1 + 0.005u_2$$

$$u_1 = -u_2$$



הכוח היחיד הפועל במערכת הוא הכוח החשמלי בין שני המטענים שהוא כוח משמר, לכן האנרגיה הכוללת נשמרת. מכאן:

$$\frac{kq_1q_2}{r_1} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2} + \frac{kq_1q_2}{r_2}$$

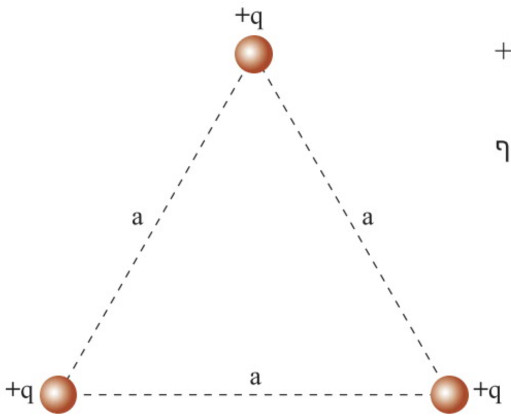
$$\frac{kq_1q_2}{r_1} - \frac{kq_1q_2}{r_2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2}$$

$$-\Delta U_E = 2\cdot\frac{mu_1^2}{2}$$

$$-(-1.296) = 2\cdot\frac{0.005\cdot u_1^2}{2}$$

$$u_1 \cong 16.1\left[\frac{m}{s}\right] \Rightarrow u_2 \cong -16.1\left[\frac{m}{s}\right]$$

דוגמה מספר (8)



שלושה מטענים נקודתיים שמסת כל אחד מהם m ומטען כל אחד מהם +q מוחזקים בקודקודי משולש שווה צלעות, שאורך צלעו a.

א. מהי העבודה החיצונית הדרושה בהבאת מערכת המטענים מאינסוף למקומה?

ב. משחררים את המטענים ממנוחה:

[1] מהי מהירות כל חלקיק לאחר שהמרחק ביניהם יהיה 2a?

[2] מה גודלה של המהירות המרבית של כל מטען?

פתרון דוגמה מספר (8)

א. העבודה של הכוח החיצוני שווה לשינוי באנרגיה הפוטנציאלית החשמלית:

$$W = U_{E(a)} - U_{E(\infty)} = \frac{kqq}{a} + \frac{kqq}{a} + \frac{kqq}{a} - 0 = 3\frac{kq^2}{a}$$

ב. [1] על המטענים פועל רק הכוח החשמלי שהוא כוח משמר ולכן יש שימור אנרגיה. מכאן:

$$E_{(a)} = E_{(2a)}$$

$$3 \cdot \frac{kq^2}{a} = 3 \cdot \frac{kq^2}{2a} + 3 \cdot \frac{mu_a^2}{2}$$

$$u_a = \sqrt{\frac{kq^2}{ma}}$$

[2] המהירות המרבית מתקבלת כאשר המטענים במרחק רב זה מזה (ב"אינסוף"):

$$E_{(a)} = E_{(a\to\infty)}$$

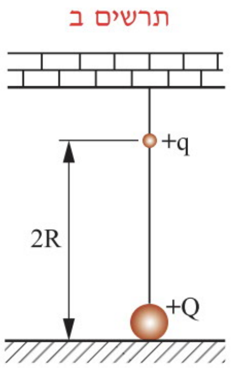
$$3 \cdot \frac{kq^2}{a} = 3 \cdot \frac{mu^2}{2}$$

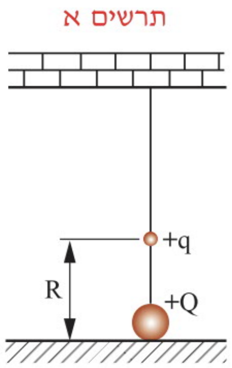
$$u = \sqrt{\frac{2kq^2}{ma}}$$

דוגמה מספר (9)

חרוז קטן שמסתו m ומטענו q+ מושחל על חוט העשוי מחומר מבודד שאורכו r. החוט קשור מצדו האחד לקרקע ומצדו השני לתקרה. ניתן להזניח את החיכוך בין החוט והחרוז.

אל קצהו התחתון של החוט מחובר באופן קבוע כדור קטן שמטענו Q+. במצב המתואר בתרשים א החרוז נמצא במנוחה במרחק 2R מהכדור. נתונים: k, R, g, m, Q, q.





א. בטאו את מטען החרוז q.

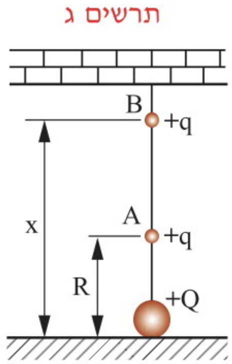
ב. כוח חיצוני מקרב את החרוז אל הכדור עד למרחק R (תרשים ב). ממצב זה משוחרר החרוז ממנוחה.
לאיזה גובה מרבי ביחס לכדור יגיע החרוז לאחר שחרורו?

פתרון דוגמה מספר (9)

א. לפי החוק הראשון של ניוטון:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \frac{k \cdot q \cdot Q}{(2R)^2} - mg = 0 \Rightarrow q = \frac{4mg \cdot R^2}{kQ}$$

ב. שני הכוחות היחידים הפועלים במערכת (כוח הכובד והכוח החשמלי) הם כוחות משמרים, לכן האנרגיה הכוללת נשמרת. נבחר מישור ייחוס לחישוב האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית בתחתית. נסמן ב–B את נקודת הגובה המרבי, שאליו יגיע החרוז לאחר שחרורו מנקודה A (תרשים ג).



$$E_A = E_B$$

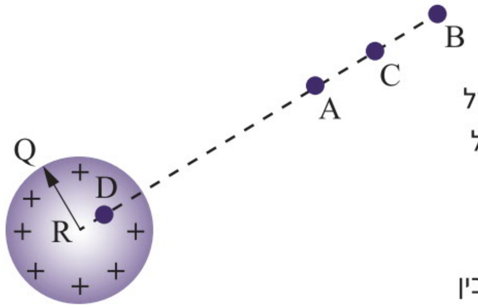
$$\frac{k \cdot Q \cdot q}{R} + mgR = \frac{k \cdot Q \cdot q}{x} + mgx$$

$$\frac{k \cdot Q \cdot \frac{4mg \cdot R^2}{kQ}}{R} + mgR = \frac{k \cdot Q \cdot \frac{4mg \cdot R^2}{kQ}}{x} + mgx$$

$$4mgR + mgR = \frac{4mg \cdot R^2}{x} + mgx \Rightarrow 5R \cdot x = 4R^2 + x^2$$

$$x = 4R$$

תרגילים



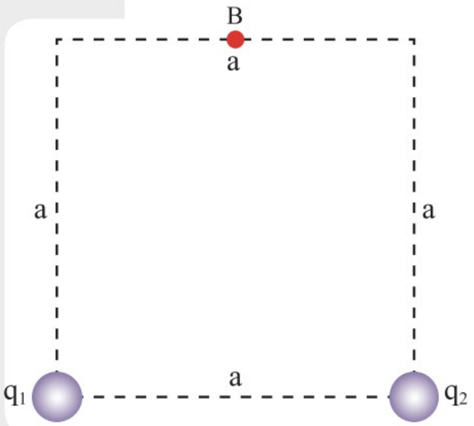
1. נתון כדור מוליך שרדיוסו $R=0.2[m]$ הטעון במטען $Q=1.2\cdot10^{-9}[C]$. המטען מפולג על פני שטח הפנים החיצוני של הכדור המוליך. הפוטנציאל החשמלי בנקודה A הנמצאת מחוץ לכדור היא $V_A=18[V]$ והפוטנציאל החשמלי בנקודה B הוא $V_B=9[V]$.

   א. מהו הפוטנציאל החשמלי על שפת הכדור?

   ב. מהו הפוטנציאל החשמלי בנקודה D הנמצאת באמצע המרחק בין מרכז הכדור ושפת הכדור?

   ג. מהו מרחקן של כל אחת מהנקודות A ו–B ממרכז הכדור?

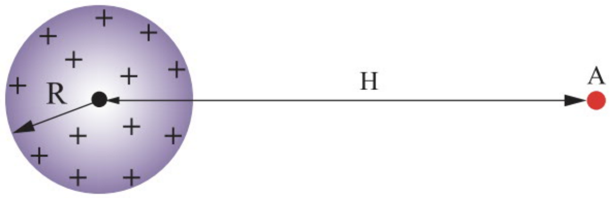
   ד. מהו הפוטנציאל החשמלי בנקודה C הנמצאת באמצע המרחק בין שתי הנקודות A ו–B?



2. שני מטענים זהים נמצאים על הקודקודים של ריבוע שאורך צלעו a. ערכי המטענים הם: $q_1=q_2=q$.

   א. מהו הפוטנציאל החשמלי במרכז הריבוע?

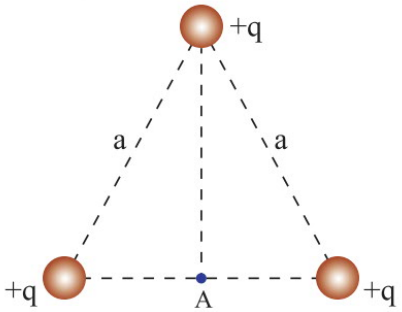
   ב. מהו גודל המטען Q שיש להציב בנקודה B הנמצאת באמצע הצלע העליונה כדי שהפוטנציאל החשמלי במרכז הריבוע יהיה שווה אפס?



3. מטען חיובי Q מפוזר בצורה אחידה בתוך כדור שרדיוסו R בצפיפות נפחית קבועה. נקודה A נמצאת במרחק של H ממרכז הכדור.

   א. מהו הפוטנציאל החשמלי על שפת הכדור?

   ב. משחררים ממנוחה מנקודה A חלקיק שלילי שמטענו $-q$ ומסתו m. מהי מהירות החלקיק בהגיעו לשפת הכדור?

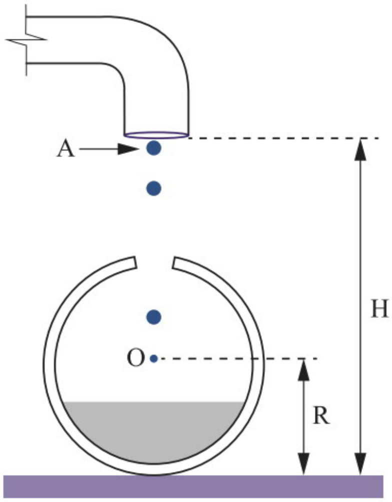


4. שלושה מטענים נקודתיים $+q$ מוחזקים בקודקודי משולש **שווה צלעות**, שאורך צלעו a.

   א. מהו הפוטנציאל החשמלי בנקודה A הנמצאת במחצית המרחק בין המטענים שבבסיס המשולש?

   ב. מהי העבודה החיצונית הדרושה בהעברת המטען מקודקוד המשולש (העליון) לנקודה A?

5. בתרשים מתוארת קליפה כדורית מוליכה ומבודדת שבה פתח קטן. טיפות בעלות מטען חשמלי חיובי ניתקות מצינורית, נופלות לתוך הקליפה, וכל מטענן עובר לקליפה. רדיוס הקליפה הוא R, ופתח הצינורית נמצא בגובה H מעל תחתית הקליפה.

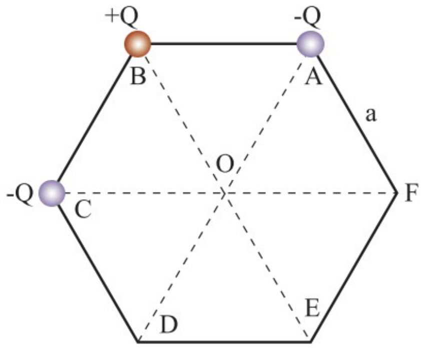


א. לגבי הרגע שבו מטען הקליפה הוא Q, בטאו עבור כל אחת מהנקודות A ו-O (בהתאם לתרשים) את הפוטנציאל החשמלי שנוצר על ידי הקליפה הטעונה (בלבד). הפוטנציאל באינסוף נבחר כ-0.

ב. כל טיפה היא בעלת מסה m ומטען q, ועל הטיפות פועלים רק כוח הכובד והכוח האלקטרוסטטי. בטאו באמצעות נתוני השאלה את העבודה שנעשתה נגד הכוחות החשמליים בטעינת הקליפה הכדורית למטען Q, שעבורו טיפה בנקודה A תימצא בשיווי משקל.

ג. מהו מקור האנרגיה לעבודה שבסעיף ב?

6. בכל אחד משלושת הקודקודים A, B, C של משושה משוכלל, שאורך צלעו a, נמצאים מטענים השווים בגודלם והפוכים בסימנם (ראו תרשים). בטאו את תשובותיכם לשאלות באמצעות נתוני השאלה.

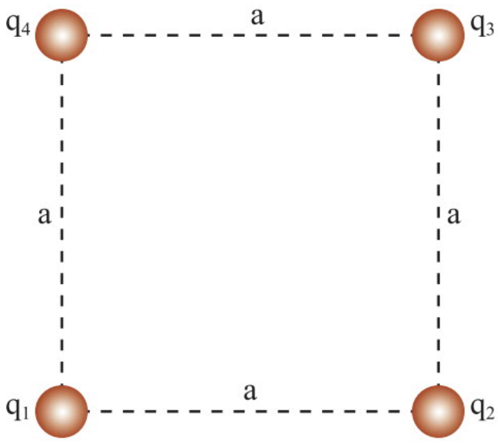


א. מהו הפוטנציאל החשמלי במרכז הסימטריה O של המשושה?

ב. מהו הפוטנציאל החשמלי בקודקוד E של המשושה?

ג. מהי העבודה החיצונית שיש להשקיע על מנת להביא מהאינסוף מטען נקודתי +q אל מרכז הסימטריה O של המשושה?

7. ארבעה מטענים זהים נמצאים על הקודקודים של ריבוע שאורך צלעו a. ערכי המטענים הם: $q_1=q_2=q_3=q_4=q$.



א. מהי האנרגיה האלקטרוסטטית האצורה במערכת?

ב. מהי העבודה החיצונית שיש להשקיע על מנת להביא מהאינסוף מטען נקודתי +q אל מרכז הריבוע?

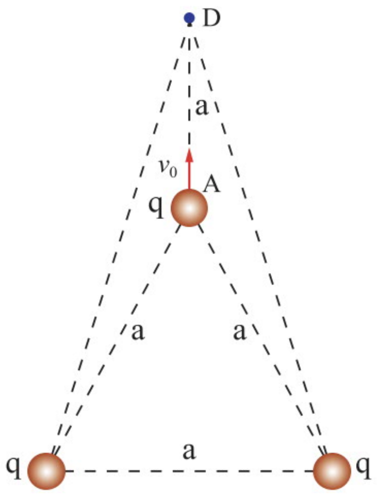
8. שלושה מטענים נקודתיים, שמסת כל אחד מהם $m = 4\cdot 10^{-8}\left[kg\right]$ ומטען כל אחד מהם $q = -3\cdot 10^{-6}\left[C\right]$, מוחזקים בקודקודי משולש שווה צלעות, שאורך צלעו a=0.6[m].

מקנים למטען הנמצא בקודקוד A מהירות $v_0 = 2\cdot 10^3\left[\frac{m}{s}\right]$ לכיוון נקודה D, הנמצאת במרחק 0.6[m] מנקודה A.

א. מהי האנרגיה האלקטרוסטטית האצורה במערכת כשהמטען נמצא בנקודה A?

ב. מהי האנרגיה האלקטרוסטטית האצורה במערכת כשהמטען נמצא בנקודה D?

ג. באיזו מהירות יחלוף המטען על פני נקודה D?

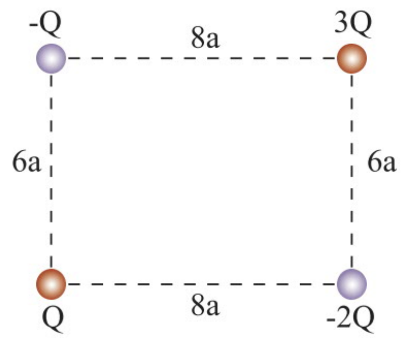


9. בארבעת קודקודיו של מלבן מצויים מטענים חשמליים.

א. מהו הפוטנציאל החשמלי במרכז המלבן?

ב. מהי העבודה החיצונית שיש להשקיע על מנת להביא מהאינסוף מטען נקודתי 2Q- אל מרכז המלבן?

ג. מהי עבודת השדה החשמלי בהבאת מטען נקודתי 2Q- מהאינסוף אל מרכז המלבן?



10. ארבעה מטענים נקודתיים מסודרים כמתואר בתרשים א.

א. מהו השדה החשמלי (גודל וכיוון) בראשית הצירים?

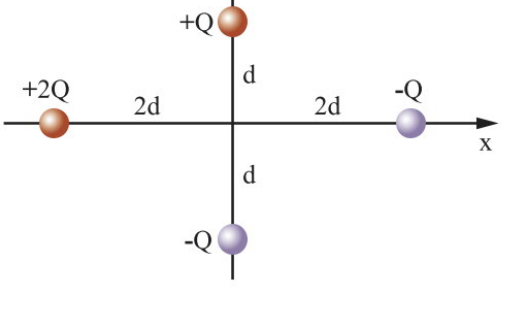
ב. מהו הפוטנציאל בראשית הצירים?

ג. מהי העבודה החיצונית בהעברת מטען נקודתי q+ מהאינסוף ועד לראשית הצירים?

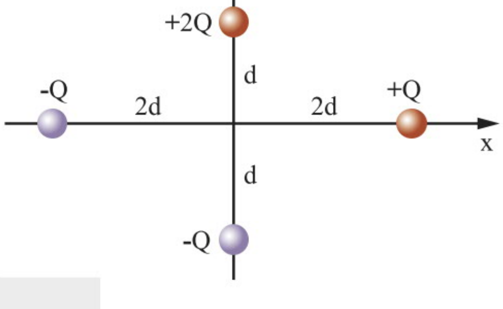
ד. מהי האנרגיה החשמלית של מערכת המטענים?

ה. מהי העבודה החיצונית הדרושה כדי לעבור מהמצב המתואר בתרשים א למצב המתואר בתרשים ב?

תרשים א



תרשים ב



11. כדור מוליך שרדיוסו $R=10[cm]$, שבו קדוחה תעלה צרה מאוד העוברת דרך מרכזו, טעון במטען שלילי. נתון כי הפוטנציאל החשמלי בנקודה A, הנמצאת במרחק 100 ס"מ משפת הכדור, הוא $20[V]$.

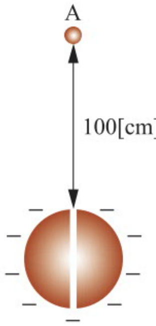
פרוטון משוחרר ממנוחה מהנקודה A מול התעלה.

א. מהי האנרגיה החשמלית של מערכת הפרוטון והכדור בנקודה A?

ב. מהי האנרגיה החשמלית של מערכת הפרוטון והכדור כשהפרוטון מגיע לשפת הכדור?

ג. מצאו את מהירותו של הפרוטון כהרף עין לפני הגעתו לכדור הטעון.

ד. מצאו את מהירותו של הפרוטון כשהוא חולף על פני מרכז הכדור.



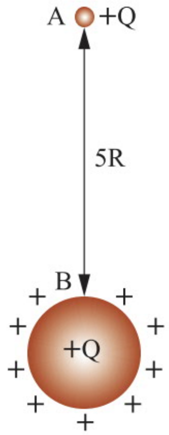
12. כדור מוליך שרדיוסו R טעון במטען חיובי $+Q$. מטען נקודתי $+Q$ שמסתו m נמצא במנוחה בנקודה A הנמצאת במרחק 5R משפת הכדור.

א. מהו הפוטנציאל בנקודה A?

ב. מהי האנרגיה הכללית של מערכת המטען והכדור בנקודה A?

ג. מהי האנרגיה הכללית של מערכת המטען והכדור בנקודה B הנמצאת על שפת הכדור?

ד. מהי המהירות המינימלית שיש לתת למטען כשהוא בנקודה A, על מנת שיגיע לנקודה B?



13. כדור מוליך שרדיוסו R טעון במטען חיובי $+5Q$. מטען נקודתי $+Q$ שמסתו m מוחזק במנוחה בנקודה A הנמצאת על שפת הכדור.

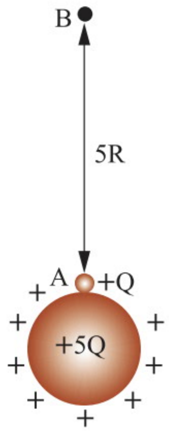
א. מהו הפוטנציאל בנקודה A?

ב. מהי האנרגיה האלקטרוסטטית האצורה במערכת כשהמטען נמצא בנקודה A?

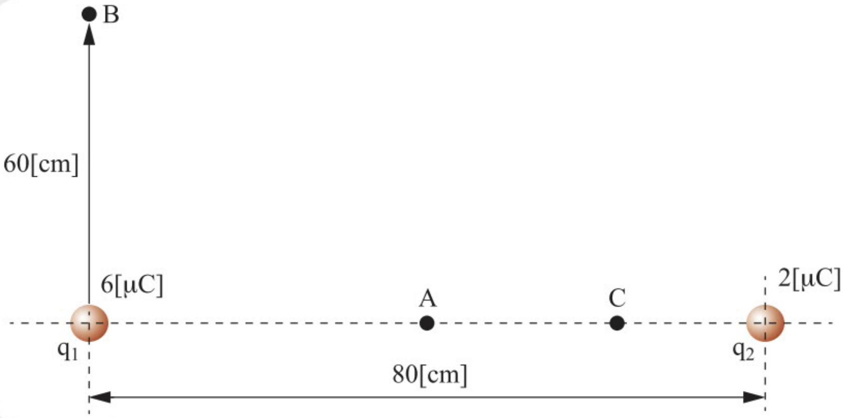
ג. משחררים את המטען ממצב מנוחה בנקודה A.

[1] מהי האנרגיה הקינטית של המטען בנקודה B, הנמצאת במרחק 5R משפת הכדור?

[2] מהי מהירות המטען כשהוא חולף על פני נקודה B?



14. שני מטענים נקודתיים $q_1= 6[\mu C]$ ו-$q_2= 2[\mu C]$ נמצאים במרחק של $80[cm]$ זה מזה.

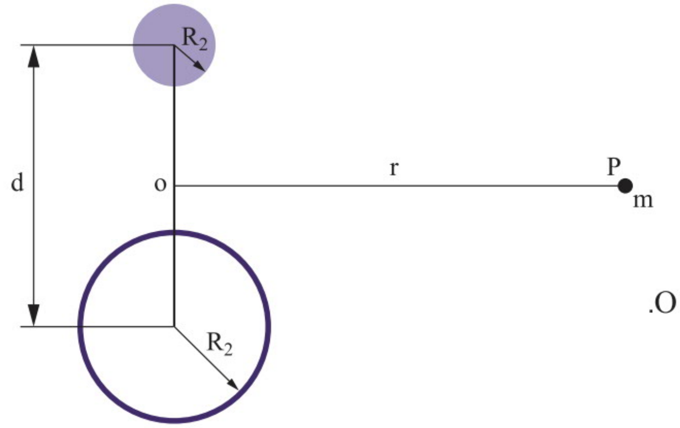


א. מהו הפוטנציאל החשמלי בנקודה A הנמצאת באמצע המרחק בין המטענים?

ב. מהו הפוטנציאל החשמלי בנקודה B הנמצאת במרחק $60[cm]$ בדיוק מעל מטען q_1?

ג. מהו הפוטנציאל החשמלי בנקודה C, שבה עוצמת השדה החשמלי שווה אפס?

15. נתון כדור מוליך מלא שרדיוסו $R_1=10[cm]$, וכדור מוליך חלול שרדיוסו $R_2=20[cm]$.
טוענים את שני הכדורים במטענים שווים: $q_1=q_2= -4\cdot 10^{-8}[C]$. מקרבים את הכדורים ומקבעים אותם כך שהמרחק בין מרכזי הכדורים הוא $d=50[cm]$.



נקודה O נמצאת באמצע הקטע המחבר בין מרכזי הכדורים. נקודה P נמצאת על הציר המרכזי בין שני הכדורים במרחק $r=80[cm]$ מנקודה O. בנקודה P נמצא חלקיק שמסתו $m= 6.68\cdot 10^{-27}[kg]$ ומטענו $q= 3.2\cdot 10^{-19}[C]$ (ראו תרשים).

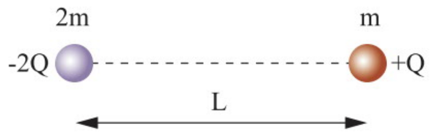
משחררים את החלקיק ממנוחה בנקודה P.

א. חשבו את מהירות החלקיק כשהוא עובר בנקודה O.

ב. חשבו את תאוצת החלקיק בנקודה P.

ג. חשבו את השדה החשמלי בנקודה P.

16. שני מטענים נקודתיים $q_1=Q$ ו- $q_2=-2Q$ מוחזקים במנוחה במרחק L זה מזה. מסת המטען q_1 היא m ומסת המטען q_2 היא 2m. ברגע מסוים משחררים את שני המטענים.



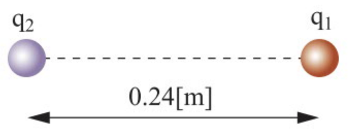
א. מדוע התנע במערכת הגופים נשמר, אף שפועל כוח חשמלי על כל אחד מהמטענים?

ב. מדוע האנרגיה במערכת הגופים נשמרת, אף שפועל כוח חשמלי על כל אחד מהמטענים?

ג. מה השינוי באנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של המטענים כאשר המרחק ביניהם 0.25L?

ד. רשמו משוואות שמהן ניתן לחשב מהי מהירות כל אחד מהמטענים, כאשר המרחק ביניהם 0.25L.

17. שני מטענים נקודתיים $q_1 = 4\cdot10^{-6}[C]$ ו- $q_2 = -12\cdot10^{-6}[C]$ מוחזקים במנוחה במרחק $0.24[m]$ זה מזה.



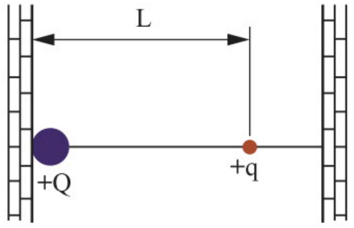
א. על הישר המחבר את שני המטענים יש שתי נקודות שבהן הפוטנציאל שווה לאפס. מצאו באיזה מרחק מ-q_1 נמצאת כל אחת מהנקודות.

ב. אילו המטענים היו שווים בסימנם, האם היו נקודות כלשהן במרחב שבהן הפוטנציאל שווה לאפס?

ג. מהו התנאי לכך שהפוטנציאל החשמלי יהיה שווה לאפס **לפחות** בנקודה אחת (פרט לאינסוף)?

ד. מהו התנאי לכך שהפוטנציאל החשמלי יהיה שווה לאפס **רק** בנקודה אחת על הישר המחבר את שני המטענים (פרט לאינסוף)?

18. חרוז קטן שמסתו m ומטענו +q מושחל על חוט העשוי מחומר מבודד שאורכו r. החוט קשור משני צדיו לקיר. אל קצהו השמאלי של החוט מחובר באופן קבוע כדור קטן שמטענו +Q. במצב המתואר בתרשים, החרוז נמצא במנוחה במרחק L מהכדור. מעניקים לחרוז מהירות התחלתית v שמאלה לכיוון המטען Q ומשחררים אותו. ניתן להזניח את החיכוך בין החוט לחרוז. נתונים: v, k, L, m, Q, q.

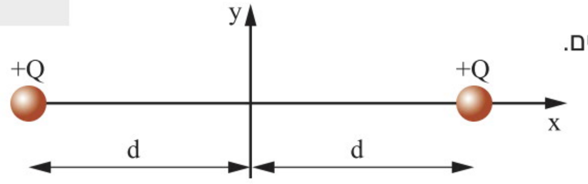


א. בטאו באמצעות נתוני השאלה את האנרגיה הכוללת של החרוז כאשר הוא משוחרר.

ב. בטאו באמצעות נתוני השאלה את המרחק המינימלי מהמטען Q (x_{min}) שאליו יגיע החרוז.

ג. כיצד ישתנו **גודל המהירות** ו**גודל התאוצה** במהלך תנועת החרוז מ-L ל-x_{min}? עבור כל אחד מהם קבעו האם יגדל, יקטן או יישאר קבוע ונמקו.

19. שני מטענים נקודתיים מסודרים על ציר ה-x כמתואר בתרשים.



א. הוכיחו כי הפוטנציאל החשמלי של מערכת המטענים לאורך ציר ה-x בתחום x>d

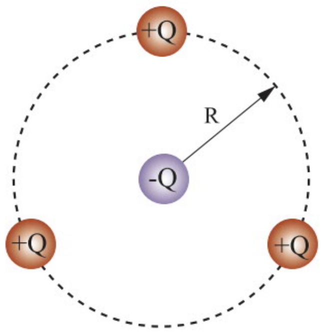
שווה ל: $V_{(x)} = 2kQ\dfrac{x}{(x^2-d^2)}$.

ב. הוכיחו כי הפוטנציאל החשמלי של מערכת המטענים לאורך ציר ה-x בתחום -d<x<d

שווה ל: $V_{(x)}=2kQ\dfrac{d}{(d^2-x^2)}$.

ג. הוכיחו כי הפוטנציאל החשמלי של מערכת המטענים לאורך ציר ה-y ‏(y>0)

שווה ל: $V_{(y)} = 2kQ\dfrac{1}{\sqrt{(y^2+d^2)}}$.



20. שלושה חלקיקים קטנים, שמסת כל אחד מהם M ומטען כל אחד מהם +Q, נמצאים במרחקים שווים זה מזה. כל אחד מהחלקיקים מבצע תנועה מעגלית שרדיוסה R סביב חלקיק רביעי שמטענו -Q, כמתואר בתרשים. נתונים: Q, M, R, k.

א. מהי האנרגיה החשמלית הפוטנציאלית של המערכת?

ב. מהי האנרגיה הקינטית של שלושת החלקיקים המסתובבים?

ג. מהי האנרגיה הכוללת של המערכת?

5 מתח חשמלי והפרש פוטנציאלים

רקע תיאורטי

מתח חשמלי

בפרק הקודם אפיינו את האנרגיה החשמלית בנקודות שונות בשדה החשמלי באמצעות מושג הפוטנציאל החשמלי. **הפרש הפוטנציאלים** בין שתי נקודות נקרא **מתח חשמלי**. בהמשך נלמד על הזרם החשמלי וניווכח בחשיבות השימוש במתח חשמלי.

נגדיר את **הפרש הפוטנציאלים** $V_{AB}=V_B-V_A$ **כמתח החשמלי בין שתי נקודות** A ו-B.

על כן:

- אם ההפרש הוא **חיובי**, אזי הפוטנציאל בנקודה B גבוה יותר, והמשמעות היא שמטען חיובי, אם מאפשרים לו, **ינוע ספונטנית** מנקודה B לנקודה A, כלומר מתקבלת עבודה חיובית מהשדה החשמלי.
- אם ההפרש הוא **שלילי**, אזי הפוטנציאל בנקודה A גבוה יותר, והמשמעות היא שמטען חיובי **לא ינוע ספונטנית** מנקודה A לנקודה B. יש צורך **בעבודה של כוח חיצוני** נגד השדה החשמלי בהעברת מטען חיובי מנקודה B לנקודה A. במקרה זה נעשית עבודה שלילית על ידי השדה החשמלי.

כמובן שמתקיים גם: $V_{AB}=-V_{BA}$.

ראינו שעבודת השדה החשמלי, כשהוא מעתיק מטען q מנקודה A לנקודה B שווה ל:

$$W_E=-q\cdot(V_B-V_A)=-q\cdot V_{AB}$$

משמעות סימן ה"מינוס" היא ש**כאשר מתקדמים בכיוון השדה, הפוטנציאל הולך וקטן**.

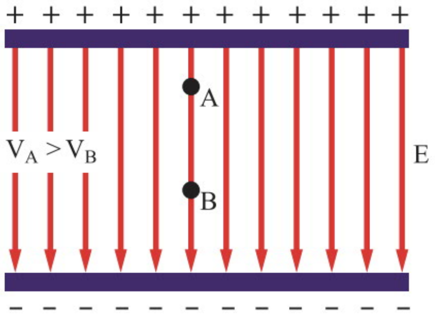
שימו לב: בחלק מהספרים (ובדף הנוסחאות) מקובלת ההגדרה: $V_{AB}=V_A-V_B$ **על כן:** $W_E=q\cdot(V_A-V_B)$.

מתח חשמלי ושדה חשמלי אחיד

נראה כעת מה הקשר בין המתח לבין השדה החשמלי במקרה הפשוט, כאשר השדה החשמלי קבוע (אחיד).

באיור מתואר שדה חשמלי אחיד בין שני לוחות מישוריים גדולים מאוד.

העבודה של השדה החשמלי, כשהוא מעתיק מטען מנקודה A לנקודה B שווה ל:



$$W_E=F_E\cdot x=q\cdot E\cdot x=-q\cdot V_{AB}$$

$$E=-\frac{V_{AB}}{x}$$

כיוון השדה הוא תמיד מהפוטנציאל **הגבוה** לפוטנציאל **הנמוך**.

יחידת המידה של השדה המחושב באמצעות משוואה זו היא $\left[\frac{V}{m}\right]$.

ניזכר שבפרק הקודם ראינו שיחידות המידה של השדה היו $\left[\frac{N}{C}\right]$.

נוכל להיווכח בקלות כי יחידות אלו שקולות:

$$\left[\frac{V}{m}\right]=\left[\frac{J/C}{m}\right]=\left[\frac{N\cdot m}{C\cdot m}\right]=\left[\frac{N}{C}\right]$$

כלל אצבע:

- כאשר השדה החשמלי מבוטא באמצעות **הפוטנציאל**, עדיף להשתמש ביחידות $\left[\frac{V}{m}\right]$.
- כאשר הוא מבוטא באמצעות **הכוח**, עדיף להשתמש ביחידות $\left[\frac{N}{C}\right]$.

כאשר השדה אינו אחיד, קיים קשר מורכב יותר בינו לבין המתח (שאותו לא נתאר בשלב זה).

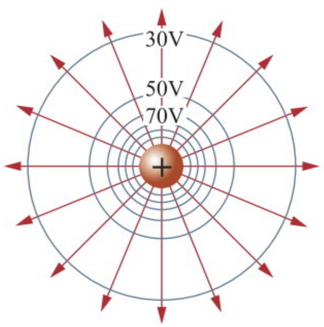
קווי שדה וקווי פוטנציאל

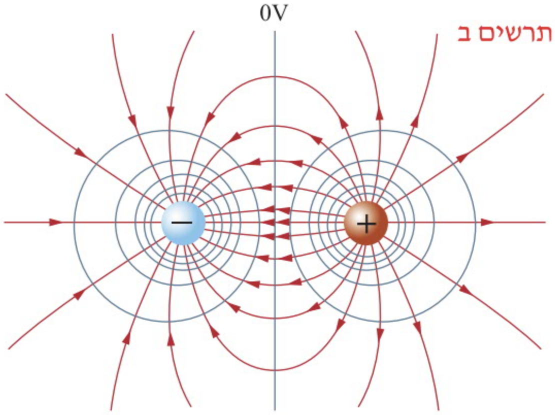
כבר ראינו שנוח לתאר את השדה החשמלי באמצעות קווי שדה. באופן דומה, נוח לתאר את הפוטנציאל באמצעות **משטחים או קווים שווי–פוטנציאל**:

קו (משטח) שווה–פוטנציאל מאופיין בכך שבכל הנקודות עליו יש פוטנציאל חשמלי זהה.

העתקת מטען לאורך קו (או משטח) שווה–פוטנציאל **אינה כרוכה בביצוע עבודה**, מכיוון שהפרש הפוטנציאלים לאורכו הוא 0.

באיורים מוצגות שתי דוגמאות למשטחים שווי–פוטנציאל.





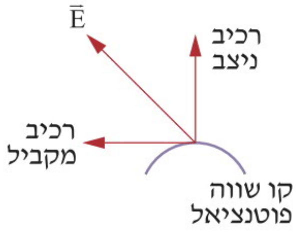
קווי שדה (באדום) ומשטחים מרחביים שווי–פוטנציאל (בכחול) סביב מטען נקודתי חיובי (תרשים א) וסביב שני מטענים שווים ומנוגדי סימן (תרשים ב).

הקשר בין קווי שדה לקווי פוטנציאל

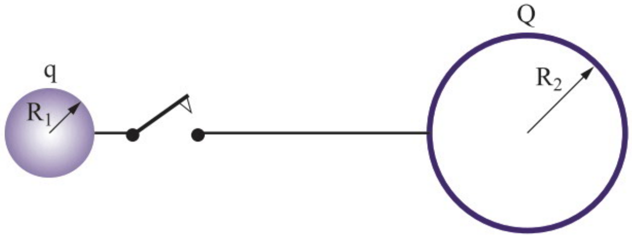
טענה: קו השדה בנקודה מסוימת, הנמצאת על קו שווה–פוטנציאל, ניצב תמיד לקו שווה–הפוטנציאל באותה נקודה.

נוכיח זאת בדרך השלילה בעזרת התרשים הבא.

אילו הטענה לא הייתה נכונה, אזי ניתן היה לפרק את השדה החשמלי לשני רכיבים, כך שהיה מתקבל רכיב של כוח חשמלי הפועל בכיוון משיק לקו שווה–הפוטנציאל. המשמעות היא שהייתה קיימת תנועת מטענים לאורך הקו בשל הפרש פוטנציאלים, וזאת בסתירה להנחה שמדובר בקו שווה–פוטנציאל.



חיבור בין כדורים מוליכים טעונים



במקרים שונים, המוכרים גם מחיי היום–יום, מתקיים מעבר של מטענים חשמליים לאדמה, שאליה ניתן להתייחס כאל כדור מוליך טעון בעל רדיוס גדול מאוד.

כדי להבין מה מתרחש במקרה זה, ננתח את הפוטנציאל החשמלי במקרה הכללי, של שני כדורים מוליכים המחוברים זה לזה. רדיוס הכדור הגדול R_2 ומטענו Q, רדיוס הכדור הקטן R_1 ומטענו q, ונניח שמתקיים $R_2>>R_1$.

כאשר מחברים את הכדורים באמצעות תיל מוליך דק, מאפשרים למעשה **לאלקטרונים** לעבור מהפוטנציאל הנמוך לפוטנציאל **גבוה** יותר **עד להשתוות הפוטנציאלים, כלומר למצב סטטי**.

לפני החיבור: הפוטנציאל של הכדור הקטן: $V_1 = k\dfrac{q}{R_1}$, הפוטנציאל של הכדור הגדול: $V_2 = k\dfrac{Q}{R_2}$

אחרי החיבור: הפוטנציאל של הכדור הקטן: $V_1' = k\dfrac{q'}{R_1}$, הפוטנציאל של הכדור הגדול: $V_2' = k\dfrac{Q'}{R_2}$

ואנו יודעים שלאחר החיבור הפוטנציאלים של שני הכדורים **משתווים**:

$$V_1' = V_2' \Rightarrow k\frac{q'}{R_1} = k\frac{Q'}{R_2}$$

$$(1) \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{Q'}{q'}$$

מסקנה: בחיבור שני כדורים טעונים, המטען הכולל מתחלק בין שני הכדורים ביחס ישר לרדיוסים שלהם.

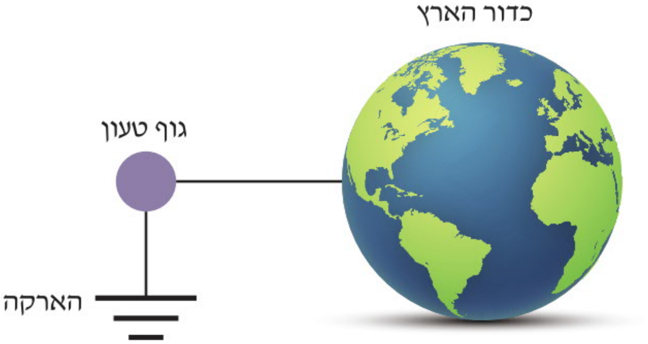
מכאן ניתן להסיק שאם רדיוס של כדור אחד גדול מאוד ביחס לרדיוס של הכדור השני, אז רוב מוחלט של המטען יעבור לכדור הגדול. בסעיף הבא נעסוק בפעולת הארקה המבוססת על מסקנה זו.

מחוק שימור המטען מתקיים:

$$(2) \quad Q + q = Q' + q'$$

ומתוך שתי המשוואות (1) ו–(2) ניתן לחשב את גודלו של המטען שעבר בין הכדורים.

הארקה



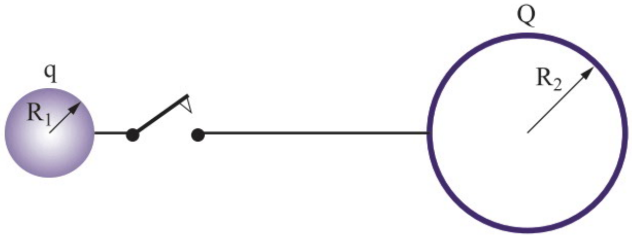
חיבור גוף מוליך טעון אל כדור הארץ באמצעות מוליך חשמלי נקרא **הארקה**.

מקובל לסמן חיבור כזה כך:

מכיוון שכדור הארץ גדול מאוד ביחס לכל גוף המצוי עליו, ההארקה תגרום למעשה לפריקת מטענו של הגוף הטעון המחובר במוליך לכדור הארץ. נשתמש בקשר (1) שמצאנו:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{Q'}{q'} \qquad q' = Q'\frac{R_1}{R_2}$$

חיבור בין כדורים מוליכים טעונים



במקרים שונים, המוכרים גם מחיי היום–יום, מתקיים מעבר של מטענים חשמליים לאדמה, שאליה ניתן להתייחס כאל כדור מוליך טעון בעל רדיוס גדול מאוד.

כדי להבין מה מתרחש במקרה זה, ננתח את הפוטנציאל החשמלי במקרה הכללי, של שני כדורים מוליכים המחוברים זה לזה. רדיוס הכדור הגדול R_2 ומטענו Q, רדיוס הכדור הקטן R_1 ומטענו q, ונניח שמתקיים $R_2 >> R_1$.

כאשר מחברים את הכדורים באמצעות תיל מוליך דק, מאפשרים למעשה **לאלקטרונים** לעבור מהפוטנציאל הנמוך לפוטנציאל **גבוה** יותר **עד להשתוות הפוטנציאלים, כלומר למצב סטטי**.

לפני החיבור: הפוטנציאל של הכדור הקטן: $V_1 = k\dfrac{q}{R_1}$, הפוטנציאל של הכדור הגדול: $V_2 = k\dfrac{Q}{R_2}$

אחרי החיבור: הפוטנציאל של הכדור הקטן: $V_1' = k\dfrac{q'}{R_1}$, הפוטנציאל של הכדור הגדול: $V_2' = k\dfrac{Q'}{R_2}$

ואנו יודעים שלאחר החיבור הפוטנציאלים של שני הכדורים **משתווים**:

$$V_1' = V_2' \Rightarrow k\frac{q'}{R_1} = k\frac{Q'}{R_2}$$

$$(1) \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{Q'}{q'}$$

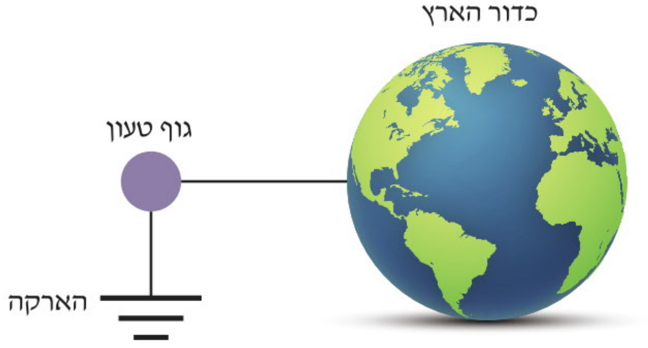
מסקנה: **בחיבור שני כדורים טעונים, המטען הכולל מתחלק בין שני הכדורים ביחס ישר לרדיוסים שלהם.**

מכאן ניתן להסיק שאם רדיוס של כדור אחד גדול מאוד ביחס לרדיוס של הכדור השני, אז רוב מוחלט של המטען יעבור לכדור הגדול. בסעיף הבא נעסוק בפעולת הארקה המבוססת על מסקנה זו.

מחוק שימור המטען מתקיים: $(2) \quad Q + q = Q' + q'$

ומתוך שתי המשוואות (1) ו–(2) ניתן לחשב את גודלו של המטען שעבר בין הכדורים.

הארקה



חיבור גוף מוליך טעון אל כדור הארץ באמצעות מוליך חשמלי נקרא **הארקה**.

מקובל לסמן חיבור כזה כך:

מכיוון שכדור הארץ גדול מאוד ביחס לכל גוף המצוי עליו, ההארקה תגרום למעשה לפריקת מטענו של הגוף הטעון המחובר במוליך לכדור הארץ. נשתמש בקשר (1) שמצאנו:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{Q'}{q'} \qquad q' = Q'\frac{R_1}{R_2}$$

מכיוון שרדיוס כדור הארץ יכול להיחשב אינסופי ביחס לרדיוס הגוף הטעון, ובהנחה (הסבירה) שמטענו של כדור הארץ אינו אינסופי, נקבל:

$$q' = Q'\frac{R_1}{R_2}$$

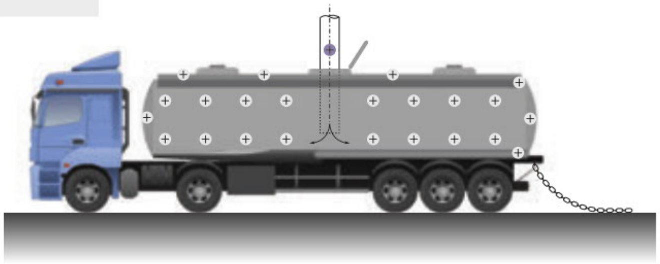
$$R_2 \to \infty$$

$$q' \to 0$$

מסקנה: בחיבור מוליך לאדמה (הארקה), כל המטען שהיה על המוליך ייעלם, וכתוצאה מכך הפוטנציאל של המוליך יהיה שווה לפוטנציאל של האדמה. מטעמי נוחיות, מקובל לקבוע שפוטנציאל כדור הארץ הוא 0. ההארקה גורמת לגוף המוארק להיות בשוויון פוטנציאל עם האדמה ("**פוטנציאל אפס**").

לפעולת ההארקה מספר שימושים, למשל:

1. **מניעת התחשמלות**: כאשר גוף מוליך כלשהו נטען עקב תקלה, ההארקה תפנה את המטענים אל האדמה ותמנע התחשמלות במקרה שאדם ייגע במוליך. למטענים קל יותר לעבור לאדמה דרך חיבור ההארקה מאשר דרך גוף האדם.



2. **מניעת התפוצצות**: כאשר ישנה הצטברות של מטען חשמלי בכלי הרכב בשל החיכוך עם האוויר, המטענים המצטברים עלולים לגרום לניצוץ כתוצאה מהתפרקות המטען אל האדמה, והניצוץ עלול לגרום להתפוצצות במקרה של דליפת דלק. לכן במשאיות המשמשות להובלת דלק נוהגים לחבר שרשרת ברזל או רצועה מחומר מוליך, כאשר קצה אחד שלה מחובר אל גוף כלי הרכב, והקצה השני נגרר על הכביש ופורק את המטען לאדמה.

סיכום

1. מתח חשמלי מוגדר כהפרש הפוטנציאלים בין שתי נקודות: $V_{AB}=V_B-V_A$.
2. מתקיים: $V_{AB}=-V_{BA}$.
3. עבודת השדה החשמלי בהעתיקו מטען q מנקודה A לנקודה B שווה ל:

$$W_E = -q\cdot(V_B - V_A) = -q\cdot V_{AB}$$

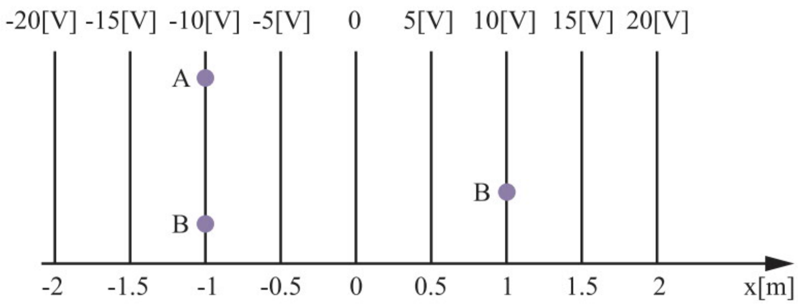
משמעות סימן המינוס היא שכאשר מתקדמים בכיוון השדה, הפוטנציאל הולך וקטן.

4. בחלק מהספרים (ובדף הנוסחאות) מקובלת ההגדרה: $V_{AB} = V_A - V_B$, ולכן: $W_E = q\cdot(V_A - V_B)$
5. קו שווה-פוטנציאל מאופיין בכך שבכל נקודה עליו הפוטנציאל החשמלי זהה. העתקת מטען לאורך קו שווה-פוטנציאל איננה כרוכה בביצוע עבודה.
6. בכל נקודה על קו (או משטח) שווה-פוטנציאל, **כיוון השדה החשמלי** (שאותו ניתן לייצג על ידי קו שדה) **ניצב** לקו (או למשטח) שווה-הפוטנציאל.
7. בחיבור שני כדורים טעונים, כשהרדיוס של האחד גדול מאוד ביחס לרדיוס של הכדור האחר (R>>r), חלוקת המטען אחרי החיבור מקיימת את הקשר: $\frac{q}{Q}=\frac{r}{R}$, כאשר Q ו-q הם המטענים על הכדור הגדול והקטן, בהתאמה.
8. חיבור גוף טעון אל כדור הארץ באמצעות מוליך נקרא **הארקה**. בעת הארקה של מוליך, כל המטען שהיה עליו נעלם, וכתוצאה מכך הפוטנציאל שלו ישתווה לפוטנציאל של האדמה, כלומר 0.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)

התרשים שלפניכם מתאר חתך של משטחים שווי פוטנציאל באזור שבו שורר שדה חשמלי.



א. [1] מהו כיוון השדה החשמלי שבתרשים? נמקו.

[2] האם עוצמת השדה קטנה, גדלה או קבועה לאורך ציר x הנתון בתרשים? נמקו.

ב. חשבו את הפרשי הפוטנציאלים:

[1] V_{AB} [2] V_{CA} [3] V_{CB}

ג. חשבו את עוצמת השדה החשמלי באזור המתואר.

ד. ברגע $t = 0$ משחררים חלקיק טעון שהוחזק במנוחה בראשית הציר. החלקיק נע בכיוון החיובי של ציר ה-x. קבעו אם מטען החלקיק הוא חיובי או שלילי. נמקו את קביעתכם.

ה. נתון **שגודל** מטען החלקיק הוא $q = 2\cdot10^{-12}[C]$. חשבו את עבודת השדה על החלקיק במעבר מנקודה A לנקודה B.

פתרון דוגמה מספר (1)

א. [1] קווי השדה מאונכים למשטחים שווי פוטנציאל וכיוונם מראה את מורד הפוטנציאל, לכן כיוון השדה שמאלה.

[2] היחס בין הפרש הפוטנציאלים להעתק הוא קבוע, מכאן שהשדה הוא קבוע.

ב. [1] $V_{AB} = V_B - V_A = 10 - (-10) = 20[V]$

[2] $V_{CA} = V_A - V_C = -10 - (-10) = 0[V]$

[3] $V_{CB} = V_B - V_C = 10 - (-10) = 20[V]$

ג. $E = -\frac{\Delta V}{\Delta x} = -\frac{V_B - V_A}{x_B - x_A} = -\frac{10-(-10)}{1-(-1)} = -10\left[\frac{V}{m}\right]$

ד. החלקיק הוא **שלילי**. חלקיק שלילי מאיץ **נגד** כיוון השדה החשמלי.

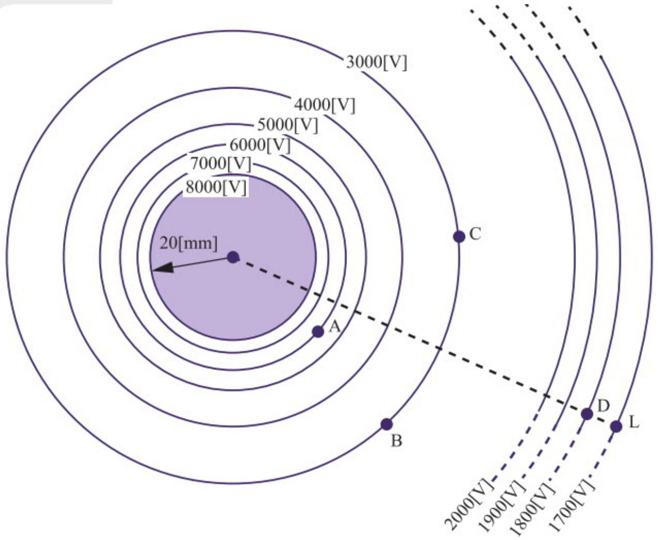
ה. עבודת **הכוח החיצוני** בהעתיקו מטען q מנקודה A לנקודה B שווה ל: $W_{ex} = q\cdot(V_B - V_A) = q\cdot V_{AB}$

לכן, עבודת **השדה החשמלי** בהעתיקו מטען q מנקודה A לנקודה B שווה ל: $W_E = -W_{ex} = -q\cdot V_{AB}$

עבודת השדה החשמלי בהעתיקו מטען q מנקודה A לנקודה B שווה ל: $W_E = -W_{ex} = -q\cdot V_{AB}$

$W_E = -2\cdot10^{-12}\cdot 20 = -40\cdot10^{-12}[J]$

דוגמה מספר (2)



בתרשים שלפניכם מוצגים כדור מוליך טעון וכמה קווים שווי–פוטנציאל. רדיוס הכדור 20[mm] והפוטנציאל על פניו 8000[V]. ליד כל קו רשום הפוטנציאל המתאים לו. הפוטנציאל באינסוף נבחר כאפס.

א. [1] האם המטען על פני הכדור חיובי או שלילי? נמקו.

[2] חשבו את המטען על פני הכדור.

ב. חשבו את עבודת השדה החשמלי, כאשר חלקיק נקודתי הטעון במטען $q=8\times10^{-9}[C]$ מועבר מנקודה A לנקודה C במסלול זה: תחילה מ–A ל–B ולאחר מכן מ– B ל–C.

פתרון דוגמה מספר (2)

א. [1] המטען על פני הכדור הוא חיובי כי הפוטנציאל חיובי.

[2] המטען על פני הכדור:

$$V = k\frac{q}{r} \Rightarrow q = \frac{V\cdot r}{k} = \frac{8000\cdot 20\cdot 10^{-3}}{9\cdot 10^{9}} = 1.78\cdot 10^{-8}[C]$$

ב. **פתרון בדרך א**:

הכוח החשמלי הוא משמר, לכן עבודתו אינה תלויה במסלול. עבודת השדה מ–A ל–B ואחר כך ל–C שווה לעבודת השדה מ–A ל–C.

$$W_{A\to C} = -q\cdot(V_C - V_A) = -8\cdot 10^{-9}\cdot(3000-6000) = 2.4\cdot 10^{-5}[J]$$

פתרון בדרך ב:

עבודת השדה מ–A ל–B:

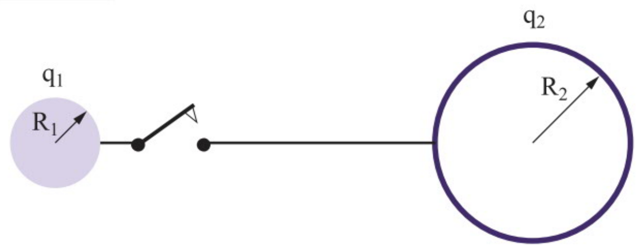
$$W_{A\to B} = -q\cdot(V_B - V_A) = -8\cdot 10^{-9}\cdot(3000-6000) = 2.4\cdot 10^{-5}[J]$$

עבודת השדה כאשר המטען מועבר מנקודה B ל–C שווה לאפס, כי הפרש הפוטנציאלים בין שתי הנקודות שווה לאפס. מכאן:

$$W_{A\to C} = W_{A\to B} = 2.4\cdot 10^{-5}[J]$$

דוגמה מספר (3)

נתון כדור מוליך מלא שרדיוסו $R_1=5[cm]$. טוענים את הכדור עד שעוצמת השדה החשמלי סמוך מאוד לפניו שווה ל- $E=30,000\left[\frac{V}{m}\right]$.



א. חשבו את מטען הכדור q_1.

ב. חשבו את פוטנציאל הכדור.

מציבים כדור מוליך **חלול**, הטעון במטען $q_2=3.33\cdot10^{-8}[C]$, במרחק גדול מאוד מהכדור המוליך המלא.

רדיוס הכדור החלול הוא $R_2=10[cm]$. מחברים את שני הכדורים זה לזה בחוט מוליך ארוך ודק, ומחכים זמן ארוך מאוד.

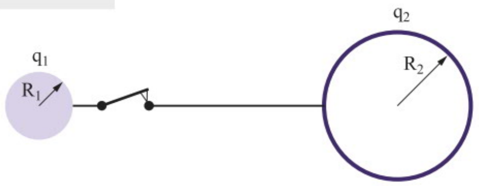
ג. חשבו את המטען על פני כל אחד מהכדורים.

ד. חשבו את פוטנציאל הכדור המלא במצב זה.

פתרון דוגמה מספר (3)

א. $$E_{R_1}=\frac{k\cdot q_1}{R_1^2}\Rightarrow q_1=\frac{E_{R_1}\cdot R_1^2}{k}=\frac{30000\cdot0.05^2}{9\cdot10^9}=8.33\cdot10^{-9}[C]$$

ב. $$V_{R_1}=\frac{k\cdot q_1}{R_1}=\frac{9\cdot10^9\cdot8.33\cdot10^{-9}}{0.05}=1500[V]$$



ג. לפי חוק שימור המטען:

$$q_1'+q_2'=q_1+q_2$$

$$q_1'+q_2'=8.33\cdot10^{-9}+3.33\cdot10^{-8}=4.163\cdot10^{-8}$$

$$q_1'=4.163\cdot10^{-8}-q_2'$$

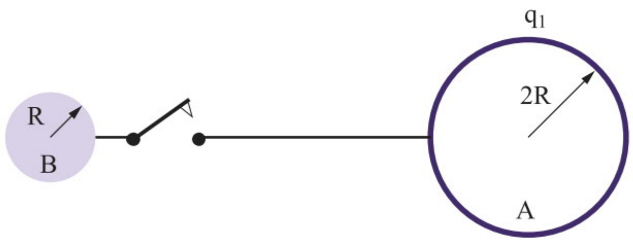
מתקיים מעבר מטענים עד לשוויון פוטנציאלים:

$$\frac{k\cdot q_1'}{R_1}=\frac{k\cdot q_2'}{R_2}\Rightarrow\frac{4.163\cdot10^{-8}-q_2'}{0.05}=\frac{q_2'}{0.1}\Rightarrow q_2'=2.775\cdot10^{-8}[C]$$

$$q_1'=4.163\cdot10^{-8}-q_2'=4.163\cdot10^{-8}-2.775\cdot10^{-8}=1.388\cdot10^{-8}[C]$$

ד. $$V_2'=\frac{k\cdot q_2'}{R_2}=\frac{9\cdot10^9\cdot2.775\cdot10^{-8}}{0.1}=2497.5[V]$$

דוגמה מספר (4)



נתונים שני כדורים מוליכים קטנים A ו–B, הרדיוס של כדור A כפול מהרדיוס של כדור B. המרחק בין הכדורים גדול מאוד ביחס לרדיוסים שלהם. המטען של כדור A הוא $12\cdot10^{-8}[C]$. חיברו את הכדורים זה לזה בעזרת תיל מוליך דק. לאחר החיבור בין הכדורים השתנה המטען של כדור A, וכעת הוא $8\cdot10^{-8}[C]$.

הניחו שכל החלקיקים שעוברים בתיל הם אלקטרונים בלבד.

א. חשבו את מספר האלקטרונים שעברו בין הכדורים.

ב. האם האלקטרונים עברו מכדור A לכדור B או מכדור B לכדור A? נמקו.

ג. מהו מטענו של כדור B לאחר החיבור בין הכדורים? הסבירו.

ד. האם לפני החיבור בין הכדורים היה כדור B טעון? אם לא - נמקו, אם כן - חשבו את מטענו.

פתרון דוגמה מספר (4)

א. המטען שעבר בין הכדורים:

$$\Delta q = 12\cdot10^{-8} - 8\cdot10^{-8} = 4\cdot10^{-8}[C]$$
$$\Delta q = n\cdot q_e \Rightarrow n = \frac{\Delta q}{q_e} = \frac{4\cdot10^{-8}}{1.6\cdot10^{-19}} = 2.5\cdot10^{11}$$

ב. האלקטרונים עברו מ–B ל–A, כי המטען החיובי של כדור A ירד כתוצאה מהחיבור ביניהם.

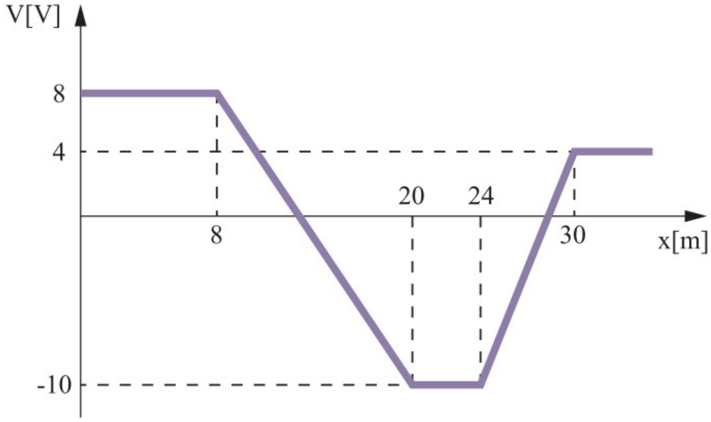
ג. משוויון פוטנציאלים:

$$\frac{k\cdot q_1'}{R_1} = \frac{k\cdot q_2'}{R_2} \Rightarrow \frac{k\cdot q_1'}{2R} = \frac{k\cdot q_2'}{R} \Rightarrow \frac{8\cdot10^{-8}}{2} = q_2' = 4\cdot10^{-8}[C]$$

ד. לפני החיבור בין הכדורים, כדור B לא היה טעון. לאחר החיבור בין הכדורים, המטען הכולל עליהם שווה למטען שהיה לכדור A לפני החיבור ביניהם. נחשב לפי חוק שימור המטען:

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$$
$$12\cdot10^{-8} + q_2 = 8\cdot10^{-8} + 4\cdot10^{-8}$$
$$q_2 = 0$$

דוגמה מספר (5)



הגרף מתאר את השתנות הפוטנציאל החשמלי כפונקציה של המרחק x.

א. מהי המשמעות הפיזיקלית של שיפוע הגרף?

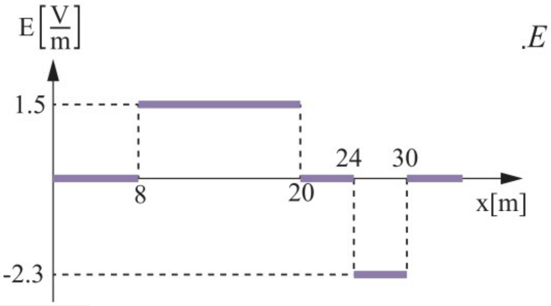
ב. סרטטו גרף של השדה החשמלי כפונקציה של x.

ג. מהי המהירות ההתחלתית המינימלית שיש להעניק לאלקטרון בנקודה x=0 כדי שיגיע עד לנקודה x=20[m]?

ד. האם תשובתכם לסעיף ג תשתנה אם האלקטרון יצטרך להגיע לנקודה x=30[m]? נמקו.

ה. חשבו באילו מרחקים מתאפס הפוטנציאל החשמלי.

פתרון דוגמה מספר (5)



א. המשמעות הפיזיקלית של שיפוע הגרף היא: E–, כאשר $E=-\dfrac{\Delta V}{\Delta x}$.

ב. בקטעים שבהם הפוטנציאל קבוע מתקיים E=0.
נחשב את השדה בקטעים שבהם הפוטנציאל אינו קבוע:

$$E_{8-20}=-\left[\frac{(-10)-8}{20-8}\right]=1.5\left[\frac{V}{m}\right]$$

$$E_{24-30}=-\left[\frac{4-(-10)}{30-24}\right]=-2.33\left[\frac{V}{m}\right]$$

ג. על האלקטרון לנוע מפוטנציאל גבוה לפוטנציאל נמוך, לכן יש להקנות לו אנרגיה קינטית.

מחוק שימור האנרגיה נקבל:

$$E_{k(0)}+U_{P(0)}=E_{k(10)}+U_{P(10)}\Rightarrow\frac{m_e\cdot v_0^2}{2}+V_0\cdot q_e=\frac{m_e\cdot v_0^2}{2}+V_{20}\cdot q_e$$

$$\frac{9.1\cdot10^{-31}\cdot v^2}{2}+8\cdot(-1.6\cdot10^{-19})=0+(-10)\cdot(-1.6\cdot10^{-19})\Rightarrow v=2.515\left[\frac{m}{s}\right]$$

ד. התשובה לא תשתנה. אם האלקטרון יגיע לנקודה x=20[m], הוא יוכל להגיע משם באופן ספונטני לנקודה x=30[m]. (מטען האלקטרון הוא שלילי, לכן הוא ינוע באופן ספונטני מפוטנציאל נמוך לפוטנציאל גבוה.)

ה. נבדוק עבור איזה x בקטע שבין x=8[m] לבין x=20[m] יתקבל V=0:

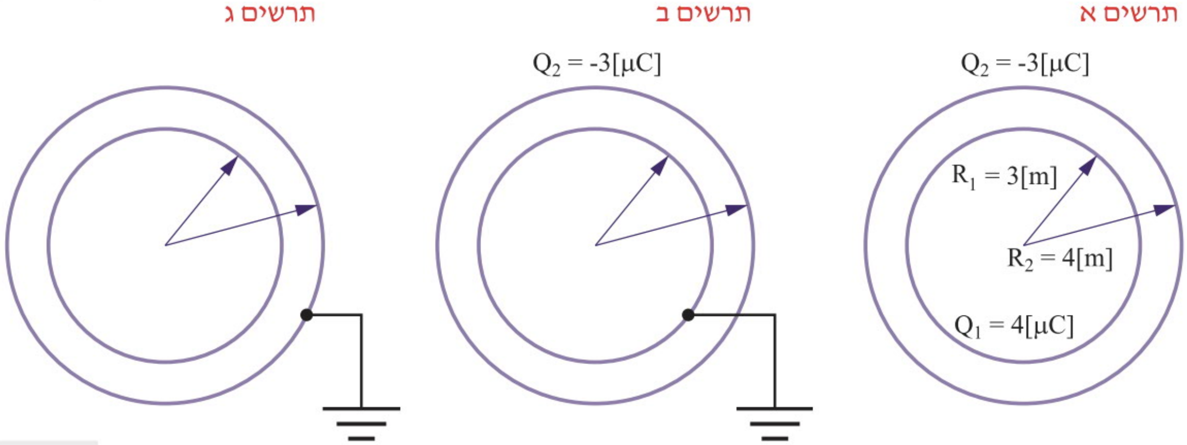
$$E_{8-20}=-\frac{\Delta V}{\Delta x}\Rightarrow 1.5=-\left[\frac{0-8}{x-8}\right]\Rightarrow x=13.33[m]$$

נבדוק עבור איזה x בקטע שבין x=24[m] לבין x=30[m] נקבל V=0:

$$E_{24-30}=-\frac{\Delta V}{\Delta x}\Rightarrow -2.33=-\left[\frac{0-(-10)}{x-24}\right]\Rightarrow x=28.28[m]$$

דוגמה מספר (6)

נתונה מערכת קונצנטרית של שתי קליפות מוליכות דקות, כמתואר בתרשים א.



א. מהו הפוטנציאל על פני הקליפה הפנימית?

ב. מהו הפוטנציאל על פני הקליפה החיצונית?

ג. מאריקים את הקליפה הפנימית כמתואר בתרשים ב. מהו המטען החדש על פניה?

ד. מהו הפוטנציאל החדש על פני הקליפה החיצונית?

מנתקים את ההארקה מהקליפה הפנימית ומאריקים את הקליפה החיצונית כמתואר בתרשים ג.

ה. מהו המטען החדש על גבי המטען של הקליפה החיצונית?

ו. מהו הפוטנציאל של הקליפה הפנימית לאחר פעולת הארקת הקליפה החיצונית?

פתרון דוגמה מספר (6)

א. תרשים א:

$$V_1=\frac{kQ_1}{R_1}+\frac{kQ_2}{R_2}=\frac{9\cdot10^9\cdot4\cdot10^{-6}}{3}+\frac{9\cdot10^9\cdot(-3)\cdot10^{-6}}{4}=5250[V]$$

ב. תרשים א:

$$V_2=\frac{kQ_1}{R_2}+\frac{kQ_2}{R_2}=\frac{9\cdot10^9\cdot4\cdot10^{-6}}{4}+\frac{9\cdot10^9\cdot(-3)\cdot10^{-6}}{4}=2250[V]$$

ג. תרשים ב:

$$0=\frac{kQ_1'}{R_1}+\frac{kQ_2}{R_2}=\frac{9\cdot10^9\cdot Q_1'}{3}+\frac{9\cdot10^9\cdot(-3)\cdot10^{-6}}{4}\Rightarrow Q_1'=2.25\cdot10^{-6}[C]$$

ד. תרשים ב:

$$V_2'=\frac{kQ_1'}{R_2}+\frac{kQ_2'}{R_2}=\frac{9\cdot10^9\cdot2.25\cdot10^{-6}}{4}+\frac{9\cdot10^9\cdot(-3)\cdot10^{-6}}{4}=-1687.5[V]$$

ה. תרשים ג:

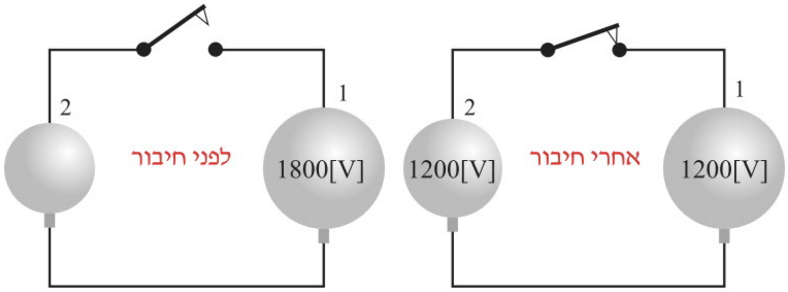
$$0=\frac{kQ_1'}{R_2}+\frac{kQ_2'}{R_2}=\frac{9\cdot10^9\cdot2.25\cdot10^{-6}}{4}+\frac{9\cdot10^9\cdot Q_2'}{4}\Rightarrow Q_2'=-2.25\cdot10^{-6}[C]$$

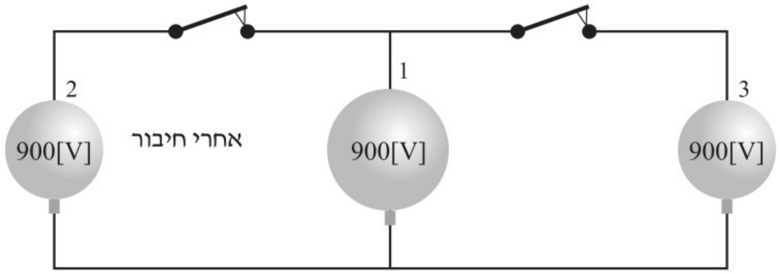
ו. תרשים ג:

$$V_1^*=\frac{kQ_1'}{R_1}+\frac{kQ_2'}{R_2}=\frac{9\cdot10^9\cdot2.25\cdot10^{-6}}{3}+\frac{9\cdot10^9\cdot(-2.25)\cdot10^{-6}}{4}=1687.5[V]$$

דוגמה מספר (7)

הפוטנציאל על כדור מוליך 1 שרדיוסו R_1=10[cm] הוא V_1=1800[V]. מחברים את הכדור בתיל מוליך דק לכדור מוליך 2 שרדיוסו R_2, וכתוצאה מכך יורד הפוטנציאל של הכדור הראשון ל- 1200[V]. כאשר מחברים כדור מוליך שלישי שרדיוסו R_3 אל שני הכדורים, יורד הפוטנציאל של הכדור הראשון ל- 900[V].
חשבו מהו הרדיוס של הכדור השני ושל הכדור השלישי. נתון שכדורים 2 ו-3 לא היו טעונים לפני חיבורם.





פתרון דוגמה מספר (7)

בחיבור הכדור הראשון לכדור השני עברו מטענים (אלקטרונים) מן הכדור השני אל הכדור הראשון, אבל המטען הכללי נשאר קבוע.

מטען כדור 1 לפני חיבורו לכדור 2:

$$V_1=\frac{kQ_1}{R_1}\Rightarrow Q_1=\frac{V_1\cdot R_1}{k}=\frac{1800\cdot 0.1}{9\cdot 10^9}=2\cdot 10^{-8}[C]$$

מטען כדור 1 לאחר חיבורו לכדור 2:

$$V_1'=\frac{kQ_1'}{R_1}\Rightarrow Q_1'=\frac{V_1'\cdot R_1}{k}=\frac{1200\cdot 0.1}{9\cdot 10^9}=1.33\cdot 10^{-8}[C]$$

מטען כדור 2 לאחר חיבורו לכדור 1:

$$Q_2'=Q_1-Q_1'=2\cdot 10^{-8}-1.33\cdot 10^{-8}=0.67\cdot 10^{-8}[C]$$

חישוב הרדיוס של כדור 2:

$$V_2'=\frac{kQ_2'}{R_2}\Rightarrow R_2=\frac{k\cdot Q_2'}{V_2'}=\frac{9\cdot 10^9\cdot 0.67\cdot 10^{-8}}{1200}=0.05[m]$$

מטען כדור 1 לאחר חיבורו לכדור 3:

$$V_1''=\frac{kQ_1''}{R_1}\Rightarrow Q_1''=\frac{V_1''\cdot R_1}{k}=\frac{900\cdot 0.1}{9\cdot 10^9}=1\cdot 10^{-8}[C]$$

מטען כדור 2 לאחר חיבורו לכדור 3:

$$V_2''=\frac{kQ_2''}{R_2}\Rightarrow Q_2''=\frac{V_2''\cdot R_1}{k}=\frac{900\cdot 0.05}{9\cdot 10^9}=5\cdot 10^{-9}[C]$$

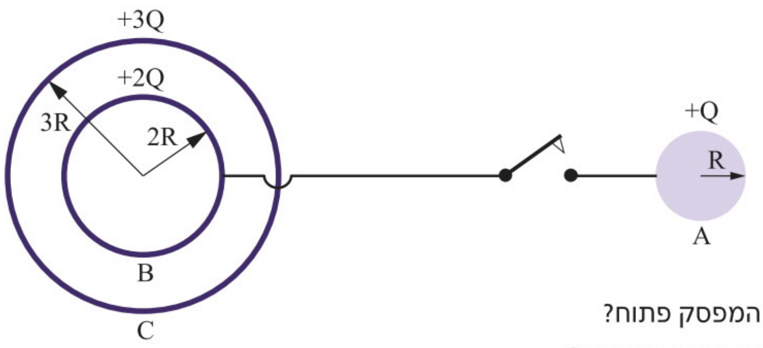
מטען כדור 3 לאחר חיבורו:

$$Q_3''=Q_1-Q_1''-Q_2''=2\cdot 10^{-8}-1\cdot 10^{-8}-5\cdot 10^{-9}=9.95\cdot 10^{-9}[C]$$

חישוב הרדיוס של כדור 3:

$$V_3''=\frac{kQ_3''}{R_3}\Rightarrow R_3=\frac{k\cdot Q_3''}{V_3''}=\frac{9\cdot 10^9\cdot 9.95\cdot 10^{-9}}{900}=0.0995[m]$$

דוגמה מספר (8)



נתונות שלוש קליפות כדוריות מוליכות דקות A, B, C שהרדיוסים שלהן R, 2R, 3R בהתאמה (כמתואר בתרשים), הטעונות במטענים +Q, +2Q, +3Q. הקליפות B ו-C הן קונצנטריות (שוות מרכז) והקליפה A נמצאת במרחק גדול מאוד מהן.

א. מהו הפוטנציאל על כל אחת מהקליפות כאשר המפסק פתוח?

ב. מהו המטען על כל אחת מהקליפות זמן רב לאחר סגירת המפסק?

ג. מהו הפוטנציאל על כל אחת מהקליפות זמן רב לאחר סגירת המפסק?

פתרון דוגמה מספר (8)

א.
$$V_C = \frac{k2Q}{3R} + \frac{k3Q}{3R} = 1.67\frac{kQ}{R} \qquad V_B = \frac{k2Q}{2R} + \frac{k3Q}{3R} = 2\frac{kQ}{R} \qquad V_A = \frac{kQ}{R}$$

ב. שימור מטען:

$$q_A + q_B = q_A' + q_B'$$
$$Q + 2Q = q_A' + q_B'$$
$$q_A' = 3Q - q_B'$$

שוויון פוטנציאלים:

$$V_A' = V_B'$$
$$\frac{k\cdot q_A'}{R} = \frac{k\cdot q_B'}{2R} + \frac{k\cdot 3Q}{3R}$$
$$q_A' = \frac{q_B'}{2} + Q$$

נשווה בין הביטויים:

$$\frac{q_B'}{2} + Q = 3Q - q_B' \Rightarrow \quad q_B' = 1.33Q$$

$$q_A' = 3Q - 1.33Q = 1.67Q$$

המטען על קליפה C אינו משתנה ושווה ל-3Q.

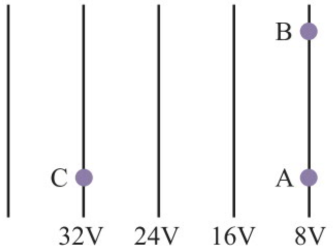
ג.
$$V_A' = \frac{kq_A'}{R} = 1.67\frac{kQ}{R}$$

$$V_B' = \frac{k\cdot q_B'}{2R} + \frac{k\cdot 3Q}{3R} = \frac{k\cdot 1.33Q}{2R} + \frac{k\cdot 3Q}{3R} = 1.67\frac{kQ}{R}$$

$$V_C = \frac{kq_B'}{3R} + \frac{k3Q}{3R} = \frac{k\cdot 1.33Q}{3R} + \frac{k3Q}{3R} = 1.4433\frac{kQ}{R}$$

תרגילים

1. בסרטוט מתוארים משטחים שווי פוטנציאלים.



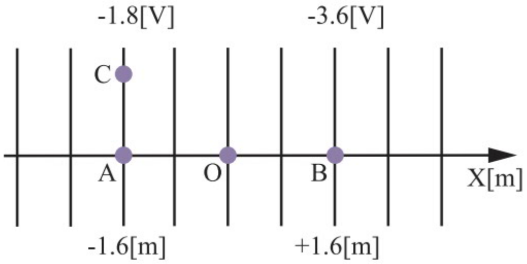
א. סרטטו את קווי השדה החשמלי.

ב. מהי העבודה החיצונית שיש לעשות כדי להביא מטען $q=3[C]$ מנקודה B אל נקודה C?

ג. מהי עבודת הכוח החשמלי בהבאת מטען $q=-3[C]$ מנקודה A אל נקודה C?

ד. חלקיק שמטענו $q=3[C]$ ומסתו $m=0.3[kg]$ נזרק אופקית ימינה במהירות של $v=5\left[\frac{m}{s}\right]$ מנקודה C. מה תהיה מהירותו כאשר יגיע לנקודה A?

2. התרשים שלפניכם מתאר חתך של משטחים שווי פוטנציאל באזור שבו שורר שדה חשמלי אחיד. נתונות שלוש נקודות A, B ו-C. נקודות A ו-B נמצאות על ציר ה-X שראשיתו בנקודה O (ראו תרשים). נתון:



$X_A= -1.6[m]$, $X_B= +1.6[m]$,$X_C= -1.6[m]$

הפוטנציאל החשמלי בנקודה A הוא: $V_A = -1.8[V]$

הפוטנציאל החשמלי בנקודה B הוא: $V_B = -3.6[V]$

א. הפרש הפוטנציאלים בין נקודה M לנקודה N מוגדר כך: $V_M–V_N$. חשבו את הפרש הפוטנציאלים:

[1] בין נקודה B לנקודה A. [2] בין נקודה C לנקודה A. [3] בין נקודה B לנקודה C.

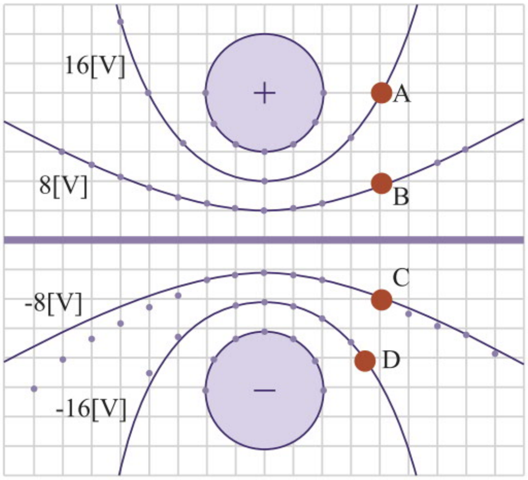
ב. ציינו את כיוון השדה החשמלי, וחשבו את עוצמתו באזור המתואר.

ברגע $t=0$ משחררים חלקיק טעון שהוחזק במנוחה בראשית הציר. החלקיק נע בכיוון החיובי של ציר ה-X.

ג. קבעו אם מטען החלקיק הוא חיובי או שלילי. נמקו את קביעתכם.

ד. נתון שגודל המטען של החלקיק $q=4\cdot10^{-12}[C]$. חשבו את עבודת השדה על החלקיק במעבר מנקודה A לנקודה B.

3. בתרשים שלפניכם מתוארים משטחים שווי פוטנציאל שהתקבלו בניסוי.

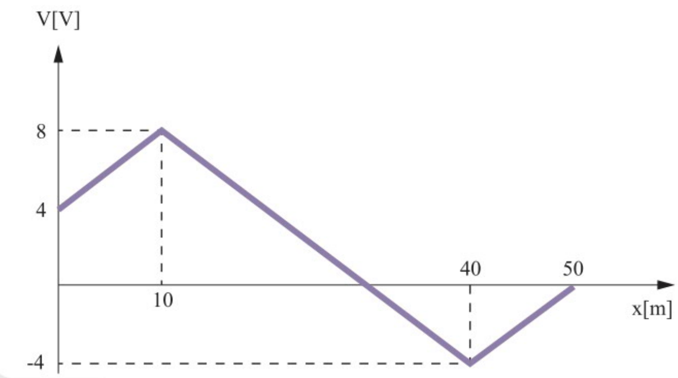


א. חשבו את האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של מטען $q=2\cdot10^{-9}[C]$ שנמצא בנקודה B.

ב. חשבו את העבודה הדרושה להעביר את המטען q מנקודה D עד לנקודה A.

ג. חשבו את האנרגיה הקינטית שירכוש המטען q כאשר יגיע למשטח שווה-פוטנציאל $-16[V]$, אם ישוחרר מנקודה C.

4. הגרף מתאר את שינוי הפוטנציאל החשמלי כפונקציה של המרחק x.



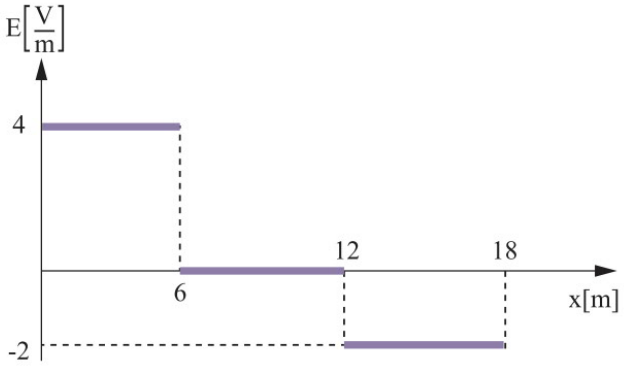
א. סרטטו גרף של השדה החשמלי כפונקציה של x.

ב. מהי המהירות ההתחלתית המינימלית שיש להעניק לפרוטון בנקודה $x=40[m]$, כדי שיגיע עד לנקודה $x=10[m]$?

ג. האם תשובתכם לסעיף ב תשתנה, אם נדרוש שהפרוטון יגיע לנקודה $x=0[m]$? נמקו.

ד. חשבו באיזה מרחק מתאפס הפוטנציאל החשמלי.

5. הגרף מתאר את שינוי השדה החשמלי כפונקציה של המרחק x. נתון שהפוטנציאל בנקודה $x=0$ הוא $V=6[V]$.



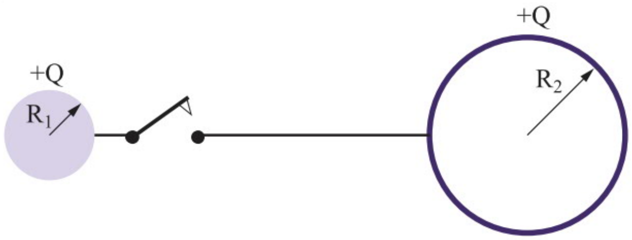
א. סרטטו גרף של הפוטנציאל החשמלי כפונקציה של x.

ב. משחררים מטען חיובי $q=2[C]$ מנקודה $x=18[m]$. האם המטען יוכל להגיע ל־$x=0$? נמקו.

ג. מהו המרחק הקרוב ביותר ל־$x=0$ שאליו יצליח המטען להגיע?

ד. תארו במילים את תנועת המטען בכל אחד משלושת שלבי תנועתו (האם היא שוות מהירות, שוות תאוצה, בתאוצה משתנה וכדומה).

6. שני כדורים מוליכים, האחד בעל רדיוס $R_1=R$ והשני בעל רדיוס $R_2=2R$, נמצאים במרחק רב זה מזה (כך שאינם משפיעים זה על זה). כל אחד מהכדורים טעון במטען Q. מחברים את הכדורים בעזרת חוט מוליך דק.



א. מהו המטען על כל אחד מהכדורים כעבור זמן רב לאחר סגירת המפסק?

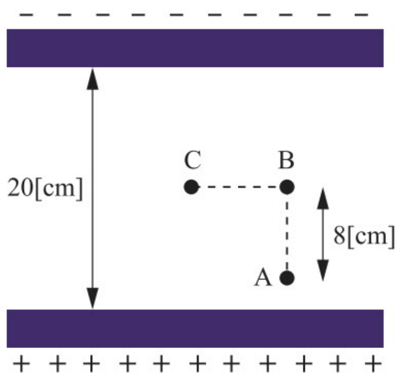
ב. מהו הפוטנציאל החשמלי על פני כל אחד הכדורים?

7. שני כדורים מוליכים בעלי רדיוסים R_1 ו־R_2 $(R_2>R_1)$ נמצאים במרחק גדול זה מזה ומחוברים ביניהם באמצעות תיל מוליך ארוך ודק. המטען **הכולל** על שני הכדורים הוא Q.

א. מהו המטען על כל כדור?

ב. מהו הפוטנציאל החשמלי על כל כדור מוליך?

8. בין שני לוחות שהמרחק ביניהם d=20[cm] יש הפרש פוטנציאלים של V=40[V].



א. איזו מהנקודות A או B נמצאת בפוטנציאל גבוה יותר?

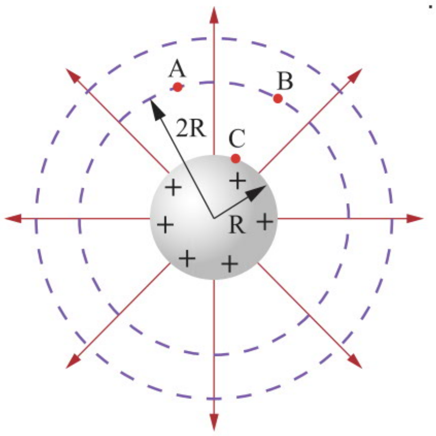
ב. איזו מהנקודות A או C נמצאת בפוטנציאל גבוה יותר?

ג. איזו מהנקודות B או C נמצאת בפוטנציאל גבוה יותר?

ד. מהו הפרש הפוטנציאלים V_{AB}?

ה. כמה עבודה נדרשת כדי להעביר מטען של $q=-2\cdot10^{-6}[C]$ בכל אחד מהמקרים הבאים: [1] מ-C ל-B? [2] מ-A ל-B? [3] מ-A ל-C?

9. כדור העשוי מחומר מוליך שרדיוסו R נטען עד לפוטנציאל של V=20,000[V].



ידוע שעוצמת השדה החשמלי במרחק 2R ממרכזו היא $E=144,000\left[\frac{N}{C}\right]$.

א. חשבו את מטען הכדור Q ואת רדיוסו R.

ב. מהו השדה החשמלי סמוך מאוד לפני הכדור?

בתרשים מסומנים מספר משטחים שווי-פוטנציאל וקווי שדה (הפוטנציאל במרחק אינסופי מהכדור הוא אפס).

ג. מהי עבודת השדה החשמלי כאשר מטען +5[μC] מועבר:

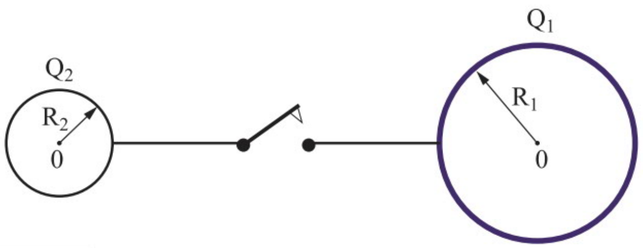
[1] מנקודה A ל-B?

[2] מנקודה A ל-C?

[3] במסלול הסגור B→C→A→B?

[4] ממרכז הכדור לנקודה שעל פניו?

10. שני כדורים מוליכים טעונים מרוחקים מאוד זה מזה. הכדורים בעלי רדיוסים R_1 ו- R_2 $(R_2<R_1)$ ומטענים Q_1 ו-Q_2 בהתאמה. מחברים את הכדורים בחוט מוליך דק.



א. בטאו באמצעות נתוני השאלה את המטען החשמלי על כל אחד משני הכדורים זמן רב לאחר סגירת המפסק.

ב. כמה מטען עבר בחוט מרגע סגירת המפסק ועד זמן רב לאחר מכן?

11. נתון כדור מוליך מלא שרדיוסו $R_1=9[cm]$. טוענים את הכדור עד שהפוטנציאל עליו $V=3000[V]$.

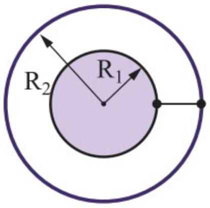
א. חשבו את מטען הכדור q_1.

ב. חשבו את השדה סמוך מאוד לפני הכדור.

מציבים כדור מוליך חלול הטעון במטען $q_2=-8\cdot10^{-8}[C]$ במרחק גדול מאוד מהכדור המוליך המלא. רדיוס הכדור החלול הוא $R_2=18[cm]$. מחברים את שני הכדורים זה לזה בחוט מוליך ארוך ודק ומחכים זמן רב.

ג. חשבו את המטען על פני כל אחד מהכדורים.

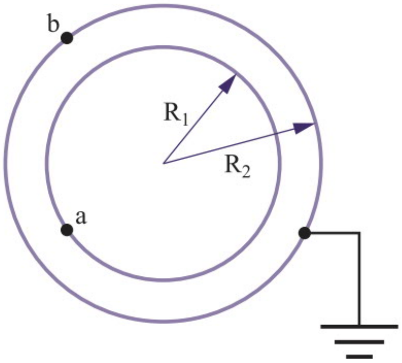
ד. חשבו את פוטנציאל הכדור המלא במצב זה.



מנתקים את החוט המחבר בין הכדורים, ומכניסים את הכדור שרדיוסו R_1 אל תוך הכדור החלול שרדיוסו R_2, כך שלשניהם מרכז משותף. מחברים את שניהם באמצעות תיל מוליך דק שהתנגדותו זניחה, ולכן חלקיקים טעונים יכולים לעבור ביניהם.

ה. בטאו, באמצעות נתוני השאלה, את המטען החשמלי על כל אחד משני הכדורים לאחר שנפסק הזרם בתיל.

12. כדור מוליך שרדיוסו $R_1=8[cm]$ טעון במטען $Q_1=8\cdot10^{-8}[C]$. סביב לו, עם מרכז משותף, כדור מוליך שני שרדיוסו $R_2=12[cm]$. הכדור השני מוארק.



א. מהו המטען על הכדור המוארק?

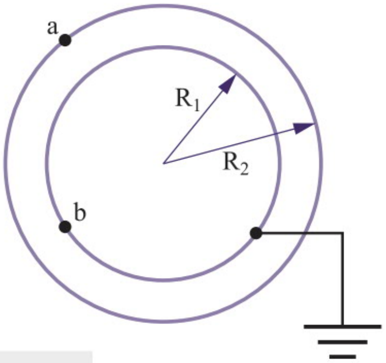
ב. מהו הפוטנציאל של שפת הכדור הפנימי?

ג. מהו הפוטנציאל במרחק $10[cm]$ ממרכז הכדורים?

ד. מהו הפוטנציאל במרחק $15[cm]$ ממרכז הכדורים?

ה. מהי העבודה הדרושה להעתקת מטען של $q=2\cdot10^{-8}[C]$ מנקודה a הנמצאת על הכדור הפנימי, לנקודה b הנמצאת על הכדור החיצוני?

13. כדור מוליך שרדיוסו $R_2=12[cm]$ טעון במטען $Q_2=8\cdot10^{-8}[C]$. בתוכו, עם מרכז משותף, כדור מוליך שני שרדיוסו $R_1=8[cm]$. הכדור הפנימי מוארק.



א. מהו המטען על הכדור הפנימי המוארק?

ב. מהו הפוטנציאל של שפת הכדור החיצוני?

ג. מהו הפוטנציאל במרחק $4[cm]$ ממרכז הכדורים?

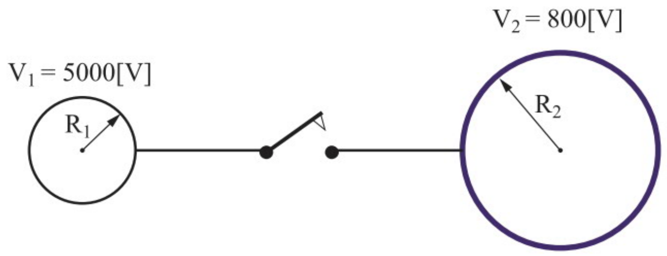
ד. מהו הפוטנציאל במרחק $15[cm]$ ממרכז הכדורים?

ה. מהי העבודה הדרושה להעתקת מטען של $q=2\cdot10^{-8}[C]$ מנקודה a הנמצאת על שפת הכדור החיצוני, לנקודה b הנמצאת על שפת הכדור הפנימי?

14. נתונים שני כדורים מוליכים טעונים, המרוחקים מאוד זה מזה. לכדור הראשון רדיוס $R_1=20[cm]$ והפוטנציאל על פניו $V_1=5000\ [V]$, לכדור השני רדיוס $R_2=60[cm]$ והפוטנציאל על פניו $V_2=800[V]$.

א. חשבו את עוצמת השדה החשמלי סמוך מאוד לפני כל אחד מהכדורים.

עתה מחברים את שני הכדורים באמצעות תיל מוליך דק וארוך. כשסוגרים את המפסק, מתחיל לזרום זרם בין הכדורים.

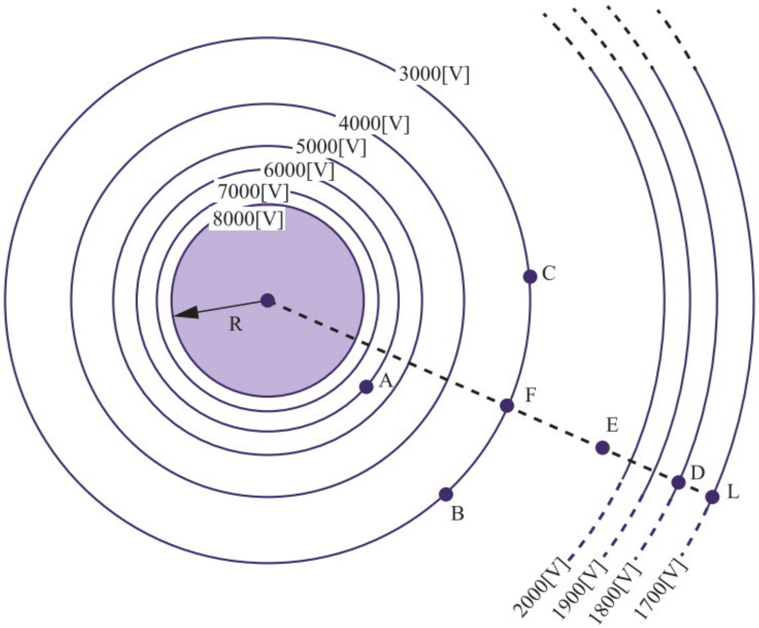


ב. קבעו מהו כיוון תנועת האלקטרונים דרך התיל: מהכדור שרדיוסו R_1 אל הכדור שרדיוסו R_2, או מהכדור שרדיוסו R_2 אל הכדור שרדיוסו R_1? נמקו.

פותחים מחדש את המפסק, ושולחים אלקטרון משפת הכדור שרדיוסו R_1 במהירות v_0 שכיוונה רדיאלי החוצה ממרכז הכדור.

ג. חשבו את גודל המהירות המינימלית v_0 הדרושה כדי שהאלקטרון יצליח להימלט מהשפעת הכדור.

15. בתרשים שלפניכם מוצגים כדור מוליך טעון וכמה קווים שווי–פוטנציאל. רדיוס הכדור הוא R והפוטנציאל על פניו $8000[V]$. ליד כל קו רשום הפוטנציאל המתאים לו. הפוטנציאל באינסוף נבחר כאפס.



א. חשבו את המטען על פני הכדור, אם נתון שעוצמת השדה החשמלי בנקודה C שווה ל- $E=12,000\left[\frac{N}{C}\right]$.

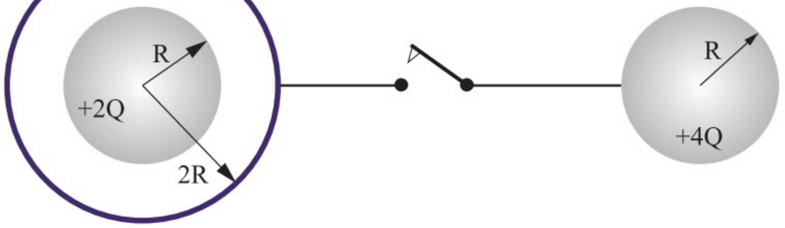
ב. חשבו את רדיוס הכדור R.

ג. חשבו את עבודת השדה החשמלי כאשר חלקיק נקודתי הטעון במטען $q=-2\cdot10^{-9}[C]$ מועבר מנקודה L לנקודה F באופן זה: תחילה מ-L ל-A, ולאחר מכן מ-A ל-F.

ד. [1] חשבו את גודל השדה החשמלי בנקודה E הנמצאת באמצע המרחק בין D ל-F.
[2] חשבו את הפוטנציאל החשמלי בנקודה E.

ה. אלקטרון משוחרר ממנוחה מנקודה F. מה גודל מהירותו בהגיעו לכדור?

16. כדור מוליך, שרדיוסו R ומטענו $+2Q$, מוקף על ידי קליפה כדורית ניטרלית שרדיוסה 2R. שני הגופים בעלי מרכז משותף. כדור מוליך שני, שרדיוסו R ומטענו $+4Q$, נמצא רחוק מאוד ממערכת הקליפה והכדור. מחברים את הכדור השני אל הקליפה בעזרת תיל מוליך. נתונים: R ,Q , k.



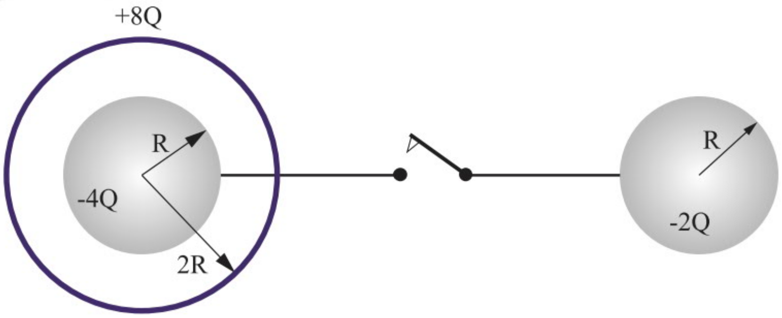
א. מה היה הפוטנציאל על פני כל אחד מהכדורים לפני סגירת המפסק?

ב. מהו הפוטנציאל על פני הקליפה לפני סגירת המפסק?

ג. מהו המטען של הקליפה ושל הכדור השני זמן רב לאחר סגירת המפסק?

ד. מהו הפוטנציאל על פני כל אחד מהכדורים ועל פני הקליפה לאחר זמן רב?

17. כדור מוליך, שרדיוסו R ומטענו $-4Q$, מוקף על ידי קליפה כדורית שרדיוסה 2R ומטענה $+8Q$. שני הגופים בעלי מרכז משותף. כדור מוליך שני, שרדיוסו R ומטענו $-2Q$, נמצא רחוק מאוד ממערכת הקליפה והכדור. מחברים את הכדור השני אל הכדור הראשון בעזרת תיל מוליך. נתונים: R ,Q ,k .



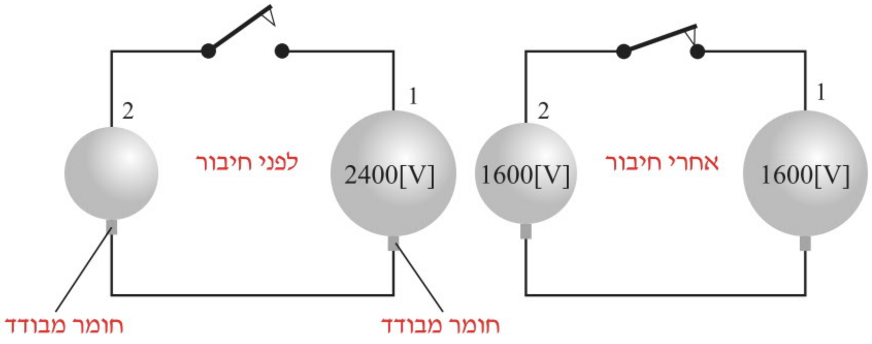
א. מה היה הפוטנציאל על פני כל אחד מהכדורים לפני סגירת המפסק?

ב. מהו הפוטנציאל על פני הקליפה לפני סגירת המפסק?

ג. מהו המטען של כל אחד מהכדורים זמן רב לאחר סגירת המפסק?

ד. מהו הפוטנציאל על פני כל אחד מהכדורים ועל פני הקליפה לאחר זמן רב?

18. הפוטנציאל על כדור מוליך 1 שרדיוסו R_1 הוא $V_1=2400[V]$. מחברים אותו בתיל מוליך דק לכדור מוליך 2 שאינו טעון ושרדיוסו $R_2=0.4[m]$, וכתוצאה מכך הפוטנציאלים של הכדורים הוא 1600[V].



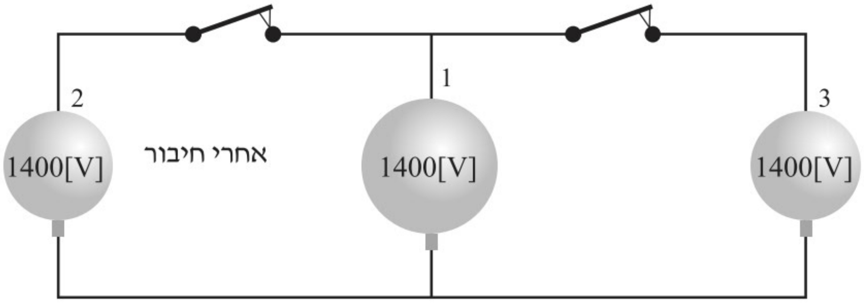
א. חשבו מהו הרדיוס של הכדור הראשון.

ב. חשבו מה המטען על כדור הראשון:

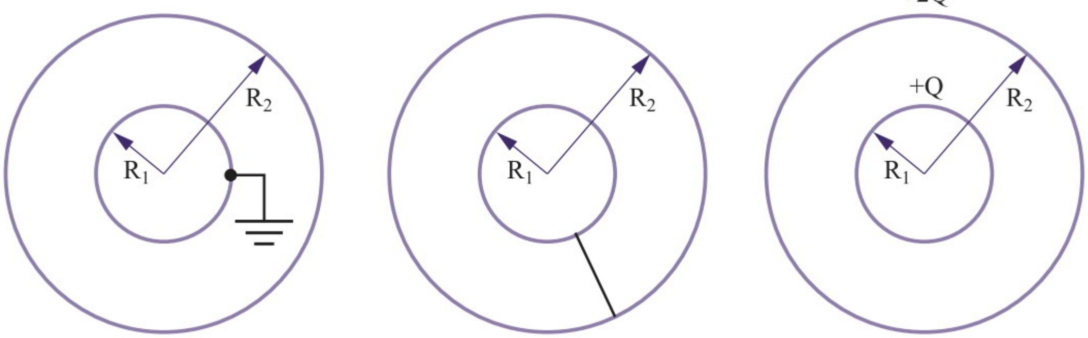
[1] לפני חיבורו לכדור השני.

[2] לאחר חיבורו לכדור השני.

ג. כאשר מחברים כדור מוליך שלישי לא טעון שרדיוסו R_3 אל הכדורים, הפוטנציאלים של הכדורים הוא $1400[V]$.
חשבו מהו הרדיוס של הכדור השלישי R_3.



19. נתונה מערכת קונצנטרית המורכבת משתי קליפות כדוריות דקות העשויות מחומר מוליך שרדיוסיהן R_1 ו-R_2. הקליפה הפנימית טעונה במטען $+Q$ והקליפה החיצונית טעונה במטען $+2Q$, כמתואר בתרשים א.
נתונים: R_2, R_1, Q, k.



א. מהו הפוטנציאל החשמלי על כל אחת מהקליפות?

ב. מקצרים בין הקליפות באמצעות תיל מוליך ומחכים עד להתייצבות המערכת (תרשים ב).
מהו הפוטנציאל החשמלי על כל אחת מהקליפות כעת?

ג. מנתקים את הקצר בין הקליפות ולאחר מכן מאריקים את הקליפה הפנימית (תרשים ג).

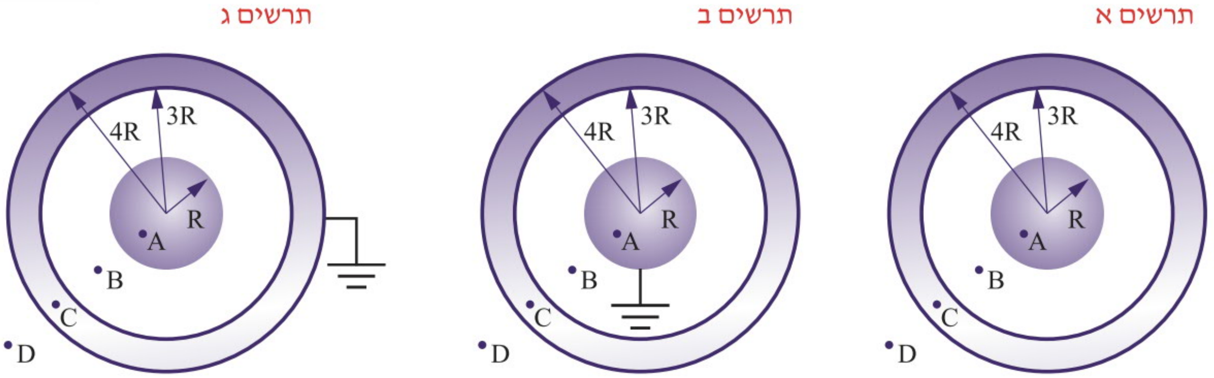
[1] מהו המטען (גודל וסימן) על הקליפה הפנימית?

[2] מהו הפוטנציאל החשמלי על הקליפה החיצונית לאחר שהמערכת מתייצבת?

20. כדור מוליך שרדיוסו R ומטענו $+2Q$ מוקף על ידי קליפה כדורית מוליכה עבה, שרדיוסה הפנימי 3R ורדיוסה החיצוני 4R. לשני הגופים מרכז משותף. את הקליפה העבה טוענים במטען של $-8Q$ (תרשים א).

נתונים: R ,Q ,k.

א. תארו את חלוקה המטען על שפות המוליכים של המערכת.



ב. מהו הפוטנציאל החשמלי:

[1] על פני הכדור הפנימי?

[2] על הקליפה העבה?

[3] בנקודה B הנמצאת במרחק 2R ממרכז המערכת?

[4] בנקודה D הנמצאת במרחק 5R ממרכז המערכת?

ג. מהו השדה החשמלי בנקודה A ובנקודה C? נמקו.

ד. אלקטרון משוחרר ממנוחה ליד השפה הפנימית של הקליפה. באיזו מהירות יפגע האלקטרון בכדור, כך שלא יגרום לשום שינוי בהתפלגות המטענים בקליפה כשהוא קרוב מאוד אליה?

ה. ענו ללא חישוב, האם עוצמת השדה בנקודה B תשתנה:

[1] אם מאריקים את הכדור הפנימי (כמתואר בתרשים ב)? נמקו.

[2] אם מאריקים את הקליפה (כמתואר בתרשים ג)? נמקו.

חלק ב

אלקטרודינמיקה

פרק 6 זרם חשמלי

פרק 7 התנגדות חשמלית וחוק אוהם

פרק 8 מעגלים חשמליים פשוטים: טורי ומקבילי

פרק 9 מעגלים חשמליים פשוטים: מעגל מעורב

פרק 10 כא"מ, מתח הדקים והתנגדות פנימית

פרק 11 אנרגיה, הספק ונצילות

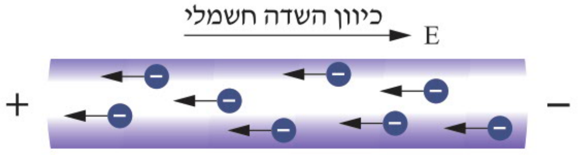
פרק 12 מעגלים מורכבים וחוקי קירכהוף

פרק 13 קיבול וקבלים במעגל חשמלי

פרק 14 מעגלי RC, טעינה ופריקה של קבלים

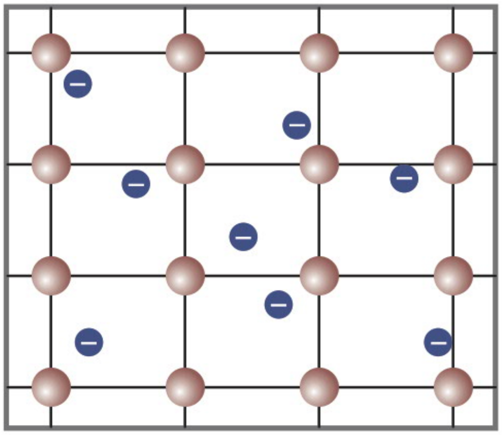
6 זרם חשמלי

רקע תיאורטי



בפרקים הקודמים עסקנו באלקטרוסטטיקה, תחום שבו מטענים חשמליים נמצאים במנוחה. הדגשנו שכדי להגיע לשיווי משקל אלקטרוסטטי, מתקיימת תנועה רגעית של נושאי מטען, בדרך כלל אלקטרונים. במילים אחרות, יש זרם חשמלי רגעי שנמשך זמן קצר בלבד. תנועה מכוונת ומתמשכת של אלקטרונים במוליך מתכתי נקראת **זרם חשמלי**.

מה נדרש כדי ליצור זרם חשמלי מתמשך? כלומר, כיצד ניתן ליצור תנועה מכוונת ורציפה הנמשכת לאורך זמן?

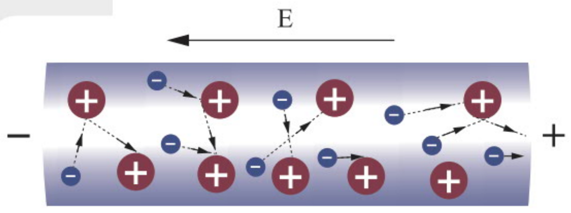

סריג של יוני אטומים במתכת מוליכה

כדי שתיווצר תנועת מטענים בכיוון מסוים, כלומר לא בכיוון אקראי, יש **להפעיל כוח** על המטענים ולדחוף אותם לכיוון הדרוש. עושים זאת באמצעות **שדה חשמלי**. כמו כן יש צורך בנושאי מטען חשמלי כדי שהשדה ידחוף אותם לכיוון מוגדר. ברוב המקרים שנדון בהם, נושאי המטען החשמלי הם אלקטרונים הנמצאים בתילים העשויים ממוליכים מתכתיים.

במתכות מוליכות חשמל, יוני האטומים מסודרים בצורה סימטרית ויוצרים מבנה של סריג. חלק מהאלקטרונים של אטומי המתכת, הנמצאים במסלולים רחוקים מן הגרעין, אינם קשורים לאטום מסוים אלא חופשיים לנוע ברחבי הסריג. תוך כדי תנועה הם מתנגשים באטומי הסריג ומוסטים מכיוונם המקורי. לכן ניתן להתייחס אליהם כ**אלקטרונים חופשיים** הנעים **בתנועה אקראית**.

ללא שדה חשמלי, אין תנועה מכוונת של האלקטרונים החופשיים בתוך המוליך, כלומר: מספר האלקטרונים החוצים בניצב לחתך הרוחב של המוליך שווה בקירוב בכל הכיוונים.

מודל דרודה להתנגדות חשמלית



התנגשויות אלקטרונים עם יוני הסריג

השדה החשמלי מאיץ את האלקטרונים בכיוון אחד. לכאורה, מהירותם של האלקטרונים בכיוון זה הייתה צריכה לגדול ולגדול, וכך גם הזרם החשמלי, אולם במציאות קיים במוליך **זרם קבוע**. כיצד? יש כנראה גורם שמעכב את האצת האלקטרונים בכיוון מועדף, זוהי **התנגדות חשמלית**.

נסביר זאת באמצעות "**מודל דרוּדֶה**" (Drude), מודל מכני ניוטוני פשוט, שלפיו השדה החשמלי אכן גורם להגדלת רכיב המהירות של האלקטרונים בכיוון השדה, אולם ההתנגשויות עם יוני הסריג גורמות לאלקטרונים לעכב את תאוצתם ויוצרות **התנגדות חשמלית**. התנגשויות אלו גורמות לעלייה של האנרגיה התרמית של יוני הסריג, שביטויה המקרוסקופי הוא עלייה בטמפרטורה, כלומר עלייה באנרגיה התרמית של יוני המתכת וחימומה.

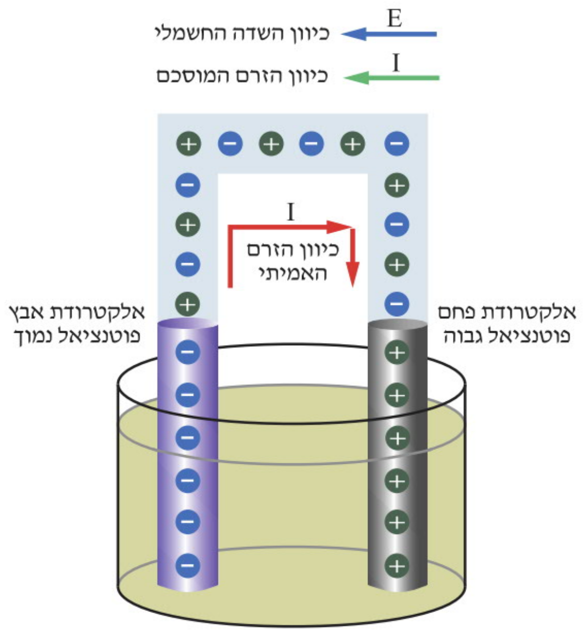
נסכם: כדי שיתקיים זרם חשמלי מתמשך, כלומר תנועת מטענים רציפה ולאורך זמן, דרוש שדה חשמלי מתמשך.

מקור מתח, כיוון שדה חשמלי וכיוון מוסכם לזרם החשמלי

כדי לקבל שדה חשמלי מתמשך לאורך זמן, צריך לחבר את המוליך למקור מתח. **מקור מתח** הוא מִתקן המאפשר קיום מתח חשמלי לאורך זמן, לדוגמה – תא חשמלי, סוללה, דינמו וכדומה.

העיקרון העומד בבסיס פעולתם של כל סוגי מקורות המתח הוא **הפרדת מטענים**, בדומה למה שהכרנו בהקשר של טעינת גופים באלקטרוסטטיקה, אלא שהפעם ההפרדה היא מתמשכת ורציפה.

נסביר בקצרה את עקרון פעולתו של **מקור מתח כימי** כפי שמתואר בתרשים:



הפרדת מטענים, שדה חשמלי וזרם חשמלי במקור מתח

- המקור מורכב משתי אלקטרודות, האחת עשויה אבץ והאחרת פחם, השקועות בתוך תמיסה המכילה חומצה גופרתית. כאשר האלקטרודות שקועות בתמיסה מתרחשות אינטראקציות כימיות (שלא נפרט כאן), הגורמות לכך שאלקטרודת האבץ הופכת לטעונה במטען שלילי ואלקטרודת הפחם– במטען חיובי.
- כאשר מחברים תיל מוליך מחוץ לתמיסה בין שתי האלקטרודות הטעונות, נוצר בתוכו שדה חשמלי, שכיוונו מההדק החיובי (אלקטרודת הפחם) אל ההדק השלילי (אלקטרודת האבץ).
- כתוצאה מהשדה החשמלי נוצר זרם חשמלי: האלקטרונים העודפים שהצטברו על האלקטרודה השלילית נעים דרך המוליך לעבר האלקטרודה החיובית (כמתואר על–ידי החץ האדום), כלומר בכיוון **הפוך לכיוון השדה החשמלי** שבמוליך.
- כל זמן שהתהליך הכימי בתמיסה יעיל (כלומר ממשיכה להיווצר הפרדת מטענים), המקור שומר על הפרש פוטנציאלים קבוע, על אף הזרימה.
- **שימו לב**: למרות שכיוון הזרם האמיתי מנוגד לכיוון השדה החשמלי, הרי שמסיבות היסטוריות נקבע **הכיוון המוסכם של הזרם עם כיוון השדה החשמלי** במוליך (כפי שמראה החץ הירוק), כלומר: **כיוון הזרם המוסכם מצביע למעשה על כיוון הזרימה של מטענים חיוביים**.

מערך שבו יש מקור מתח, תילים מוליכים וצרכנים (נורה או מכשיר חשמלי אחר), נקרא **מעגל חשמלי**. נרחיב בנושא זה בפרקים הבאים.

הגדרת עוצמת הזרם החשמלי

עוצמת הזרם החשמלי מוגדרת ככמות המטען החשמלי העוברת דרך חתך של מוליך ביחידת זמן. אם בפרק זמן Δt עוברת כמות מטען Δq אז הזרם I יהיה שווה ל: $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$. אם הזרם החשמלי אינו קבוע (כי השדה החשמלי אינו קבוע), היחס הזה נותן ערך ממוצע. אם השדה החשמלי קבוע, הזרם יהיה קבוע ונוכל לרשום $I=\frac{q}{t}$.

שימו לב: למרות העובדה שלזרם החשמלי יש גם עוצמה וגם כיוון, הוא **אינו וקטור אלא סקלר**.

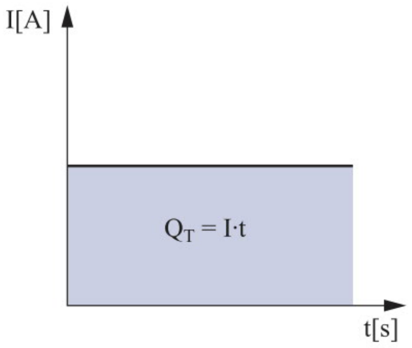
יחידת המידה של עוצמת הזרם נקראת **אמפר** (A). עוצמת הזרם בתיל היא 1 אמפר, אם בכל שנייה עובר דרך חתך הרוחב של התיל מטען בכמות של 1 קולון: $[I]=\frac{[q]}{[t]}=\frac{C}{s}\equiv A$

גרף "זרם-זמן" וגרף "מטען-זמן" - המקרה של זרם קבוע

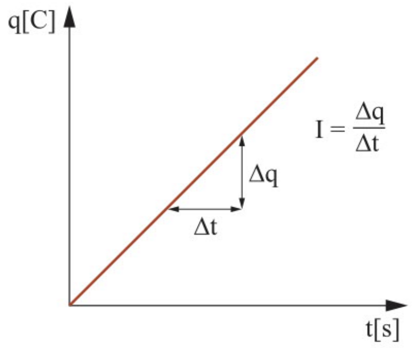
כאשר מתקיים זרם חשמלי, מטען עובר ממקום למקום.

כמות זו, שעוברת בפרק זמן t, ניתנת לחישוב על ידי $q=I\cdot t$. ניתן גם לחשב כמות מטען זו על ידי חישוב השטח הכלוא מתחת לגרף "**זרם-זמן**" (המתאר את הזרם כפונקציה של הזמן).

גרף המתאר את תלות כמות **המטען** כפונקציה של הזמן נקרא **גרף "מטען-זמן"**. השיפוע שלו שווה לעוצמת הזרם החשמלי.



גרף זרם-זמן עבור זרם קבוע

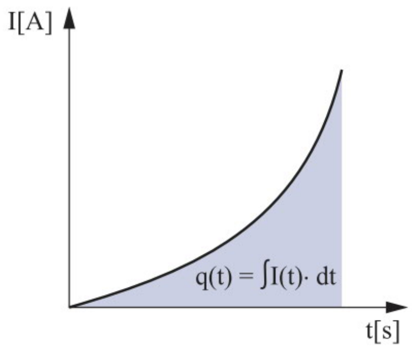


גרף מטען-זמן עבור זרם קבוע

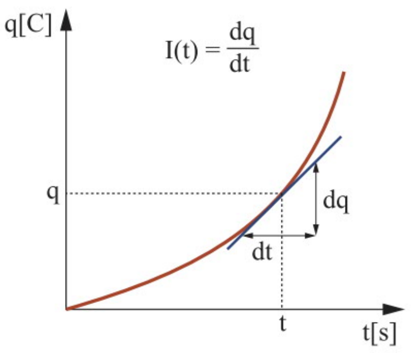
גרף "זרם-זמן" וגרף "מטען-זמן" - המקרה של זרם משתנה

כאשר השדה החשמלי המסופק על ידי מקור המתח **אינו קבוע**, עוצמת הזרם החשמלי בתיל משתנה עם הזמן. את הזרם ברגע מסוים, הזרם הרגעי I(t), אפשר לחשב באופן מתמטי כנגזרת של פונקציית מטען-זמן, או באופן גרפי כמשיק בכל נקודה ונקודה לגרף "מטען-זמן".

הכמות הכוללת של המטען שעברה דרך חתך בתיל במשך זמן t, שווה גם במקרה זה **לשטח הכלוא מתחת לגרף** "זרם-זמן" (מבחינה מתמטית, זהו למעשה האינטגרל של פונקציית זרם-זמן).



גרף זרם-זמן עבור זרם משתנה

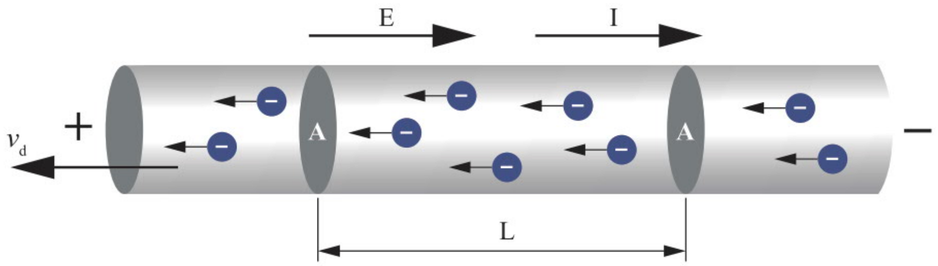


גרף מטען-זמן עבור זרם משתנה

הקשר בין הזרם I כגודל מקרוסקופי לגדלים מיקרוסקופיים

הזרם החשמלי הוא גודל מקרוסקופי שניתן למדידה, וערכו קשור בגדלים מיקרוסקופיים שונים, כגון **צפיפות האלקטרונים** (כמות האלקטרונים החופשיים הנמצאים ביחידת נפח של המוליך, מסומנת ב-n_e ותלויה בסוג המוליך), ו**המהירות הממוצעת** של האלקטרונים בכיוון הזרם, נקראת "**מהירות סחיפה**" ומסומנת ב-v_d.

נניח תיל מוליך, ששטח חתך הרוחב שלו A והוא עשוי חומר שצפיפות האלקטרונים בו n_e.



סחיפת האלקטרונים לאורך מוליך

בפרק זמן Δt, האלקטרונים נסחפים במהירות v_d למרחק $L = v_d \cdot \Delta t$.

הנפח V שדרכו עבר המטען שווה ל-$V = A \cdot L$.

כמות המטען שעברה בפרק הזמן Δt היא: $\Delta q = n_e \cdot e \cdot V$, כאשר e הוא מטען האלקטרון.

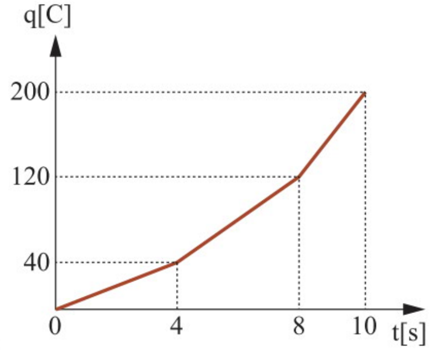
נציב ונקבל שעוצמת הזרם היא: $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = n_e \cdot e \cdot v_d \cdot A$, ומכאן נסיק כי בשדה חשמלי נתון, עוצמת הזרם לאורך מוליך היא קבועה.

סיכום

1. **שדה חשמלי** הוא המפעיל **כוח חשמלי** על האלקטרונים החופשיים בתילים מוליכים. כוח זה דוחף אותם לתנועה מכוונת ומתמשכת היוצרת **זרם חשמלי**.
2. ההתנגשויות של האלקטרונים עם יוני הסריג יוצרות **התנגדות חשמלית**.
3. **מקור מתח** הוא מתקן המאפשר קיום מתח חשמלי, ולכן יוצר שדה חשמלי לאורך זמן. העיקרון העומד בבסיס פעולתו הוא **הפרדת מטענים**.
4. כאשר נחבר מוליך בין קצוות הסוללה, ייווצר בתוך המוליך שדה חשמלי **שכיוונו מההדק החיובי אל ההדק השלילי**. **הכיוון המוסכם של הזרם הוא ככיוון השדה החשמלי**.
5. **עוצמת הזרם החשמלי** היא כמות המטען החשמלי העוברת דרך חתך של מוליך ביחידת זמן. עבור שדה חשמלי קבוע, **הזרם יהיה קבוע** ונוכל לרשום $I = \frac{q}{t}$.
6. **יחידת המידה** של עוצמת הזרם נקראת **אמפר** (A). עוצמת הזרם בתיל היא 1 אמפר, אם בכל **שנייה** עובר דרך חתך הרוחב של התיל מטען בכמות של **1 קולון**.
7. **השטח** הכלוא מתחת לגרף "**זרם–זמן**" שווה בערכו לכמות המטען שעברה בפרק זמן t.
8. **שיפוע גרף** "**מטען–זמן**" שווה **לעוצמת הזרם** החשמלי.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)



לפניכם גרף המתאר את כמות המטען שעברה במוליך כתלות בזמן מרגע t=0 ועד רגע t=10[s] .

א. מה הייתה עוצמת הזרם הממוצעת מרגע t=0 עד רגע t=10[s]?

ב. סרטטו גרף המתאר את עוצמת הזרם החשמלי כפונקציה של הזמן מרגע t=0 ועד לרגע t=10[s].

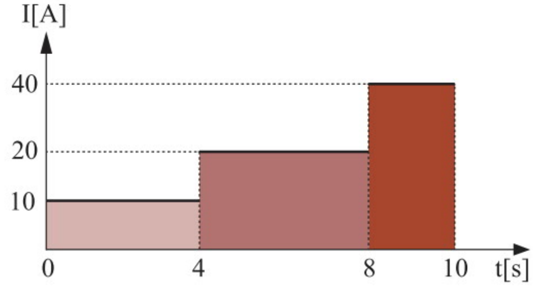
ג. כמה אלקטרונים עברו במוליך מרגע t=0 עד רגע t=1[s]?

פתרון דוגמה מספר (1)

א. $$\bar{I}=\frac{q_T}{t}=\frac{200}{10}=20[A]$$

הזרם הממוצע שווה לזרם הקבוע, שעבורו תעבור במוליך כמות מטען זהה במשך אותו פרק זמן.

ב.



שיפוע הגרף מטען-זמן שווה לעוצמת הזרם. נחשב את עוצמת הזרם החשמלי עבור כל אחד מפרקי הזמן:

$$I_{(0-4)}=\frac{\Delta q_{(0-4)}}{t}=\frac{40}{4}=10[A]$$

$$I_{(4-8)}=\frac{\Delta q_{(4-8)}}{t}=\frac{120-40}{8-4}=20[A]$$

$$I_{(8-10)}=\frac{\Delta q_{(8-10)}}{t}=\frac{200-120}{10-8}=40[A]$$

ג. מספר האלקטרונים n כפול מטען האלקטרון שווה למטען שעבר דרך חתך של המוליך.
נחשב את המטען:

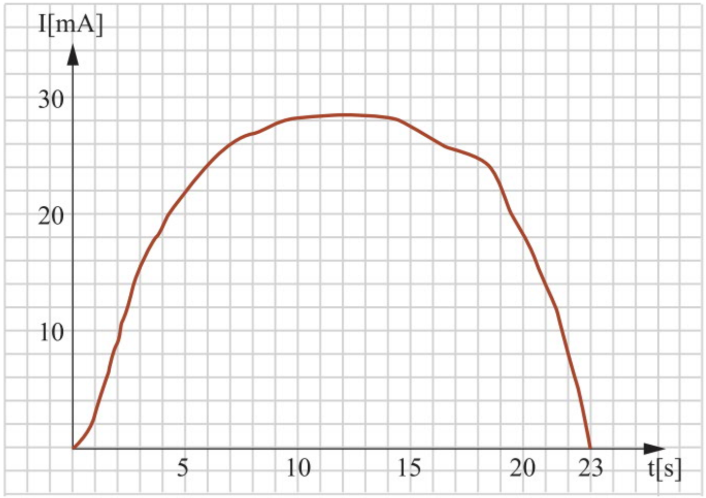
$$I_{(0-1)}=\frac{\Delta q_{(0-1)}}{t}\Rightarrow \Delta q_{(0-1)}=I_{(0-1)}\cdot t=10\cdot 1=10[C]$$

נחשב את מספר האלקטרונים:

$$\Delta q_{(0-1)}=n\cdot q_e\Rightarrow 10=n\cdot 1.6\cdot 10^{-19}\Rightarrow n=6.25\cdot 10^{19}$$

דוגמה מספר (2)

לפניכם גרף המתאר את עוצמת הזרם החשמלי כפונקציה של הזמן מרגע $t=0$ ועד רגע $t=23[s]$.



א. באיזה פרק זמן עברו במוליך יותר אלקטרונים: מרגע $t=5[s]$ ועד רגע $t=10[s]$, או מרגע $t=10[s]$ ועד רגע $t=15[s]$? נמקו.

ב. במידת הדיוק שהגרף מאפשר, התלמיד ספר 250 משבצות בין העקומה לבין ציר הזמן. חשבו את כמות המטען שעברה במוליך.

ג. מה צריכה להיות עוצמתו של זרם קבוע, כדי שאותה כמות מטען תעבור במוליך במשך אותו פרק הזמן?

ד. (*) אם קוטר התיל הוא $0.8[mm]$ ובכל cm^3 יש $n_e=5\cdot10^{23}$ אלקטרונים חופשיים, מהי מהירות הסחיפה של האלקטרונים בתיל, בהנחה שעוצמת הזרם בו זהה לסעיף הקודם?

פתרון דוגמה מספר (2)

א. השטח הכלוא מתחת לגרף "זרם-זמן" שווה בערכו לכמות המטען שעברה בפרק זמן t. מהגרף ניתן לראות שהשטח בפרק הזמן מרגע $t=10[s]$ ועד רגע $t=15[s]$ גדול יותר מהשטח התחום בפרק הזמן מרגע $t=5[s]$ ועד רגע $t=10[s]$. לכן גם כמות המטען שעברה דרך המוליך מרגע $t=10[s]$ ועד רגע $t=15[s]$ גדולה יותר.

ב. "שטח" כל משבצת הוא: $2[mA]\cdot1[s]=2[mC]$ ולכן:

$$\Delta q_{(0-23)} = 250\cdot 2 = 500[mC] = 0.5[C]$$

ג. הזרם הממוצע שווה לזרם הקבוע, שבו תעבור במוליך כמות מטען זהה במהלך אותו פרק זמן:

$$\bar{I} = \frac{q_T}{t} = \frac{0.5}{23} = 0.02174[A]$$

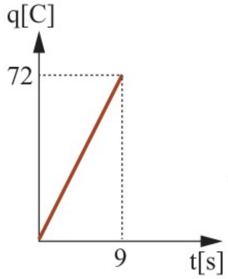
ד. (*) נעבור לשיטה המטרית: בכל cm^3 יש $1\cdot10^{-6}[m^3]$, רדיוס שטח החתך של התיל הוא $r=0.4\cdot10^{-3}[m]$.

$$I = n_e\cdot e\cdot v_d\cdot A = n_e\cdot e\cdot v_d\cdot\pi\cdot r^2$$

$$0.02174 = \frac{5\cdot10^{23}}{1\cdot10^{-6}}\cdot1.6\cdot10^{-19}\cdot v_d\cdot\pi\cdot(0.4\cdot10^{-3})^2$$

$$v_d = 5.4\cdot10^{-7}\left[\frac{m}{s}\right]$$

תרגילים

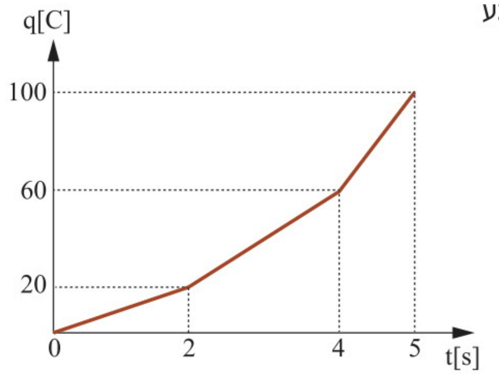


1. לפניכם גרף המתאר את כמות המטען שעברה במוליך כתלות בזמן מרגע t=0 ועד רגע t=9[s].

א. חשבו את עוצמת הזרם I.

ב. חשבו את כמות המטען שעברה במוליך בפרק הזמן שבין שלוש שניות לשש שניות.

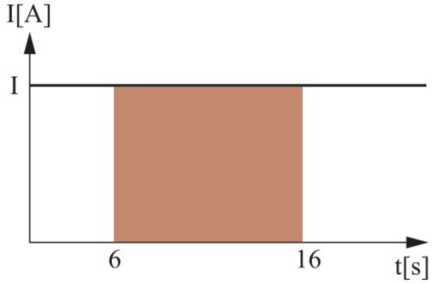
ג. סרטטו גרף המתאר את עוצמת הזרם החשמלי כפונקציה של הזמן מרגע t=0 ועד רגע t=9[s].



2. לפניכם גרף המתאר את כמות המטען שעברה במוליך כתלות בזמן מרגע t=0 ועד רגע t=5[s].

א. מה הייתה עוצמת הזרם הממוצעת מרגע t=0 עד רגע t=5[s]?

ב. סרטטו גרף המתאר את עוצמת הזרם החשמלי כפונקציה של הזמן מרגע t=0 ועד רגע t=5[s].

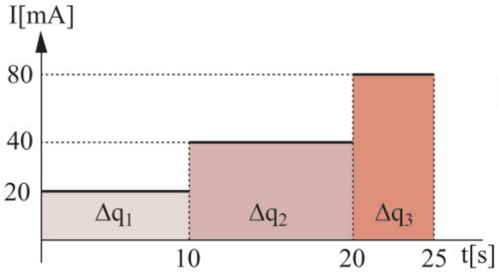


3. לפניכם גרף המתאר את עוצמת הזרם החשמלי כפונקציה של הזמן. השטח התחום בין עקומת עוצמת הזרם-זמן לבין ציר הזמן מרגע t=6[s] ועד רגע t=16[s] שווה ל-80[C] .

א. חשבו את עוצמת הזרם I.

ב. חשבו את כמות המטען שעברה במוליך בפרק הזמן שבין שתי שניות ל-18 שניות.

ג. סרטטו גרף המתאר את כמות המטען שעברה במוליך כתלות בזמן מרגע t=0 ועד רגע t=18[s] .

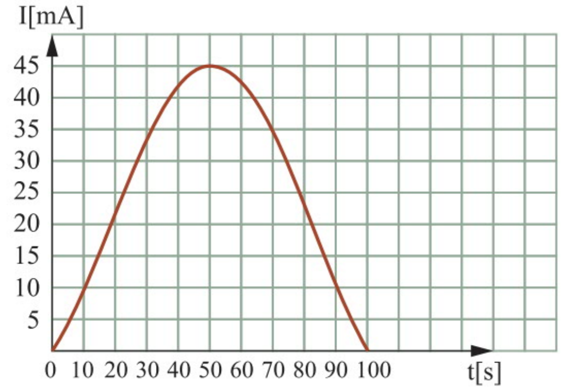


4. לפניכם גרף המתאר את עוצמת הזרם החשמלי (ביחידות מילי-אמפר, mA) כפונקציה של הזמן.

א. סרטטו גרף המתאר את כמות המטען שעברה במוליך כתלות בזמן מרגע t=0 ועד רגע t=25[s] .

ב. מה הייתה עוצמת הזרם הממוצעת מרגע t=0 עד רגע t=25[s]?

5. לפניכם גרף המתאר את עוצמת הזרם החשמלי (ביחידות מילי-אמפר mA) כפונקציה של הזמן.



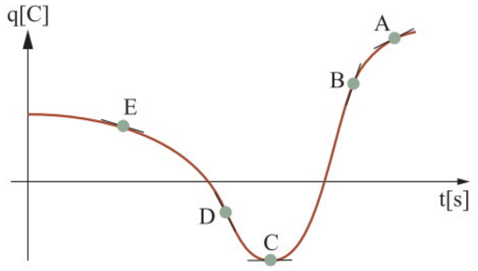
א. **העריכו** את כמות המטען שעברה במוליך מרגע $t=0$ עד רגע $t=100[s]$.

ב. מתי עברו במוליך יותר אלקטרונים: מרגע $t=10[s]$ עד רגע $t=20[s]$ או מרגע $t=40[s]$ עד רגע $t=50[s]$? העריכו את ההפרש בין כמות המטען שעברה בזמנים אלו.

ג. מה הייתה עוצמת הזרם הממוצעת מרגע $t=0$ עד רגע $t=100[s]$?

ד. (*) מהי מהירות הסחיפה של האלקטרונים במוליך, אם רדיוס התיל המוליך הוא $0.6[mm]$, ובכל cm^3 יש $n_e=5\cdot10^{23}$ אלקטרונים חופשיים? הניחו שבתיל זורם זרם קבוע, שעוצמתו שווה לזו שחושבה בסעיף הקודם.

6. לפניכם גרף המתאר את כמות המטען שעברה במוליך כתלות בזמן $q(t)$.



א. עבור כל אחת מהנקודות, ציינו האם הזרם חיובי, שלילי או אפס.

ב. האם הזרם ב-A גדול מהזרם ב-B? האם הזרם ב-C גדול מהזרם ב-D? נמקו.

7. דרך חתך של **מוליך א** עברו $5.625\cdot10^{20}$ אלקטרונים במשך 30 שניות. דרך חתך של **מוליך ב** עברו $2.25\cdot10^{22}$ אלקטרונים במשך חצי שעה.

א. מה כמות המטען שעברה במוליך א במשך 30 שניות?

ב. מה כמות המטען שעברה במוליך ב במשך חצי שעה (30 דקות)?

ג. מה עוצמת הזרם במוליך א?

ד. מה עוצמת הזרם במוליך ב?

8. עוצמת הזרם בנורה חשמלית $I_1=0.5[A]$, עוצמת הזרם דרך מגהץ $I_2=3[A]$.

א. מה כמות המטען שעוברת בנורה במשך שעה?

ב. מה כמות המטען שעוברת במגהץ במשך רבע שעה?

ג. כמה אלקטרונים חולפים בשנייה בחתך הרוחב של המוליך שאליו מחוברת הנורה?

ד. כמה אלקטרונים חולפים בשנייה בחתך הרוחב של המוליך שאליו מחובר המגהץ?

9. (*) הצפיפות הנפחית של האלקטרונים החופשיים במוליך מסוים היא $6\cdot10^{29}\left[\frac{1}{m^3}\right]$. שטח החתך של המוליך הוא $3\cdot10^{-12}[m^2]$ וכמות המטען שעברה דרכו במשך שעה אחת היא $7200[C]$.

א. מהי עוצמת הזרם בתיל?

ב. מהי מהירות הסחיפה של האלקטרונים בתיל?

10. (*) במשך שעתיים עברו $1.125\cdot10^{21}$ אלקטרונים דרך חתך הרוחב של מוליך. רדיוס התיל $r=0.5[mm]$ והצפיפות הנפחית של האלקטרונים החופשיים במוליך היא $5\cdot10^{22}\left[\frac{1}{cm^3}\right]$.

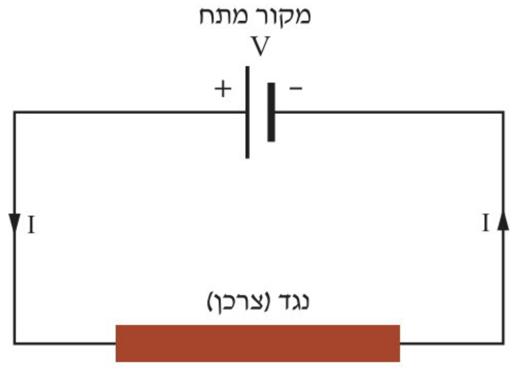
א. מהי עוצמת הזרם בתיל?

ב. מהי מהירות הסחיפה של האלקטרונים בתיל?

7 התנגדות חשמלית וחוק אוהם

רקע תיאורטי

מעגל חשמלי פשוט



מעגל חשמלי פשוט

מערך שבו יש מקור מתח, תילים מוליכים וצרכנים (נורה, מכשיר חשמלי אחר) נקרא "**מעגל חשמלי**". מקור מתח שמספק שדה חשמלי קבוע הוא כזה שהפרש הפוטנציאלים או המתח בין קצותיו (הדקיו) קבוע. המעגל הפשוט ביותר מכיל מקור מתח אידיאלי אחד (אין לו התנגדות פנימית) וצרכן אחד, המיוצג על יד ההתנגדות שלו, ובאופן כללי נקרא **נגד**.

במעגל פשוט שבו מקור מתח קבוע, יזרום **זרם קבוע.**

התנגדות חשמלית

אם נשנה את המתח V במעגל החשמלי הפשוט, שבו הצרכן (הנגד) קבוע, הזרם ישתנה. הניסיון מראה כי הזרם משתנה ביחס ישר למתח ($V \propto I$), כלומר: עבור נגד נתון, היחס $\frac{I}{V}$ הוא **גודל קבוע**. גודל זה נקרא **מוליכות חשמלית** ומסומן G, כך שמתקיים $G = \frac{I}{V}$.

מובן שגם היחס ההפוך $\frac{V}{I}$ הוא גודל קבוע עבור נגד נתון. גודל זה נקרא **התנגדות חשמלית** והוא מסומן באות R, כלומר $R = \frac{V}{I}$. ככל שההתנגדות החשמלית של מוליך גדולה יותר, כך נדרש מתח גדול יותר כדי שיתקבל אותו זרם במעגל. התנגדות של צרכן **מוגדרת** כיחס בין המתח בין קצותיו לבין הזרם דרכו.

מוליך שמטרתו היא ליצור התנגדות במעגל חשמלי, נקרא באופן כללי **נגד.**

חוק אוהם

היחס הישר $\frac{V}{I}$ בין המתח לזרם, המגדיר את התנגדות הנגד, עשוי להשתנות עם שינוי הטמפרטורה (כתוצאה משינוי הזרם העובר דרכו). עם זאת, מתברר שבטווח טמפרטורות רחב מאוד (כלומר בטווח מתחים וזרמים רחב), ההתנגדות נשארת קבועה בקירוב. לכן נוכל לרשום: $V = R \cdot I$.

קשר זה ידוע בשם **חוק אוהם**, על שמו של הפיזיקאי הגרמני גאורג סימון אוהם (Ohm) שגילה אותו.

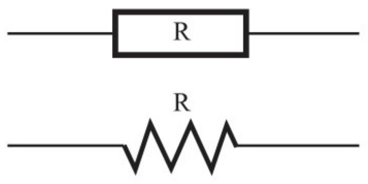
גם יחידת המידה של ההתנגדות נקראת **אוהם** ומסומנת באות היוונית אומגה (Ω). היא נקבעת כך:
אם הפרש פוטנציאלים של $1[V]$ גורם לזרם בגודל של $1[A]$, אז התנגדות המוליך שווה ל־1Ω: $[\Omega] = \frac{[V]}{[A]}$.

נַגָּד אוהמי

חוק אוהם הוא חוק אמפירי (ניסויי) שאינו מתקיים עבור כל החומרים או בכל טמפרטורה. למעשה, עם עליית הטמפרטורה של המוליך גוברות התנודות של אטומי הסריג, וכתוצאה מכך עולה התנגדותו לזרם. אך כאמור, בתחום רחב של טמפרטורות החוק עדיין מתקיים. לכן חוק אוהם הוא רק קירוב למצב האמיתי ואינו חוק טבע כמו חוק קולון או חוק הכבידה העולמי. בטמפרטורות גבוהות מאוד או נמוכות מאוד חוק אוהם אינו מתקיים, מכיוון שההתנגדות משתנה באופן קיצוני.

נַגָּד מוליך, המקיים את חוק אוהם, נקרא **נגד אוהמי**.

יש שני סימונים מקובלים לנגד אוהמי. **בספר זה נשתמש בסימון העליון מבין השניים (מלבן)**.

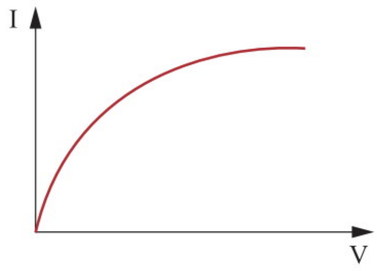


נגד אוהמי

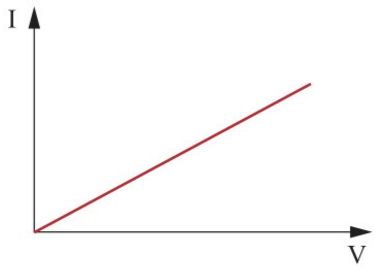
אופיין של נגד אוהמי ושל נורת להט

את **תלות הזרם במתח** נהוג לתאר בצורת גרף הנקרא **אופיין**. מחוק אוהם ברור כי אופיין של נגד הוא קו ישר, העובר דרך ראשית הצירים, כאשר הערך ההפוך של שיפוע הגרף שווה להתנגדות הנגד.

כאשר נורת להט דולקת, הטמפרטורה עולה ליותר מ-1,000 מעלות צלזיוס והיחס הישר בין I ל-V מפסיק להתקיים. לכן אופיין של נורת להט אינו קו ישר.



אופיין של רכיב לא אוהמי (למשל נורת להט)



אופיין של רכיב אוהמי (נגד)

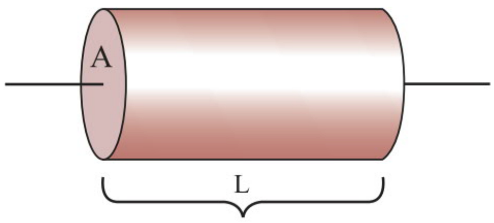
בסרטוט של מעגל חשמלי מקובל לסמן נורה כך:

הפרמטרים הקובעים את ההתנגדות של תיל מוליך מתכתי

תילים מוליכים מהווים מרכיב חשוב בכל המעגלים החשמליים, ולמעשה נוהגים כנגדים בכל מעגל חשמלי.

מתברר שהפרמטרים הקובעים את התנגדותו של תיל מוליך (נגד), שצורתו גלילית והוא עשוי מחומר אחיד, הם: אורך המוליך L, שטח החתך שלו A, והחומר שממנו הוא עשוי.

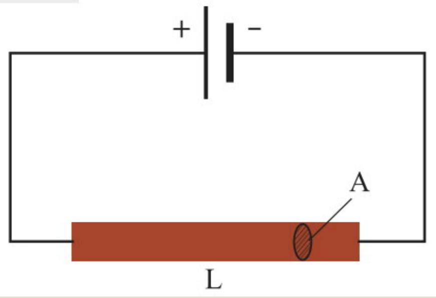
את התלות בפרמטרים אלה אפשר לבדוק באמצעות מעגל חשמלי פשוט, שבו נמדוד את היחס בין המתח V לבין הזרם I לשם קביעת ההתנגדות R של הנגד, תוך שינוי הדרגתי של אורכו L, שטח החתך הרוחבי שלו A, וסוג המתכת שממנה הוא עשוי.



תיל גלילי בעל אורך L ושטח חתך A

ממדידות אלו מתברר כי:

- התנגדות המוליך נמצאת **ביחס ישר לאורך המוליך**.
- התנגדות המוליך נמצאת **ביחס הפוך לשטח חתך רוחבו**.
- התנגדות המוליך **תלויה בסוג החומר** שממנו הוא עשוי.



פרמטרים המשפיעים על התנגדות המוליך

התנגדות סגולית

ניתן לאפיין חומרים שונים על ידי גודל שנקרא **"התנגדות סגולית":** התנגדות סגולית היא ההתנגדות של מוליך מחומר נתון, בעל יחידת אורך אחת וחתך רוחב בעל יחידת שטח אחת.

את ההתנגדות הסגולית מסמנים באות היוונית ρ (רו), ויחידותיה הן $[\Omega \cdot m]$.

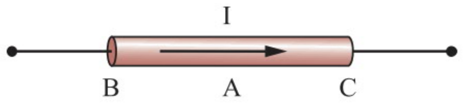
הקשר בין ההתנגדות R לבין ההתנגדות הסגולית הוא: $R = \rho \frac{L}{A}$.

סיכום

1. **במעגל פשוט** שבו **מקור מתח** קבוע יזרום **זרם קבוע**.
2. **היחס** $\frac{V}{I}$ הוא גודל **קבוע** עבור נגד נתון שמגדיר את **התנגדות המוליך** $R = \frac{V}{I}$.
3. ההתנגדות של מוליך שווה 1Ω אם הפרש פוטנציאלים של $1[V]$ יצר במעגל זרם של $1[A]$.
4. הקשר $V = R \cdot I$ ידוע בשם **חוק אוהם** והוא חוק אמפירי (ניסיוני).
5. נגד מוליך המקיים את חוק אוהם נקרא **נגד אוהמי**.
6. **אופיין** הוא **גרף** המתאר את **תלות הזרם במתח**.
7. האופיין **של נגד** (אוהמי) הוא **קו ישר**, שהערך **ההפוך של שיפועו** שווה **להתנגדות** הנגד.
8. אופיין של נורת להט **אינו קו ישר**.
9. **התנגדות סגולית** ρ היא מידת ההתנגדות של מוליך מ**חומר** נתון, בעל **יחידת אורך אחת** וחתך רוחב בעל **יחידת שטח אחת**. **זוהי תכונה המאפיינת את החומר**.
10. **התנגדות** של נגד מוליך גלילי תלויה בשלושה פרמטרים באופן הבא: ההתנגדות נמצאת **ביחס ישר לאורך** המוליך L, **ביחס הפוך לחתך רוחבו** A, וב**התנגדות הסגולית של החומר** שממנו הוא עשוי. תלות זו מתוארת באמצעות המשוואה הבאה: $R = \rho \frac{L}{A}$.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)



נתון תיל מוליך שאורכו $1[m]$, ושטח חתך הרוחב שלו $0.4[mm^2]$.

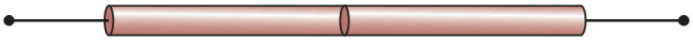
כאשר המתח בין קצותיו של התיל הוא $6[V]$, זורם דרכו זרם של $4[A]$.

א. חשבו את התנגדותו של התיל.

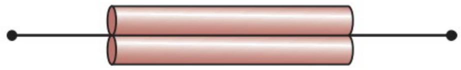
ב. חשבו את התנגדותו הסגולית של התיל.

ג. הפוטנציאל בנקודה A, הנמצאת באמצע התיל, הוא $30[V]$. מה הפוטנציאל בנקודות B ו-C?

ד. מה יהיה הזרם אם יחברו **בהמשכו** של התיל הנתון תיל נוסף זהה?



ה. מה יהיה הזרם אם יחברו **בצמוד** לתיל הנתון תיל נוסף זהה?



פתרון דוגמה מספר (1)

א. נחשב את ההתנגדות על פי חוק אוהם:

$$R=\frac{V}{I}=\frac{6}{4}=1.5\Omega$$

ב. נציב בנוסחת ההתנגדות:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\rho=\frac{R\cdot A}{L}=\frac{1.5\cdot\frac{0.4}{10^6}}{1}=6\cdot10^{-7}[\Omega\cdot m]$$

ג. ההתנגדות של מחצית מהאורך היא 0.75Ω. מכאן שהמתח V_{BA}:

$$V_{BA}=I\cdot R_{BA}=4\cdot0.75=3[V]$$

ולכן הפוטנציאל בנקודה B:

$$V_{BA}=V_B-V_A\Rightarrow3=V_B-30\Rightarrow V_B=33[V]$$

המתח V_{AC}:

$$V_{AC}=I\cdot R_{AC}=4\cdot0.75=3[V]$$

ולכן הפוטנציאל בנקודה C:

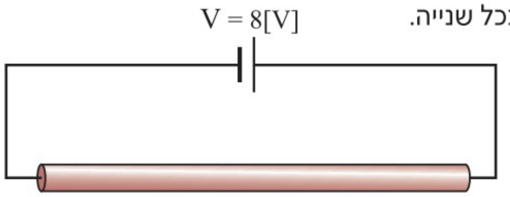
$$V_{AC}=V_A-V_C\Rightarrow3=30-V_C\Rightarrow V_C=27[V]$$

ד. כאשר האורך גדל פי 2, גם ההתנגדות גדלה פי 2, ולכן הזרם **קטן** פי 2 ויהיה שווה ל-$2[A]$.

ה. כאשר השטח גדל פי 2, גם ההתנגדות קטנה פי 2, ולכן הזרם **גדל** פי 2 ויהיה שווה ל-$8[A]$.

דוגמה מספר (2)

כאשר מחברים למקור מתח 8[V] תיל מוליך עשוי נחושת, שאורכו L=0.5[m] ושטח חתך הרוחב שלו 0.0045[mm²], עוברים דרך חתך הרוחב של התיל $2.5\cdot10^{19}$ אלקטרונים בכל שנייה.

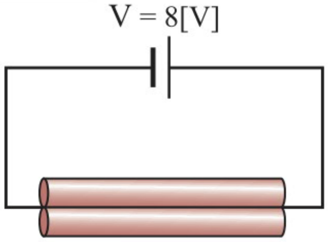


א. חשבו את עוצמת הזרם העובר דרך התיל.

ב. חשבו את התנגדותו של התיל.

ג. חשבו את התנגדותו הסגולית של התיל העשוי נחושת.

ד. מנתקים את התיל ממקור המתח, חותכים את התיל לשניים ומצמידים את שני החצאים, כך שמתקבל מוליך אחד שאורכו L=0.25[m].



[1] מהי התנגדות התיל במצב החדש?

[2] מה יהיה הזרם אם יחברו את התיל במצבו החדש לאותו מקור מתח?

פתרון דוגמה מספר (2)

א. נחשב את המטען:

$$q = n\cdot q_e = 2.5\cdot10^{19}\cdot1.6\cdot10^{-19} = 4[C]$$

נחשב את הזרם:

$$I = \frac{q}{t} = \frac{4}{1} = 4[A]$$

ב. נחשב את ההתנגדות על פי חוק אוהם:

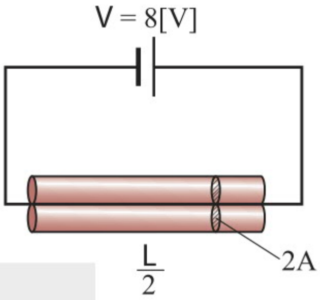
$$R = \frac{V}{I} = \frac{8}{4} = 2\Omega$$

ג. נציב בנוסחת ההתנגדות:

$$R = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow \rho = \frac{R\cdot A}{L} = \frac{2\cdot\frac{0.0045}{10^6}}{0.5} = 1.8\cdot10^{-8}[\Omega\cdot m]$$

ד.

[1] מכיוון שנפח המוליך לא השתנה, הרי שאם האורך יקטן פי 2, אז שטח הבסיס יגדל פי 2 (הנפח שווה למכפלת שטח הבסיס בגובה).
לכן ההתנגדות החדשה R′ תהיה:



$$R' = \rho\frac{\frac{L}{2}}{2\cdot A} = \frac{1.8\cdot10^{-8}\cdot\frac{0.5}{2}}{2\cdot\frac{0.0045}{10^6}} = 0.5[\Omega]$$

[2] נחשב את הזרם החדש I′ על פי חוק אוהם:

$$I' = \frac{V}{R'} = \frac{8}{0.5} = 16[A]$$

תרגילים

1. נתון תיל מוליך מנחושת שהתנגדותו הסגולית $\rho=1.72\cdot10^{-8}\ [\Omega\cdot m]$, אורכו $L=2[m]$,
ושטח חתך הרוחב שלו $A=0.2[mm^2]$.

א. חשבו את התנגדותו של התיל.

ב. מהו הזרם הזורם דרך התיל כאשר המתח בין קצותיו הוא $3[V]$?

ג. מה יהיה הזרם אם יקצרו את התיל ויחברו רק **שליש מאורכו** לאותו מקור מתח?

ד. מה יהיה הזרם אם יחברו בצמוד לתיל הנתון שני תילים נוספים זהים?

2. דרך תיל עשוי נחושת, שהתנגדותו הסגולית $\rho=1.8\cdot10^{-8}\ [\Omega\cdot m]$, אורכו $L=100[m]$, ושטח חתכו $A=0.3[mm^2]$, זורם זרם של $I=3[A]$. בנקודה B שבצדו האחד של התיל נמדד פוטנציאל של 4 וולט.

א. חשבו את התנגדות התיל.

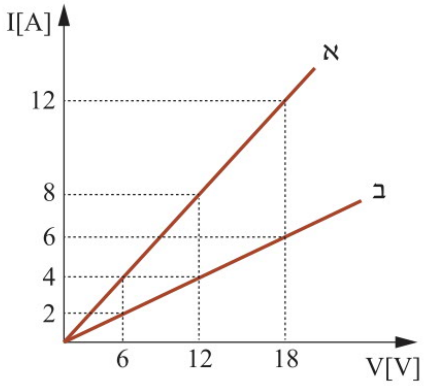
ב. חשבו את המתח בין קצותיו של התיל.

ג. מהו הפוטנציאל בנקודה A שבצדו השני של התיל?

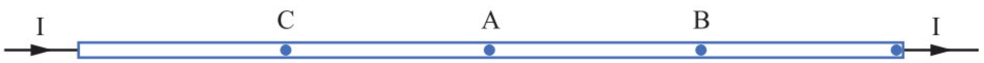
3. הגרף הבא מתאר את הזרם כפונקציה של המתח עבור שני תילים מוליכים שאורך כל אחד מהם $L=50[cm]$.
תיל **א** עשוי כסף, מתכת שהתנגדותה הסגולית $\rho=1.6\cdot10^{-8}\ [\Omega\cdot m]$,
ותיל **ב** עשוי נחושת, שהתנגדותה הסגולית $\rho=1.8\cdot10^{-8}\ [\Omega\cdot m]$.

א. חשבו את התנגדותו של כל אחד מהתילים.

ב. חשבו את שטח החתך של כל אחד מהתילים.



4. נתון תיל מוליך ארוך העשוי כסף, שהתנגדותו הסגולית $\rho=1.6\cdot10^{-8}\ [\Omega\cdot m]$
ושטח החתך שלו $A=0.015[mm^2]$. דרך חתך הרוחב של התיל עוברים בכל שנייה $1.25\cdot10^{19}$ אלקטרונים.
נתון שהפוטנציאל בנקודה A הוא $V_A=30[V]$.



א. מהו הזרם הזורם דרך התיל?

ב. מהו הפוטנציאל בנקודה B, הנמצאת במרחק $2[m]$ מנקודה A בכיוון הזרם?

ג. מהו הפוטנציאל בנקודה C, הנמצאת במרחק $2[m]$ מנקודה A בכיוון הפוך לכיוון הזרם?

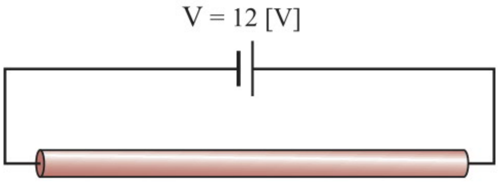
5. לתיל מוליך כלשהו יש התנגדות 16Ω. מהי התנגדותו של תיל מאותו החומר אם:

א. אורכו יהיה גדול פי 2?

ב. שטחו יהיה קטן פי 2?

ג. יהיה לו אותו הנפח ואורכו יהיה כפול?

ד. חותכים את התיל לשמונה חלקים שווים ומחברים אותם בצמוד זה לזה?

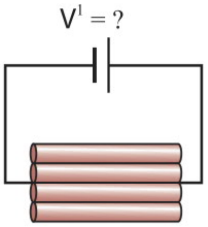


6. כאשר מחברים למקור מתח $V=12[V]$ תיל מוליך, שאורכו $L=0.8[m]$ ושטח חתך הרוחב שלו $0.0016[mm^2]$, זורם דרך התיל זרם שעוצמתו $I=1.5[A]$.

א. חשבו כמה אלקטרונים עוברים במשך שנייה בחתך הרוחב של התיל.

ב. חשבו את התנגדותו של התיל.

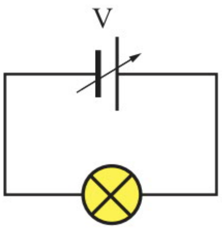
ג. חשבו את התנגדותו הסגולית של התיל.



ד. מנתקים את התיל ממקור המתח, חותכים את התיל לארבעה חלקים שווים ומחברים אותם כך שמתקבל מוליך אחד שאורכו $L=0.2[m]$.

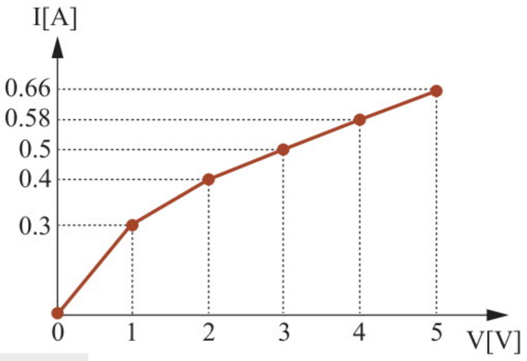
[1] מהי ההתנגדות של התיל במצב החדש?

[2] מה צריך להיות מתח המקור, כך שאם יחברו את התיל במצבו החדש יזרום בו זרם בעוצמה זהה לזו שהייתה לפני שהתיל נותק?



7. תלמידה ערכה ניסוי לבדיקת הקשר בין עוצמת הזרם בנורת להט לבין המתח על הנורה. היא בנתה מעגל חשמלי שכלל מקור מתח משתנה ונורה.

התלמידה שינתה את מתח המקור מספר פעמים ומדדה את המתח והזרם. התלמידה סרטטה גרף המתאר את הזרם שנמדד כתלות במתח שנמדד.



א. האם לנורה אופיין אוהמי? נמקו תשובתכם.

ב. חשבו את התנגדות הנורה בכל אחד משני תחומי המתח הבאים:

[1] $1[V]<V<2[V]$

[2] $4[V]<V<5[V]$

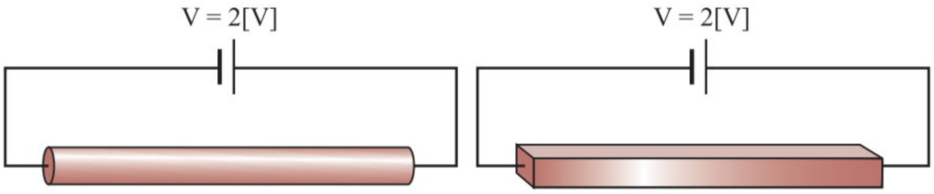
ג. מדוע התנגדות הנורה אינה קבועה?

8. תילי נחושת שהתנגדותם 0.6Ω לכל קילומטר משמשים קו להעברת אנרגיה חשמלית. דרך התילים זורם זרם שעוצמתו $I=28[A]$. בנקודה מסוימת לאורך התיל נמדד פוטנציאל של $200[V]$.

א. מה הפוטנציאל במרחק $10[km]$ מנקודה זו בכיוון הזרם?

ב. מה הפוטנציאל במרחק $10[km]$ מנקודה זו **נגד** כיוון הזרם?

9. מחברים למקור מתח $V=2[V]$ פעם אחת תיל **גלילי** מכסף $(\rho=1.6\cdot10^{-8}\ [\Omega\cdot m])$ שרדיוסו $r=1[mm]$, ופעם שנייה תיל **מלבני** מכסף בעל שטח חתך של $1[mm]x2[mm]$. אורך התיל בשני המקרים הוא $L=10[m]$.



א. מהי התנגדות כל אחד מהתילים?

ב. מהי עוצמת הזרם הזורם דרך כל אחד מהתילים?

10. תלמידה רצתה למדוד את ההתנגדות של תיל מוליך (תיל א).
נתונה טבלה המתארת את הזרם כפונקציה של המתח על התיל:

I[A]	0	0.38	0.78	1.14	1.58	1.92
V[V]	0	2	4	6	8	10

א. על פי הנתונים המוצגים בטבלה, סרטטו גרף המתאר את המתח כפונקציה של הזרם, וקבעו אם בתחום הנתונים בטבלה התיל מקיים את חוק אוהם. אם כן – חשבו את התנגדות התיל. אם לא – הסבירו מדוע.

ב. בהנחה שאורך התיל הוא $L=0.8[m]$ והחתך שלו הוא עיגול בקוטר $d=0.4[mm]$, חשבו את ההתנגדות הסגולית ρ של החומר שממנו עשוי התיל. בטאו את ההתנגדות הסגולית ביחידות $\Omega\cdot m$.

לתלמידה תיל נוסף (תיל ב) העשוי מאותו החומר שממנו עשוי תיל א, והוא זהה באורכו לתיל א, אך שטח החתך שלו גדול יותר.

ג. קבעו אם ההתנגדות של תיל ב **קטנה** מההתנגדות של תיל א, **גדולה** ממנה או **שווה** לה. הסבירו את תשובתכם.

ד. הוסיפו במערכת הצירים של הגרף שסרטטתם בסעיף א גרף איכותי המתאים לתיל ב.

8 מעגלים חשמליים פשוטים - מעגל טורי ומעגל מקבילי

רקע תיאורטי

כללי

עד כה דנו במעגל החשמלי הפשוט ביותר, שמקור המתח שלו אידיאלי והוא מכיל נגד אוהמי אחד בלבד. כמו כן הזנחנו את התנגדות התילים לעומת התנגדות הנגדים במעגל.

מעגלים חשמליים מכילים בדרך כלל צירופים שונים של יותר מצרכן יחיד. במקרים כאלה מקובל להגדיר התנגדות שקולה R_T כהתנגדות של נגד יחיד, שאילו היה מחליף את צירוף הנגדים במעגל, הזרם במעגל לא היה משתנה. בפרק זה נכיר שני סוגים של צירופי נגדים אוהמיים: חיבור **טורי** וחיבור **מקבילי**.

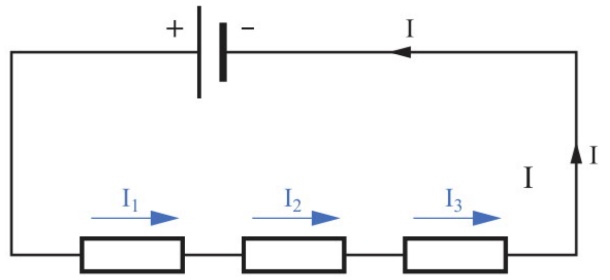
בפרק הבא נכיר מעגלים חשמליים מעורבים (הכוללים נגדים בחיבורים טוריים ומקבילים גם יחד).

מעגל טורי

הזרמים במעגל טורי

במעגל טורי הנגדים מחוברים **בטור**, כלומר כל נגד מחובר לקצהו של הנגד שאחריו, כך שנוצר **מסלול אחד** לזרם במעגל.

מכיוון שאין הצטברות מטען לאורך המעגל, הרי שאותו זרם זורם דרך כל הנגדים: $I = I_1 = I_2 = I_3$.



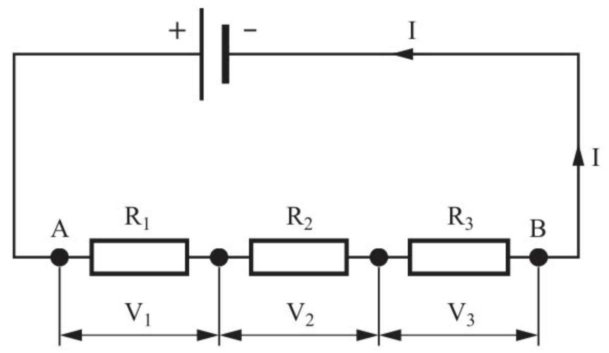
זרמים במעגל טורי

המתחים במעגל טורי

בהנחה שהנגדים הם בעלי ערכים שונים של התנגדות, הרי שהמתחים V_1, V_2, V_3 על הנגדים יהיו אף הם **שונים.**

המתח V_{AB} בין שתי נקודות הקצה A ו-B **קבוע**, מכיוון **שהפוטנציאלים** V_A **ו-**V_B **אינם משתנים** ונקבעים על ידי מקור המתח.

מתקיים: $V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3$ כלומר, בחיבור טורי **סכום המתחים** שעל כל אחד מהנגדים **שווה למתח הכולל** שמספק מקור המתח.



מתחים במעגל טורי

כלל זה נקרא **חוק המתחים של קירכהוף** (Kirchhoff) והוא מבטא את שימור האנרגיה במעגל החשמלי. בהמשך נכליל את הכלל הזה למעגלים מורכבים יותר.

התנגדות שקולה במעגל טורי

על פי חוק אוהם: $V_{AB} = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3$

מצד שני, על פי הגדרת ההתנגדות השקולה (שאותה נסמן R_T) צריך להתקיים: $V_{AB} = I \cdot R_T$

ומכאן נסיק בקלות כי: $R_T = R_1 + R_2 + R_3$

באופן כללי, עבור n נגדים שונים המחוברים בטור, נקבל: $R_T = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n$

> **מסקנה**: בחיבור טורי, התנגדות שקולה של הנגדים שווה לסכום ההתנגדויות שלהם.
> במקרה של נגדים שווים יתקיים: $R_T = n \cdot R$

יחס המתחים במעגל טורי

עבור שני נגדים R_1, R_2 מתקיים: $V_1 = I \cdot R_1$, $V_2 = I \cdot R_2$, לכן: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{I \cdot R_1}{I \cdot R_2}$ ומכאן: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1}{R_2}$.

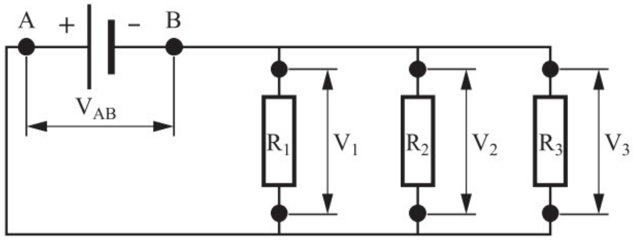
> **מסקנה**: בחיבור טורי, **יחס המתחים** על הנגדים שווה **ליחס ההתנגדויות** של הנגדים המתאימים.
> על הנגד **שהתנגדותו גבוהה** יותר, יש **מתח גבוה יותר.**

מעגל מקבילי

המתחים במעגל מקבילי

במעגל מקבילי, הנגדים מחוברים כך שלמעשה כולם קשורים בין שתי נקודות. כל נגד משמש מסלול שונה עבור הזרם החשמלי.

בהנחה שניתן להזניח את התנגדות התילים המוליכים, אפשר לקבוע שהמתח בין קצוות כל אחד מהנגדים שווה למתח של מקור המתח, $V_{AB} = V_1 = V_2 = V_3$.



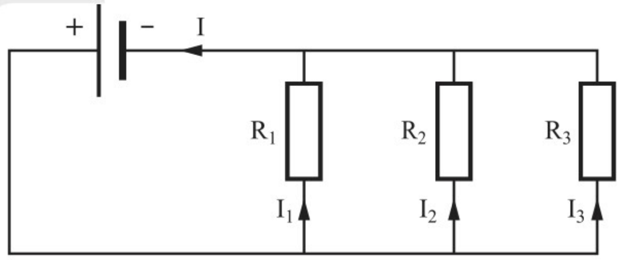
מתחים במעגל מקבילי

הזרמים במעגל מקבילי

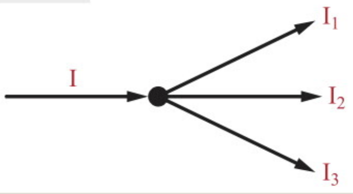
חוק שימור המטען קובע כי כמות המטען הכללי במעגל נשמרת.

מכאן שסכום הזרמים העוברים דרך כל הנגדים שווה לזרם הכללי במעגל, $I = I_1 + I_2 + I_3$.

כל נקודה במעגל, שבה זרם מתפצל לשניים או יותר, נקראת "**צומת**".



זרמים במעגל מקבילי



צומת במעגל מקבילי

> ניתן לנסח כלל הידוע בשם **חוק הזרמים של קירכהוף**:
> סכום הזרמים הנכנסים לצומת, שווה לסכום הזרמים היוצאים ממנו.
> חוק זה ידוע גם בשם **חוק הצומת**.

התנגדות שקולה במעגל מקבילי

על פי חוק אוהם (ומכיוון שהמתחים על הנגדים שווים) מתקיים:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \quad I_2 = \frac{V}{R_2} \quad I_3 = \frac{V}{R_3}$$

על פי הגדרת ההתנגדות השקולה צריך להתקיים:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{R_T}$$

נציב בכלל הצומת ונקבל:

$$\frac{V}{R_T} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

ולאחר צמצום ב-V נקבל:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

במקרה של n נגדים מחוברים במקביל נקבל:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

מסקנה: **במעגל מקבילי**, **סכום הערכים ההופכיים** של התנגדויות הנגדים שווה ל**ערך ההופכי של ההתנגדות השקולה** שלהם. במקרה הפרטי, כאשר **כל** הנגדים המחוברים במקביל הם בעלי אותה התנגדות R, ההתנגדות השקולה היא $R_T = \frac{R}{n}$.

יחס הזרמים במעגל מקבילי

עבור שני נגדים R_1, R_2 מתקיים: $I_1 = \frac{V}{R_1}$, $I_2 = \frac{V}{R_2}$, לכן:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

מסקנה: בחיבור מקבילי, **יחס הזרמים** דרך הנגדים **הפוך ליחס ההתנגדויות** של הנגדים המתאימים.

דרך הנגד **שהתנגדותו קטנה** יותר, יזרום **זרם גדול יותר**.

מכשירי מדידה במעגלים חשמליים

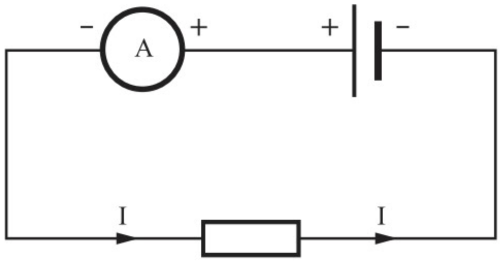
עד כה ניתחנו מעגליים חשמליים ודיברנו על זרמים ומתחים, ללא התייחסות למבנה של מכשירי המדידה המשמשים למדידת הגדלים הללו בחלקי המעגל השונים. למעשה, אופן פעולת מכשירי המדידה המסורתיים מבוסס על ידע **האלקטרומגנטיות** שנכיר בהמשך. בנוסף, כיום רוב המכשירים הם אלקטרוניים ואופן פעולתם מסובך עוד יותר. לכן נתייחס אל כל מכשיר מדידה כאל "קופסה סגורה" שיש לה פונקציה מוגדרת במעגל החשמלי. נציג שני מכשירים המשמשים למדידת **מתח ישר** ולמדידת **זרם ישר**, כלומר מתח וזרם שאינם משנים את כיוונם.

מד-זרם (אמפרמטר)

מד-זרם כשמו כן הוא, מכשיר למדידת זרם, ולו שני הדקים: חיובי (+) ושלילי (-).

הסימון המקובל למד-זרם ישר במעגל חשמלי הוא עיגול ובו האות A (קיצור של Amper-meter).

מד-הזרם מודד רק את הזרם שזורם **דרכו**. לכן מחברים את מד-הזרם **בטור**, במקום שבו רוצים למדוד את הזרם, כמתואר באיור.

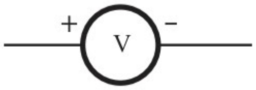


אופן חיבורו של מד-זרם במעגל חשמלי פשוט

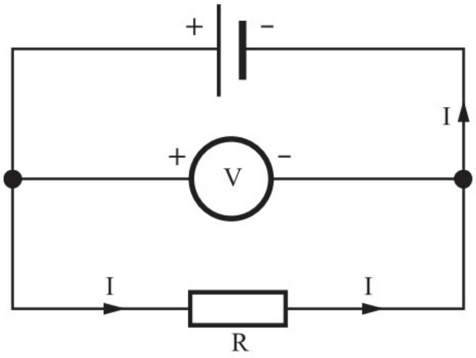
מד-הזרם הוא חלק מהמעגל החשמלי, לכן יש להביא בחשבון את **ההתנגדות החשמלית הפנימית** שלו. בעת תכנונו דואגים לכך שהתנגדותו הפנימית תהיה **קטנה ככל האפשר**, ופעמים רבות ניתן להתייחס אליו כ"אידיאלי", כלומר מכשיר שהתנגדותו הפנימית זניחה ולכן אין לו השפעה על הגדלים שמודדים באמצעותו.

מד-מתח (וולטמטר)

מד-מתח משמש למדידת המתח בין שתי נקודות במעגל חשמלי, כאשר את שני הדקיו מחברים **במקביל** אל שתי הנקודות הרצויות.



הסימון המקובל למד-מתח ישר במעגל חשמלי הוא עיגול ובו האות V (קיצור של Volt-meter).



חיבור של מד-מתח למדידת מתח על נגד במעגל חשמלי

אופן חיבורו במעגל החשמלי מתואר באיור.
בעת חיבור מד-המתח למעגל חשמלי סגור, **זורם דרכו זרם**. בעת תכנונו דואגים לכך **שהתנגדותו החשמלית הפנימית תהיה גדולה ככל האפשר** ביחס להתנגדויות של שאר חלקי המעגל, כך שהזרם דרכו יהיה קטן מאוד. באופן זה השפעתו על המתחים שהוא מודד זניחה וניתן להתייחס אליו כאל מכשיר "אידיאלי".

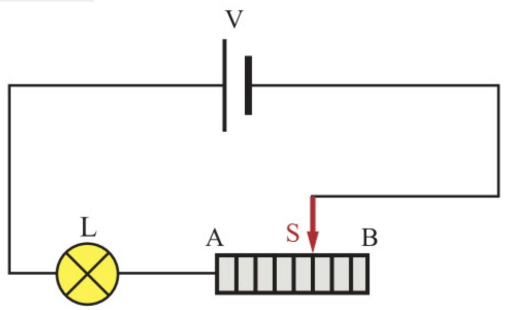
נגדים משתנים

ברוב מקורות המתח אי אפשר לשלוט באופן רציף על עוצמת המתח המתקבלת. עם זאת, במעגלים חשמליים רבים יש צורך לשנות את עוצמת הזרם או את המתח במעגל כולו או בחלקים ממנו. לשם כך משתמשים ב**נגד משתנה**, נגד שהתנגדותו ניתנת לשינוי בתחום מסוים. נגד כזה עשוי תיל מוליך, שהתנגדותו ליחידת אורך ידועה, ושינוי ההתנגדות שלו מתקבל באמצעות **שינוי אורך המוליך שדרכו עובר הזרם**. שינוי האורך מתבצע על ידי הזזה של גררה, שאת מקומה ניתן לשנות לאורך הרכיב. המגע שבקצה השני של המוליך מחובר למעגל כרגיל.

שני שימושים מקובלים של נגד משתנה הם **ריאוסטט** (נפוץ פחות) ו**פוטנציומטר** (נפוץ יותר). **בפרק זה נעסוק בשימוש הנגד המשתנה כריאוסטט**.

חיבור ריאוסטטי

בחיבור כזה מחברים את הנגד המשתנה בטור לרכיב המעגל שאת עוצמת הזרם דרכו רוצים לשנות (מסומן ב-L): מחברים קצה אחד של הרכיב לאחד מקצותיו של הנגד המשתנה (A), ואת הקצה השני של הרכיב מחברים אל הגררה. צדו השני של הנגד המשתנה (B) אינו מחובר, כמתואר באיור.



חיבור של נגד משתנה כריאוסטט

קטע המוליך שבין A ל-S הוא זה שדרכו זורם הזרם במעגל, ולכן זהו חלק המוליך שמשמש נגד בפועל. כך, על ידי הזזת הגררה (שינוי מיקום הנקודה S), ניתן לשנות את ההתנגדות.

ככל שהגררה S מוזזת מן הקצה המחובר (A) של הנגד המשתנה לעבר הקצה שאינו מחובר (B), כך גדלה ההתנגדות במעגל ועוצמת הזרם בו יורדת, ולהיפך.

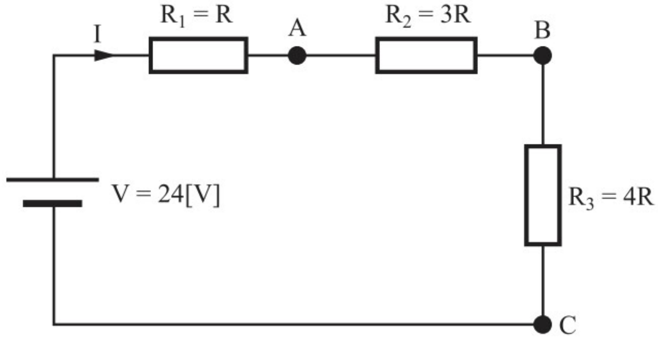
סיכום

1. במעגל חשמלי המכיל יותר מנגד אחד, **ההתנגדות השקולה** R_T מוגדרת כהתנגדות של נגד יחיד, שאילו היה מחליף במעגל את צירוף הנגדים, הרי ש**הזרם במעגל לא היה משתנה**.
2. **במעגל טורי**, הנגדים מחוברים בטור כך ש**כל נגד מחובר לקצהו של הבא אחריו**.
   עבור מעגל טורי מתקיימים ההיגדים הבאים:
   - אותו זרם זורם דרך **כל הנגדים**, מכיוון **שאין הצטברות מטען** לאורך המעגל.
   - **מתחים שונים על נגדים שונים**.
   - **סכום המתחים** שעל כל אחד מהנגדים **שווה למתח הכולל** שמספק מקור המתח.
   - **ההתנגדות השקולה** של הנגדים היא **סכום ההתנגדויות** שלהם.
   - **יחס המתחים** על הנגדים שווה **ליחס ההתנגדויות** של הנגדים המתאימים.
3. **במעגל מקבילי**, הנגדים מחוברים כך שלמעשה **כולם קשורים** בין שתי נקודות, וכל נגד משמש **מסלול** שונה **לזרם**.
   עבור מעגל מקבילי מתקיימים ההיגדים הבאים:
   - **המתח** בין קצוות כל הנגדים **שווה** למתח של מקור המתח.
   - **סכום הזרמים** העוברים דרך כל הנגדים **שווה לזרם הכללי** במעגל (זה שזורם דרך מקור המתח).
   - **הערך ההופכי של ההתנגדות השקולה** במעגל שווה **לסכום הערכים ההופכיים של התנגדויות הנגדים**.
   - **יחס הזרמים** דרך הנגדים ה**פוך ליחס בין ההתנגדויות** שלהם.
   - **זרם קטן יותר** זורם דרך **הנגד שהתנגדותו גדולה יותר**.
   - כדי לחשב את **הזרם** העובר דרך **כל אחד מהנגדים** המחוברים **במקביל**, משתמשים בחוק אוהם, והפעם **מחלקים את המתח על כל נגד בהתנגדות שלו**.
4. **מד-הזרם** מודד רק את הזרם שזורם **דרכו**. לכן מחברים מד-זרם במעגל **בטור** במקום שבו רוצים למדוד את הזרם. ניתן להתייחס אליו כ"אידיאלי" כאשר התנגדותו הפנימית זניחה.
5. **מד-מתח** מודד את המתח בין שתי נקודות במעגל חשמלי, כאשר את שני הדקיו מחברים **במקביל** אל שתי הנקודות. ניתן להתייחס אליו כ"אידיאלי" כאשר התנגדותו הפנימית **גדולה מאוד**.
6. **ריאוסטט** הוא נגד משתנה המחובר בטור במעגל שבו רוצים לשנות את עוצמת הזרם.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

מעגל טורי

דוגמה מספר (1)



במעגל החשמלי שבתרשים מתח המקור הוא $V = 24[V]$ ועוצמת הזרם דרך מקור המתח היא I.

א. בטאו באמצעות R את ההתנגדות החשמלית השקולה של המעגל.

ב. חשבו את ההתנגדות R, אם נתון כי עוצמת הזרם I במעגל החשמלי היא $I=3[A]$.

ג. חשבו את המתח על כל אחד מהנגדים.

ד. נתון כי הפוטנציאל של ההדק השלילי של מקור המתח הוא אפס. חשבו את הפוטנציאל בנקודות B ,A ו-C.

פתרון דוגמה מספר (1)

א. ההתנגדות השקולה:

$$R_T = R + 3R + 4R = 8R$$

ב. על פי חוק אוהם:

$$R_T = \frac{V}{I} = \frac{24}{3} = 8\Omega$$

$$R_T = 8R \Rightarrow R = 1\Omega$$

ג. המתח על כל אחד מהנגדים:

$$V_1 = R_1 \cdot I = 1 \cdot 3 = 3[V]$$

$$V_2 = R_2 \cdot I = 3 \cdot 3 = 9[V]$$

$$V_3 = R_3 \cdot I = 4 \cdot 3 = 12[V]$$

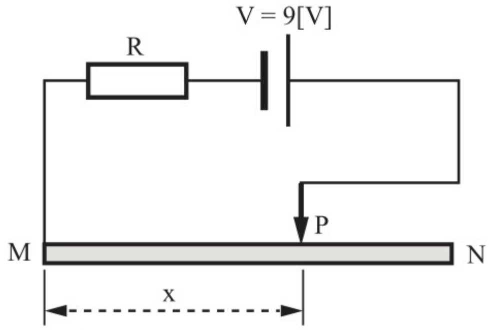
ד. הפוטנציאל בכל אחת מהנקודות:

$$V_A = V - V_1 = 24 - 3 = 21[V]$$

$$V_B = V_A - V_2 = 21 - 9 = 12[V]$$

$$V_C = V_B - V_3 = 12 - 12 = 0[V]$$

דוגמה מספר (2)



המעגל החשמלי בתרשים כולל מקור מתח $V=9[V]$, נגד שהתנגדותו $R=3\Omega$, תיל אחיד MN שהתנגדותו הסגולית ρ, שטח חתכו A ואורכו $L=3[m]$. תלמיד שינה כמה פעמים את האורך x ובכל פעם מדד את הזרם I.

א. רשמו משוואה המתארת את עוצמת הזרם I במעגל כפונקציה של האורך x. בטאו את תשובתכם באמצעות הפרמטרים A, ρ, V, R.

ב. סרטטו גרף איכותי של עוצמת הזרם I כפונקציה של x.

ג. מהו הזרם במעגל כאשר x שווה לאפס?

ד. נתון שעבור $x=0.3[m]$, עוצמת הזרם במעגל היא $2[A]$.

[1] חשבו את התנגדות קטע התיל שאורכו $x=0.3[m]$.

[2] חשבו את המתח בין M ל-P כאשר $x=0.3[m]$.

[3] חשבו את עוצמת הזרם במעגל כאשר $x=3[m]$.

ה. התלמיד חזר על הניסוי עם תיל אחר (במקום התיל MN), שגם אורכו $3[m]$ והוא עשוי מאותו חומר כמו התיל MN, אך שטח החתך שלו קטן מזה של התיל MN.
האם עוצמת הזרם במעגל בניסוי עם התיל השני תהיה שונה מזו שבניסוי עם התיל הראשון:

[1] עבור $x=0$?

[2] עבור $x=3[m]$?

נמקו תשובתכם.

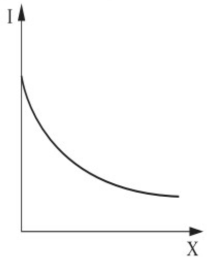
פתרון דוגמה מספר (2)

א. ההתנגדות השקולה במעגל:

$$R_T = R + R_x = R + \frac{\rho \cdot x}{A}$$

על פי חוק אוהם, הזרם במעגל:

$$I = \frac{V}{R_T} = \frac{V}{R + x \cdot \frac{\rho}{A}}$$



ב. מהביטוי עבור הזרם רואים שככל ש-x גדל, הזרם I קטן (R, V, A, ρ קבועים), אך הזרם אינו מתאפס.

ג. כאשר $x=0$ התנגדות המעגל היא R, לכן הזרם במעגל הוא:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{9}{3} = 3[A]$$

ד. [1] נמצא תחילה את ההתנגדות השקולה של המעגל:

$$I = \frac{V}{R_T} \Rightarrow R_T = \frac{V}{I} = \frac{9}{2} = 4.5\Omega$$

$$R_T = R + R_x \Rightarrow R_x = R_T - R = 4.5 - 3 = 1.5\Omega$$

[2] על פי חוק אוהם, המתח על קטע התיל שאורכו x:

$$V_{MP} = I \cdot R_x = 2 \cdot 1.5 = 3[V]$$

[3] כאשר $x=3[m]$ ההתנגדות גדולה פי 10 מההתנגדות כאשר $x=0.3[m]$, כלומר: 15Ω.

לכן עוצמת הזרם תהיה:

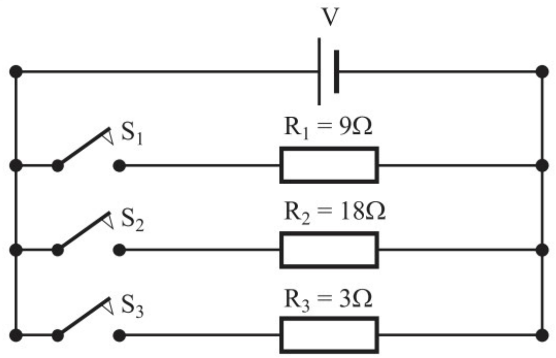
$$I = \frac{V}{R_T} = \frac{9}{3+15} = 0.5[A]$$

ה. [1] במצב $x=0$ הזרם לא ישתנה כי אין תלות של הזרם בתיל המוליך אלא רק ב-R.

[2] במצב $x=3[m]$, מכיוון ששטח החתך בתיל קטן יותר, הרי שההתנגדות שלו גדולה יותר ולכן הזרם יקטן.

מעגל מקבילי

דוגמה מספר (1)



בתרשים שלפניכם מוצג מעגל חשמלי הכולל מקור מתח V, שלושה נגדים שהתנגדויותיהם $R_1=9\Omega$, $R_2=18\Omega$, $R_3=3\Omega$, ושלושה מתגים S_1, S_2 ו-S_3.

א. עבור איזה צירוף של המתגים יהיה הזרם דרך המקור מרבי? הסבירו.

ב. עבור איזה צירוף של מתגים יהיה הזרם דרך המקור מינימלי? הסבירו.

ג. כאשר סוגרים את שני המתגים S_1 ו-S_2 ומשאירים את המתג S_3 פתוח, עוצמת הזרם דרך מקור המתח היא 10[A]. חשבו את מתח המקור ואת הזרם דרך הנגדים R_1 ו-R_2.

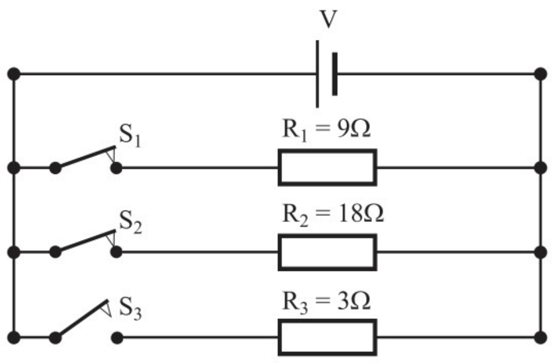
ד. סוגרים גם את המתג S_3. האם הזרם העובר דרך מקור המתח יגדל, יקטן או לא ישתנה? נמקו וחשבו את ערכו.

פתרון דוגמה מספר (1)

א. הזרם יהיה מרבי כאשר ההתנגדות היא מינימלית. זה קורה כאשר שלושת המפסקים סגורים.

ב. הזרם יהיה מינימלי בצירוף שבו ההתנגדות היא מרבית. זה קורה כאשר S_2 סגור והשאר פתוחים.

ג.



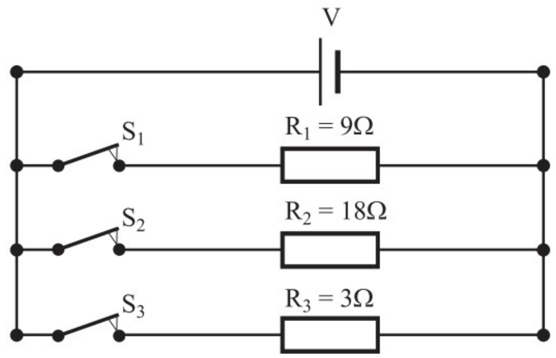
$$R_T = \frac{9 \cdot 18}{9+18} = 6\Omega$$

$$V = R_T \cdot I = 6 \cdot 10 = 60[V]$$

$$I_1 = \frac{V_T}{R_1} = \frac{60}{9} = 6.66[A]$$

$$I_2 = \frac{V_T}{R_2} = \frac{60}{18} = 3.33[A]$$

ד. כאשר סוגרים גם את המתג S_3, ההתנגדות השקולה קטנה ולכן עוצמת הזרם גדלה.



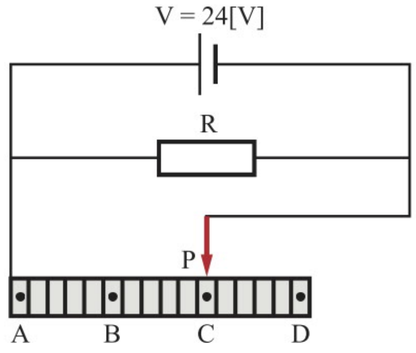
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{9} + \frac{1}{18} + \frac{1}{3} \Rightarrow R_T = 2\Omega$$

$$I' = \frac{V_T}{R_T} = \frac{60}{2} = 30[A]$$

דוגמה מספר (2)

מקור מתח $V=24[V]$ מחובר לנגד שהתנגדותו $R=30\Omega$, ולנגד משתנה AE שהתנגדותו המרבית 30Ω.

הנגדים מחוברים **במקביל**. הנקודות B ו-C מחלקות את הנגד המשתנה לשלושה קטעים שהתנגדותם שווה.



א. מעבירים את המגע הנייד מ-B ל-C ואחר כך ל-D.

[1] האם הזרם הזורם דרך המקור יגדל, יקטן או לא ישתנה? הסבירו.

[2] האם הזרם הזורם דרך הנגד שהתנגדותו R יגדל, יקטן או לא ישתנה? הסבירו.

[3] האם הזרם הזורם דרך הנגד המשתנה יגדל, יקטן או לא ישתנה? הסבירו.

ב. כאשר מחברים את המגע הנייד P ל-B, מה יהיה הזרם דרך המקור, דרך הנגד R ודרך הנגד המשתנה?

ג. מעבירים את המגע הנייד לנקודה C. מה יהיה הזרם דרך המקור, דרך הנגד R ודרך הנגד המשתנה?

פתרון דוגמה מספר (2)

א. [1] העברת המגע P מ-B ל-C ואחר כך ל-D מגדילה את התנגדות הנגד המשתנה, וכתוצאה מכך גדלה ההתנגדות השקולה של המעגל.

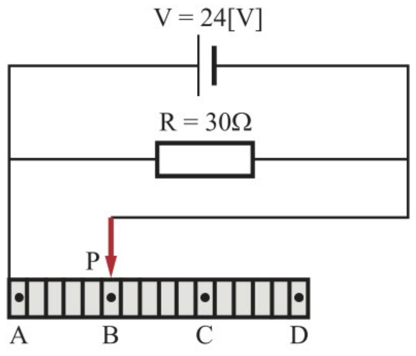
הגדלת ההתנגדות השקולה גורמת **להקטנת** הזרם דרך המקור.

[2] הנגד R מחובר במקביל למקור המתח שמתחו קבוע, לכן המתח על פני הנגד שהתנגדותו R קבוע.

מכיוון שהמתח וההתנגדות קבועים, אזי גם **הזרם לא ישתנה** בהתאם לחוק אוהם.

[3] הנגד המשתנה מחובר גם הוא במקביל למקור המתח שמתחו קבוע. מכיוון שהתנגדותו גדלה, הזרם דרכו **קטן**.

ב. מאחר שההתנגדות נמצאת ביחס ישר לאורך, התנגדות הקטע AB שווה לשליש מההתנגדות המרבית, כלומר: $R_{AB}=10\Omega$.



נמצא את ההתנגדות השקולה של המעגל:

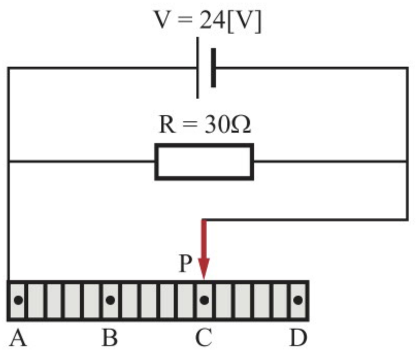
$$\frac{1}{R_T}=\frac{1}{R_{AB}}+\frac{1}{R}=\frac{1}{10}+\frac{1}{30}\Rightarrow R_T=7.5\Omega$$

הזרם דרך המקור: $$I=\frac{V_T}{R_T}=\frac{24}{7.5}=3.2[A]$$

הזרם דרך הנגד R: $$I_R=\frac{V_T}{R}=\frac{24}{30}=0.8[A]$$

הזרם דרך הנגד המשתנה: $$I_{AB}=\frac{V_T}{R_{AB}}=\frac{24}{10}=2.4[A]$$

ג. התנגדות הקטע AC שווה לשני שלישים מההתנגדות המרבית, כלומר: $R_{AC}=20\Omega$.



$$\frac{1}{R_T}=\frac{1}{R_{AC}}+\frac{1}{R}=\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\Rightarrow R_T=12\Omega$$

הזרם דרך המקור:

$$I=\frac{V_T}{R_T}=\frac{24}{12}=2[A]$$

הזרם דרך הנגד R:

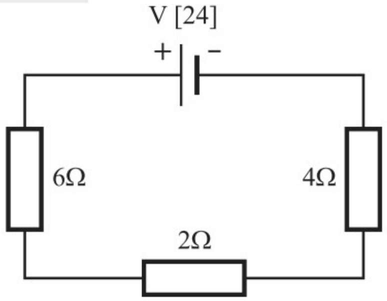
$$I_R=\frac{V_T}{R}=\frac{24}{30}=0.8[A]$$

הזרם דרך הנגד המשתנה:

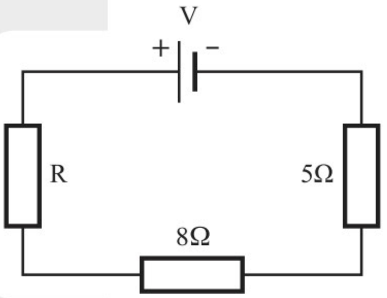
$$I_{AC}=\frac{V_T}{R_{AC}}=\frac{24}{20}=1.2[A]$$

תרגילים

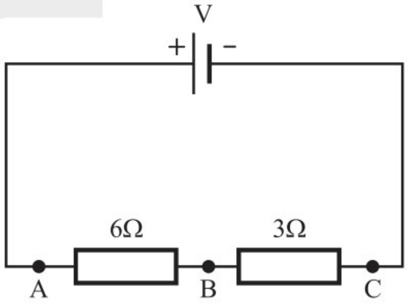
מעגל טורי



1. חשבו את עוצמת הזרם העובר דרך כל אחד מהנגדים, ואת המתח על כל אחד מהם.



2. נתון שהמתח על הנגד שהתנגדותו 8Ω הוא $12[V]$, והמתח על הנגד R הוא $6[V]$.
חשבו את מתח המקור V ואת התנגדות הנגד R.



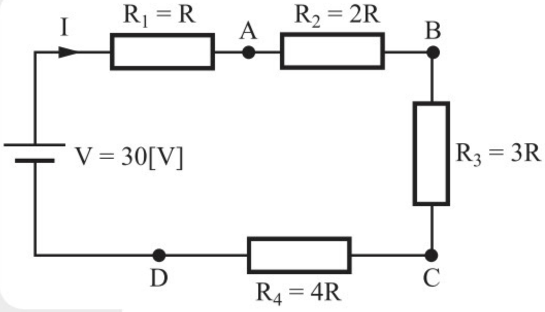
3. תלמיד חיבר בטור שני נגדים שהתנגדויותיהם 3Ω ו-6Ω אל מקור מתח אידיאלי $12[V]$, כמתואר בתרשים. התילים אידיאליים (ניתן להזניח את התנגדויותיהם).

א. הגדירו את המושג "התנגדות שקולה".

ב. האם הזרם העובר בנקודה B **גדול** מהזרם העובר בנקודה C, **קטן** ממנו או **שווה** לו? נמקו.

ג. חשבו את המתח בין קצות הנגד שהתנגדותו 3Ω.

ד. נתון כי הפוטנציאל בהדק השלילי של מקור המתח הוא אפס. חשבו את הפוטנציאל בנקודה A ובנקודה B.



4. במעגל חשמלי מתח המקור הוא $V=30[V]$ ועוצמת הזרם דרך מקור המתח היא I.

א. בטאו באמצעות R את ההתנגדות החשמלית השקולה החיצונית של המעגל.

ב. חשבו את ההתנגדות R, אם נתון שעוצמת הזרם I במעגל היא $I=6[A]$.

ג. חשבו את המתח על כל אחד מהנגדים.

ד. נתון כי הפוטנציאל של ההדק השלילי של מקור המתח הוא אפס.
חשבו את הפוטנציאל בנקודות A, B, C ו-D.

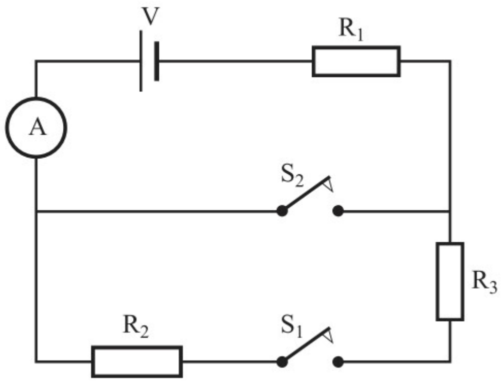
5. המעגל החשמלי המתואר בתרשים מורכב ממקור מתח V, שלושה נגדים R_3, R_2, R_1, שני מפסקים S_1, S_2 ואמפרמטר A. נתון: $R_2=18\Omega$, $R_3=12\Omega$.

ההתנגדות הפנימית של מקור המתח ושל האמפרמטר זניחה.

נתון שכאשר המפסק S_1 **סגור** והמפסק S_2 **פתוח**, עוצמת הזרם העובר דרך המקור היא 1[A].

כמו כן נתון שכאשר המפסק S_1 **פתוח** והמפסק S_2 **סגור**, עוצמת הזרם העובר דרך המקור היא 3[A].

חשבו את המתח של מקור המתח V ואת התנגדות הנגד R_1.

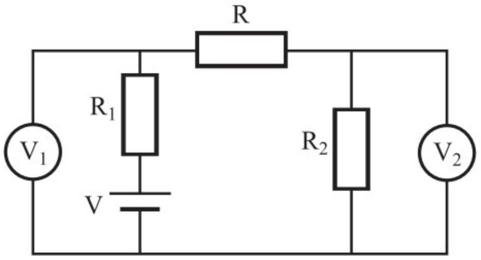


6. מעגל חשמלי מורכב ממקור מתח V, שלושה נגדים ושני מדי-מתח (ראו תרשים).
הניחו כי מדי-המתח הם אידיאליים.
נתונות ההתנגדויות $R_2=6\Omega$, $R_1=2\Omega$.

במצב המתואר, מדי-המתח מורים $V_2=36[V]$, $V_1=54[V]$.

א. חשבו את התנגדות הנגד R.

ב. מצאו את מתח הסוללה V.



7. המעגל החשמלי שבתרשים כולל מקור מתח V=12[V], תילים מוליכים שהתנגדותם זניחה, אמפרמטר אידיאלי A, ותיל אחיד MN שאורכו 1.2[m] והתנגדותו המרבית 90Ω.

א. כאשר המגע הנייד P נמצא בנקודה A:

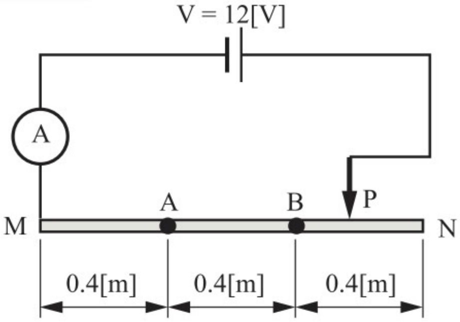
[1] חשבו את עוצמת הזרם במעגל.

[2] חשבו את המתח בין M ל-A.

ב. כאשר המגע הנייד P נמצא בנקודה B:

[1] חשבו את עוצמת הזרם במעגל.

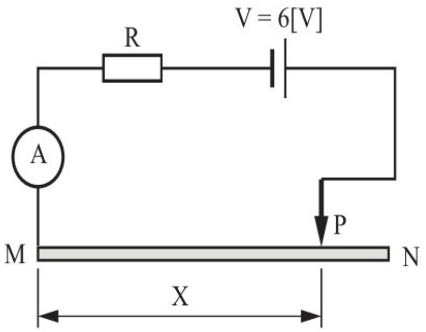
[2] חשבו את המתח בין M ל-B.



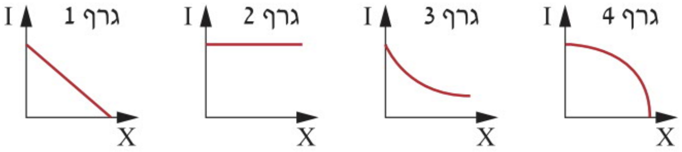
ג. היכן יש למקם את המגע הנייד כדי שעוצמת הזרם במעגל תהיה מינימלית? חשבו עוצמת זרם זה.

.8 המעגל החשמלי בתרשים כולל מקור מתח $V=6[V]$, נגד R שהתנגדותו אינה ידועה, תילים מוליכים שהתנגדותם זניחה, אמפרמטר אידיאלי A, תיל אחיד MN שהתנגדותו אינה זניחה ואורכו $2[m]$.

את המגע הנייד המסומן P אפשר להזיז לאורך התיל X ,MN מסמן את אורך הקטע MP של התיל. תלמיד שינה כמה פעמים את מקומו של המגע הנייד P לאורך התיל (את האורך X), ובכל פעם מדד את הזרם I.



א. איזה מבין הגרפים שלפניכם מתאר בצורה נכונה את עוצמת הזרם I כפונקציה של X?



ב. נתון שכאשר X שווה לאפס, האמפרמטר מורה על $3[A]$. חשבו את התנגדות הנגד R.

ג. נתון שעבור $X=0.2[m]$, האמפרמטר מורה על $1[A]$.

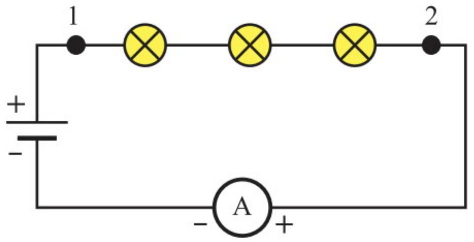
[1] חשבו את התנגדות קטע התיל שאורכו $X=0.2[m]$.

[2] חשבו את התנגדות התיל כאשר $X=2[m]$.

[3] חשבו את עוצמת הזרם במעגל כאשר $X=2[m]$.

[4] חשבו את המתח בין M ל-P כאשר $X=2[m]$.

.9 שלוש נורות זהות חוברו בטור בין הנקודות 1 ו-2 למקור מתח של $V=144[V]$. במצב זה, מד-הזרם הורה על $I=0.4[A]$.

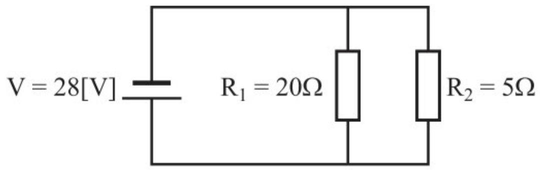


א. חשבו את המתח בכל נורה ואת התנגדותה.

ב. כמה נורות זהות יש לחבר בטור, כדי שעוצמת הזרם במעגל תהיה $0.1[A]$?

מעגל מקבילי

.10 נתון המעגל החשמלי הבא:



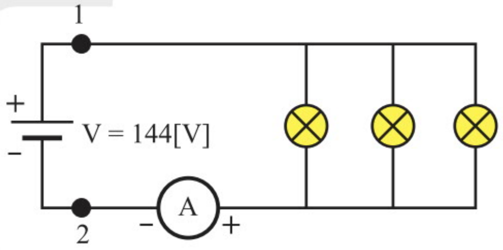
א. חשבו את ההתנגדות השקולה.

ב. חשבו את הזרם דרך מקור המתח.

ג. חשבו את המתח על פני כל אחד מהנגדים.

ד. חשבו את הזרם דרך כל אחד מהנגדים.

.11 שלוש נורות זהות חוברו במקביל בין הנקודות 1 ו-2 למקור מתח של $V=144[V]$. מד-הזרם מורה קריאה של $I=0.3[A]$.



א. חשבו את המתח על פני כל נורה ואת התנגדותה.

ב. כמה נורות זהות יש לחבר במקביל, כדי שעוצמת הזרם במעגל תהיה $1.2[A]$?

12. במעגל החשמלי הבא נתונות ההתנגדויות והמתח:

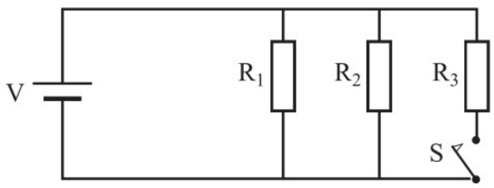
$V=8[V]$,$R_1=40\Omega$,$R_2=10\Omega$,$R_3=8\Omega$

הזניחו את התנגדויות התילים ואת מקור המתח.

מצאו את הזרם דרך כל אחד מהנגדים ודרך המקור:

א. כאשר המפסק S פתוח.

ב. כאשר המפסק S סגור.



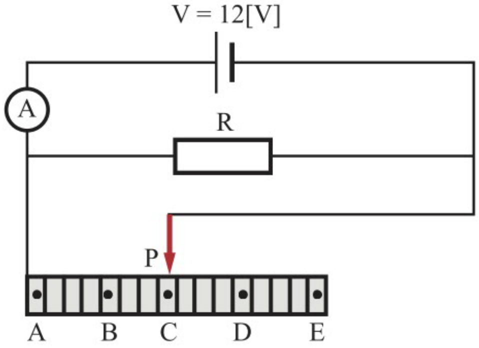
13. מקור מתח שהמתח שלו $V=12[V]$ מחובר לנגד שהתנגדותו $R=20\Omega$ ולנגד משתנה AE שהתנגדותו המרבית 20Ω. הנגדים מחוברים במקביל. הנקודות C ,B ו–D מחלקות את הנגד המשתנה לארבעה קטעים שהתנגדותם שווה.

א. מעבירים את המגע הנייד מ–D ל–C ואחר כך ל–B. האם הזרם שמראה מד ההתנגדות הזרם יגדל, יקטן או לא ישתנה? הסבירו.

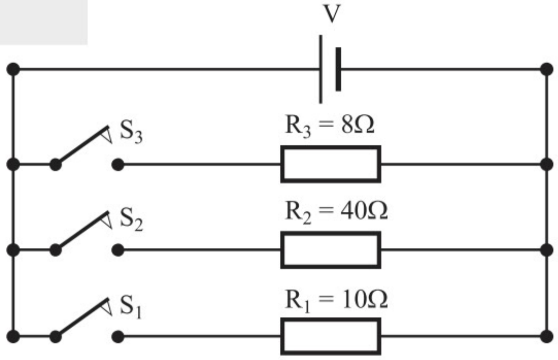
ב. מה יורה מד–הזרם כאשר נחבר את המגע הנייד P ל–B?

ג. מה יורה מד–הזרם כאשר נעביר את המגע הנייד לנקודה C?

ד. היכן יש למקם את המגע הנייד כדי שעוצמת הזרם במעגל תהיה מינימלית? חשבו עוצמה זו.



14. בתרשים שלפניכם מוצג מעגל חשמלי, הכולל מקור מתח V, שלושה נגדים שהתנגדויותיהם $R_1=10\Omega$, $R_2=40\Omega$ ו–$R_3=8\Omega$, שלושה מתגים S_1, S_2 ו–S_3.



א. תלמיד טען שהזרם המרבי האפשרי במעגל זה הוא כאשר רק המפסק S_2 סגור. האם טענתו נכונה? נמקו.

ב. תלמידה טענה שהזרם המינימלי האפשרי במעגל זה הוא כאשר רק המפסק S_2 סגור. האם טענתה נכונה? נמקו.

ג. כאשר סוגרים את שני המתגים S_1 ו–S_2 ומשאירים את המתג S_3 פתוח, עוצמת הזרם דרך מקור המתח היא $4[A]$. חשבו את מתח המקור ואת הזרם דרך הנגדים R_1 ו–R_2.

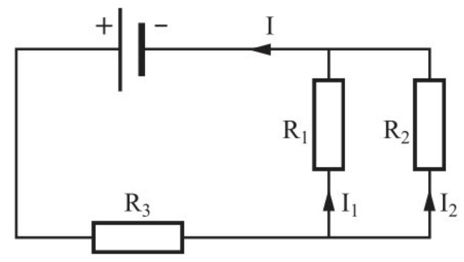
ד. סוגרים גם את המתג S_3. האם הזרם העובר דרך מקור המתח יגדל, יקטן או לא ישתנה? נמקו וחשבו את ערכו.

9 מעגלים חשמליים פשוטים: מעגל מעורב

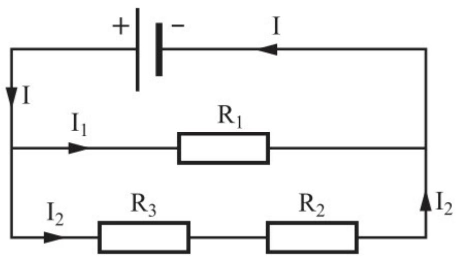
רקע תיאורטי

כללי

במעגלים הפשוטים שהכרנו עד כה, הנגדים היו מחוברים בטור בלבד או במקביל בלבד, ולכן נקראו מעגלים טוריים או מעגלים מקבילים, בהתאמה. חיבורים של נגדים במעגלים המכילים יותר משני נגדים, עשויים להיות מורכבים יותר ולהכיל באותו מעגל את שני סוגי החיבורים, כדוגמת מעגלים א ו–ב המוצגים בתרשים הבא.



מעגל מעורב **א**



מעגל מעורב **ב**

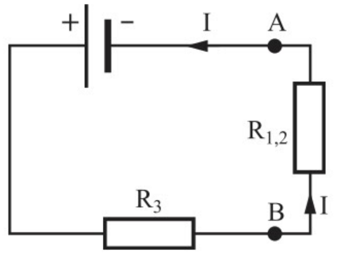
זרמים ומתחים במעגל מעורב

כדי לחשב את הזרמים דרך הנגדים ואת המתחים עליהם, יש לחשב את ההתנגדות השקולה של הנגדים במעגל. נעשה זאת במספר שלבים, כאשר בכל שלב מחליפים קבוצת נגדים המחוברים בטור או במקביל בנגד שקול. בסופו של התהליך מקבלים מעגל המכיל נגדים בחיבור טורי או מקבילי, וממנו מחשבים את ההתנגדות השקולה כפי שראינו. נדגים שלבים אלה בחישוב ההתנגדות השקולה במעגל א.

שלב א: את הנגדים R_1 ו–R_2 המחוברים במקביל **נוכל להחליף** בנגד **שקול** $R_{1,2}$, שאת התנגדותו נחשב על פי כלל **חיבור נגדים במקביל**:

$$\frac{1}{R_{1,2}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\Rightarrow R_{1,2}=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}$$

את **זוג הנגדים במקביל במעגל א** נחליף בנגד השקול שחישבנו ונקבל **מעגל חדש (א1)**. מעגל זה **שקול למעגל א**, כלומר **הזרם בו שווה לזרם במעגל א**.



מעגל א1 – חיבור פשוט יותר הכולל שני נגדים בטור

שלב ב: נחשב את **ההתנגדות השקולה** R_T על פי כלל **חיבור בטור**:

$$R_T=R_{1,2}+R_3=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}+R_3$$

נשתמש בחוק אוהם כדי לחשב את **הזרם הראשי** במעגל:

$$I = \frac{V}{R_T} = \frac{V}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3}$$

זרם זה זורם דרך הנגד $\mathbf{R_3}$ וכן דרך **הנגד השקול** $\mathbf{R_{1,2}}$ המחוברים בטור.

שלב ג: כעת נותר לחשב את הזרמים דרך הנגדים R_1, ו-R_2, **המחוברים זה לזה במקביל**.

המתח בין הנקודות A ו-B שווה למתח על כל אחד משני הנגדים הללו וערכו:

$$V_{AB} = I \cdot R_{1,2} = I \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

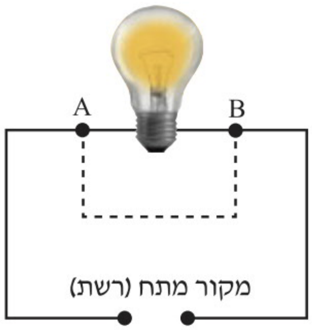
מכאן, באמצעות חוק אוהם נוכל לחשב במעגל המקורי את הזרם דרך הנגדים R_1 ו-R_2:

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} \;,\; I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2}$$

כך, שלב אחרי שלב חישבנו את הזרמים דרך כל הנגדים ואת המתחים עליהם.

קֶצֶר ועומס יתר

כאשר זרם חשמלי זורם בתיל מתכתי, הטמפרטורה של התיל עולה. אם מסיבה כלשהי יעלה הזרם מעל לעוצמה המרבית שהתילים יכולים לשאת, הם יתחממו ועלולים להתלקח. שתי סיבות עיקריות יכולות לגרום לכך: קֶצֶר או עומס יתר.

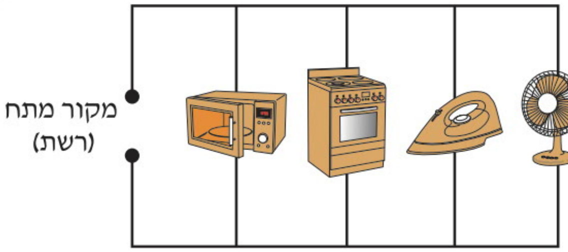


חיבור תיל בין נקודות A, B יגרום לקצר במעגל החשמלי

קצר

קצר הוא מצב שבו יש חיבור ישיר של תיל אל מקור מתח, למשל כאשר שני תילי הולכה המחברים מכשיר למקור נוגעים זה בזה, כמתואר באיור. אם ייווצר מגע בין הנקודות A ו-B, יזרום זרם גבוה דרך חיבור המגע (התנגדות קטנה משמעותה זרם גבוה) והתוצאה תהיה חימום והתלקחות.

נדון עוד בנושא קצר ונכיר את המושג "**זרם קצר**" בפרק על כא"מ והתנגדות פנימית.

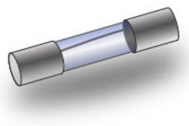


חיבור מספר רב של צרכנים למקור מתח

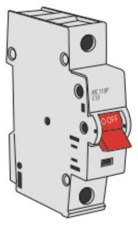
עומס יתר

עומס יתר מתרחש כאשר מחברים במקביל למקור מתח מספר רב של מכשירים (צרכנים). לכל אחד מהמכשירים התנגדות משלו, כך שעבור מתח נתון זורם בו זרם מסוים. חיבור מספר רב של מכשירים במקביל גורם לכך שההתנגדות השקולה במעגל **קְטֵנָה**, ולכן עוצמת הזרם הכולל במעגל **גְּדֵלָה** בצורה ניכרת.

נתיך (fuse) ומפסק אוטומטי

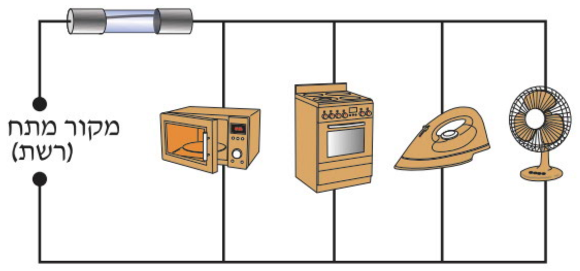

נתיך (fuse)

כדי להגן על המעגל החשמלי מפני הסכנות הכרוכות במצבי קצר ועומס יתר, מחברים למעגל בטור **נתיך (פיוז, fuse)** שתפקידו לפתוח את המעגל ברגע שהזרם בו עולה מעל למותר. הנתיך אינו אלא תיל קצר ודק, הניתך ברגע שעוצמת הזרם מגיעה לערכה המקסימלי המותר וכך המעגל נפתח.


מפסק ביתי

כיום נפוץ השימוש במפסקים אוטומטיים, הפותחים את המעגל החשמלי ברגע שעוצמת הזרם בו מגיעה לערך מסוכן. פעולתם של מפסקים אלה מבוססת בדרך כלל על ניתוק המעגל על ידי אלקטרומגנט.

ברשת החשמל הביתית הצרכנים מחוברים **במקביל** זה לזה, כדי שאם אחד המכשירים ינתק את הזרם דרכו, המכשירים האחרים ימשיכו לתפקד ללא הפרעה. הנתיך (או המפסק האוטומטי) מחובר בטור למעגל הביתי, שממנו מתפצלים בחיבור מקבילי כל הצרכנים.

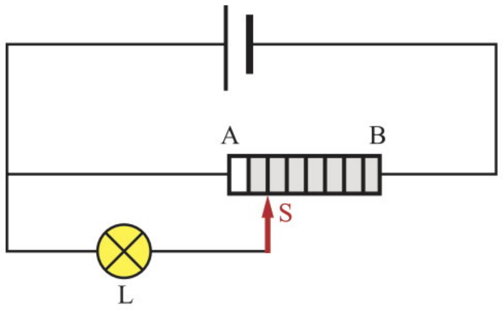


חיבור צרכנים ונתיך ברשת החשמל הביתית

נגד משתנה: חיבור פוטנציומטרי

בפרק הקודם הכרנו חיבור של נגד משתנה **כריאוסטט**, כעת נכיר שימוש בנגד משתנה **כפוטנציומטר**.

פוטנציומטר וחיבור פוטנציומטרי



חיבור נגד משתנה כפוטנציומטר

בחיבור פוטנציומטרי מחברים את שני קצות הנגד המשתנה **במקביל** אל מקור המתח. בנוסף, מחברים קצה אחד של הנגד המשתנה וכן את הגררה במקביל לרכיב (L) שאת המתח עליו רוצים לשנות, כמתואר באיור. הנגד המשתנה בחיבור כזה נקרא **פוטנציומטר**.

מכיוון שההתנגדות של חלק הנגד AS היא חלק מההתנגדות הכוללת AB, המתח בין S ל-A יהיה חלק מהמתח בין B ל-A.

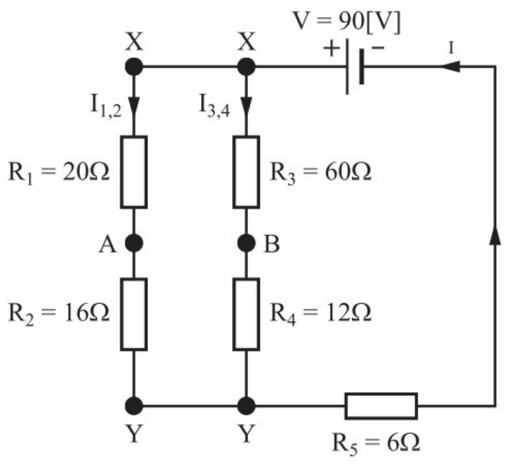
בצורה זו ניתן לשנות את המתח בין קצות הרכיב בטווח שבין מתח השווה בקירוב למתח המקור V (כאשר הגררה S נמצאת סמוך לקצה B) לבין אפס (כאשר הגררה נמצאת סמוך לקצה A).

סיכום

1. מעגל **מעורב** הוא מעגל שמכיל יותר משני נגדים, שיכולים להיות מחוברים בטור או במקביל.
   - כדי לחשב את **הזרמים** דרך הנגדים ואת **המתחים** עליהם במעגל מעורב, יש לחשב את **ההתנגדות השקולה** של הנגדים.
   - את ההתנגדות השקולה מחשבים במספר שלבים, כאשר בכל שלב **מחליפים קבוצה של נגדים** המחוברים **בטור** או **במקביל** בנגד שקול להם.
   - בכל שלב מתקבל **מעגל פשוט יותר**, השקול למעגל המקורי, עד **שמתקבל מעגל טורי בלבד** או **מעגל מקבילי בלבד**, שמהם ניתן לחשב את ההתנגדות השקולה R_T של כלל הנגדים במעגל.
   - כדי לחשב את הזרם במעגל הראשי נשתמש ב**חוק אוהם**: $I = \frac{V}{R_T}$.
   - כדי לחשב את הזרם דרך הנגדים המחוברים במקביל נשתמש בחוק אוהם ונחלק את המתח על כל נגד בהתנגדות שלו.
2. **קֶצֶר** הוא מצב שבו יש חיבור ישיר של תיל אל מקור מתח. במצב קצר יזרום זרם גבוה והתוצאה תהיה חימום ואף התלקחות.
3. **עומס יתר** מתרחש כאשר מחברים במקביל למקור מתח מספר רב של מכשירים (צרכנים), ועוצמת הזרם הכולל במעגל גדלה בצורה ניכרת.
4. **נתיך** (fuse) הוא רכיב שתפקידו לפתוח מעגל חשמלי ברגע שהזרם בו עולה מעל למותר.
5. **חיבור פוטנציומטרי** הוא חיבור המאפשר להשתמש בנגד משתנה לשינוי מתח מאפס ועד למתח המקור.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)



נתון המעגל החשמלי הבא:

א. חשבו את ההתנגדות השקולה.

ב. חשבו את הזרם הזורם דרך מקור המתח.

ג. חשבו את המתח על פני כל אחד מהנגדים.

ד. חשבו את הזרם הזורם דרך כל אחד מהנגדים.

ה. חשבו את המתח V_{AB}.

פתרון דוגמה מספר (1)

א. ההתנגדות השקולה:

$$R_T = \frac{(20+16)\cdot(60+12)}{(20+16)+(60+12)} + 6 = 24 + 6 = 30\Omega$$

ב. הזרם הזורם דרך מקור המתח:

$$I = \frac{V}{R_T} = \frac{90}{30} = 3[A]$$

ג. הזרם הזורם דרך כל אחד מהנגדים:

$$V_{XY} = R_{XY} \cdot I = 24 \cdot 3 = 72[V]$$

$$I_{1,2} = \frac{V_{XY}}{R_{1,2}} = \frac{72}{36} = 2[A] \qquad I_{3,4} = \frac{V_{XY}}{R_{3,4}} = \frac{72}{72} = 1[A] \qquad I_5 = I = 3[A]$$

ד. המתח על פני כל אחד מהנגדים:

$$V_1 = R_1 \cdot I_{1,2} = 20 \cdot 2 = 40[V] \qquad V_3 = R_3 \cdot I_{3,4} = 60 \cdot 1 = 60[V]$$

$$V_2 = R_2 \cdot I_{1,2} = 16 \cdot 2 = 32[V] \qquad V_4 = R_4 \cdot I_{3,4} = 12 \cdot 1 = 12[V]$$

$$V_5 = R_5 \cdot I = 6 \cdot 3 = 18[V]$$

ה. נחשב את המתח V_{AB}:

$$V_{XA} = V_x - V_A = V_1 = 40[V]$$
$$V_{XB} = V_x - V_B = V_3 = 60[V]$$
$$V_{AB} = V_A - V_B = V_{XB} - V_{XA} = 60 - 40 = 20[V]$$

הפוטנציאל בנקודה A גבוה מהפוטנציאל בנקודה B ב-20[V].

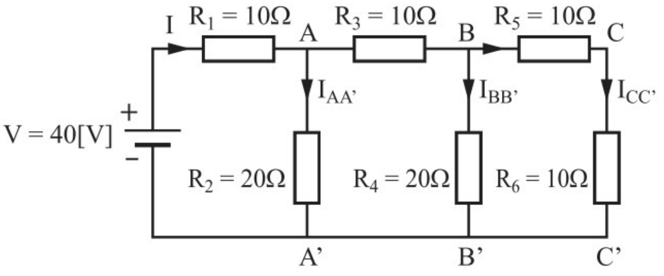
דוגמה מספר (2)

במעגל החשמלי המוצג בתרשים, מתח המקור הוא $V=40[V]$ ועוצמת הזרם דרך מקור המתח היא I
(הניחו כי מקור המתח הוא אידיאלי).

א. חשבו את ההתנגדות החשמלית השקולה של המעגל.

ב. חשבו את עוצמת הזרם I במעגל.

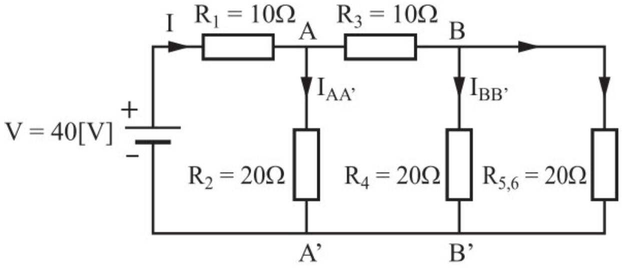
ג. חשבו את המתח על כל אחד מהנגדים AA', BB', CC'.



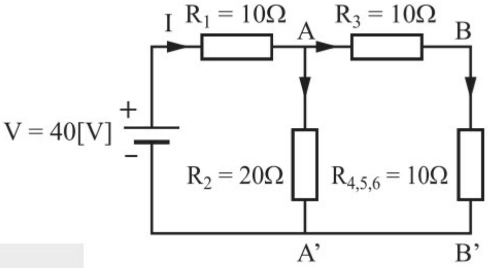
פתרון דוגמה מספר (2)

א. את התנגדות הלולאה $BCC'B'$ ניתן להמיר בנגד שהתנגדותו 10Ω.
הסבר: שני הנגדים R_5, R_6 מחוברים **בטור** והתנגדותם השקולה היא 20Ω (תרשים א). נגדים אלה מחוברים **במקביל** לנגד R_4 שהתנגדותו 20Ω, כך שהשקול שלהם שווה ל-10Ω (תרשים ב).

תרשים א

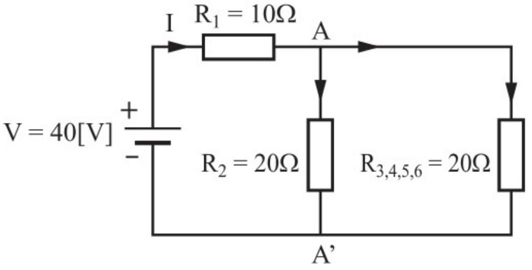


תרשים ב

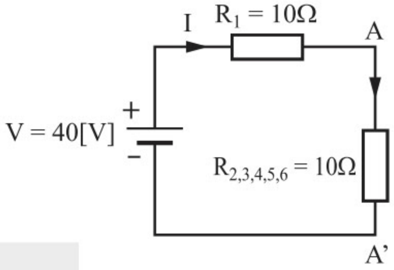


הלולאה השנייה $ABB'A'$ זהה כעת לקודמתה, ולכן גם התנגדותה היא 10Ω (תרשימים ג ו-ד).

תרשים ג

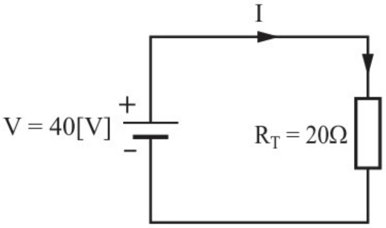


תרשים ד



לבסוף, המקור מחובר לשני נגדים המחוברים בטור, שהתנגדות כל אחד מהם 10Ω, מכאן שההתנגדות השקולה הכוללת היא 20Ω (תרשים ה).

תרשים ה



ב. הזרם דרך המקור:

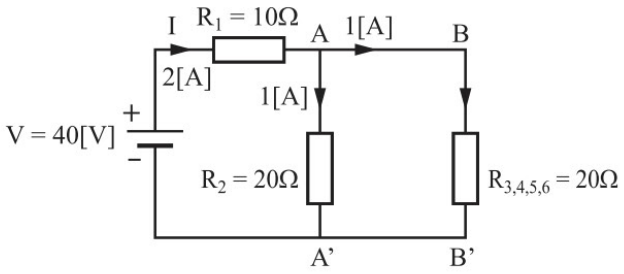
$$I = \frac{V}{R_T} = \frac{40}{20} = 2[A]$$

ג. את המתחים על כל אחד מהנגדים נחשב על פי חוק אוהם ועל פי חוק הצומת.

כאשר הזרם מגיע לצומת A הוא מתפצל לשני זרמים שווים, מכיוון שההתנגדויות שוות (ראו תרשים ו).

$$I_{AA'} = \frac{1}{2}I = 1A \Rightarrow V_{AA'} = I_{AA'} \cdot R_{AA'} = 1 \cdot 20 = 20[V]$$

תרשים ו

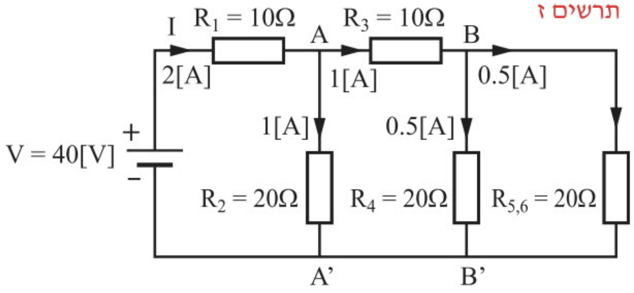


כאשר הזרם מגיע לצומת B הוא מתפצל שוב לשני זרמים שווים, מכיוון שההתנגדויות שוות (ראו תרשים ז).

$$I_{BB'} = \frac{1}{4}I = 0.5[A]$$

$$V_{BB'} = I_{BB'} \cdot R_{BB'} = 0.5 \cdot 20 = 10[V]$$

תרשים ז

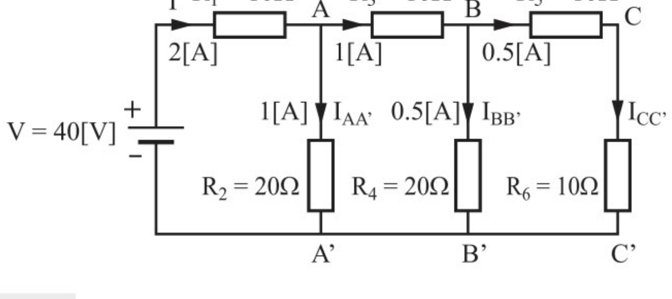


מכאן שהזרם $I_{CC'}$ והמתח $V_{CC'}$ (תרשים ח):

$$I_{CC'} = \frac{1}{4}I = 0.5[A]$$

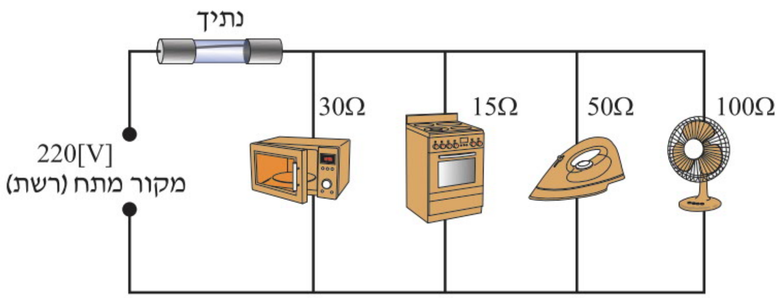
$$V_{CC'} = I_{CC'} \cdot R_{CC'} = 0.5 \cdot 10 = 5[V]$$

תרשים ח



דוגמה מספר (3)

ברשת החשמל הביתית מפעילים בו–בזמן ארבעה צרכנים: מאוורר שהתנגדותו 100Ω, מגהץ שהתנגדותו 50Ω, תנור אפייה שהתנגדותו 15Ω, ומיקרוגל שהתנגדותו 30Ω. ארבעת הצרכנים מחוברים במקביל למקור מתח של $220[V]$. המעגל מוגן באמצעות נתיך, הניתך בזרם בעוצמה של $25[A]$.



א. הַרְאו שבמצב זה הנתיך יותך.

ב. מנתקים את כל הצרכנים ובמקומם מחברים נורות שהתנגדות כל אחת מהן 500Ω. כמה נורות ניתן לחבר בו–בזמן במקביל למקור המתח בלי שהנתיך יותך?

פתרון דוגמה מספר (3)

א. נחשב את ההתנגדות השקולה:

$$\frac{1}{R_T}=\frac{1}{100}+\frac{1}{50}+\frac{1}{15}+\frac{1}{30}\Rightarrow R_T=7.69\Omega$$

נחשב את הזרם בעזרת חוק אוהם:

$$I=\frac{V}{R_T}=\frac{220}{7.69}=28.6[A]$$

קיבלנו זרם $28.6[A]>25[A]$, לכן הנתיך יותך.

ב. נחשב את ההתנגדות השקולה המינימלית המותרת:

$$R_T=\frac{V}{I}=\frac{220}{25}=8.8\Omega$$

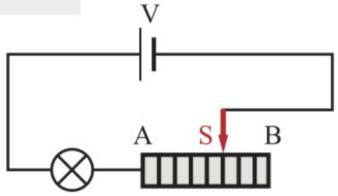
ההתנגדות השקולה של n נגדים זהים המחוברים במקביל היא:

$$R_T=\frac{R}{n}\Rightarrow 8.8=\frac{500}{n}\Rightarrow n=56.8$$

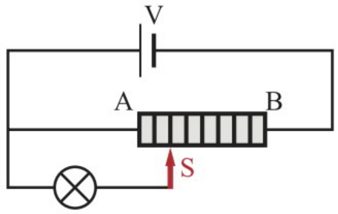
לכן ניתן לחבר 56 נורות.

דוגמה מספר (4)

לתלמיד יש נורה שרשום עליה [0.2[A, [6[V, מקור מתח של [6[V, ונגד משתנה שהתנגדותו המרבית 5Ω.
התלמיד רוצה לווסת את אור הנורה.



א. התלמיד מחבר את הנגד המשתנה בחיבור **ריאוסטטי**.
מהו תחום השתנות הזרם בחיבור זה?



ב. התלמיד מחבר את הנגד המשתנה בחיבור **פוטנציומטרי**.
מהו תחום השתנות הזרם בחיבור זה?

ג. באיזה משני החיבורים ניתן לעמעם את אור הנורה ואף לכבותה?

פתרון דוגמה מספר (4)

א. נחשב תחילה את התנגדות הנורה על פי הרשום עליה לפי חוק אוהם:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{6}{0.2} = 30\Omega$$

בחיבור ריאוסטטי:

- כאשר הגררה S של הנגד המשתנה תימצא בקצה B של הנגד המשתנה, התנגדותו היא מרבית, כלומר 5Ω. עוצמת הזרם במקרה זה תהיה מינימלית:

$$I_{min} = \frac{V}{R_T} = \frac{6}{5+30} = 0.17[A]$$

- כאשר הגררה תימצא סמוך לקצה A של הנגד המשתנה, התנגדותו תהיה אפס ועוצמת הזרם תהיה מקסימלית:

$$I_{max} = \frac{V}{R_T} = \frac{6}{30} = 0.2[A]$$

ב. **בחיבור פוטנציומטרי:**

- כאשר הגררה S תימצא בקצה B של הנגד המשתנה, המתח על הנורה יהיה [6[V והזרם בה:

$$I_{max} = \frac{V}{R_T} = \frac{6}{30} = 0.2[A]$$

- כאשר הגררה תימצא סמוך לקצה A של הנגד המשתנה, המתח על הנורה יהיה 0 והזרם דרכה אפס.

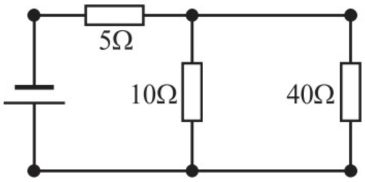
$$I_{min} = 0$$

ג. בחיבור הפוטנציומטרי ניתן לעמעם את אור הנורה וגם לכבותה.

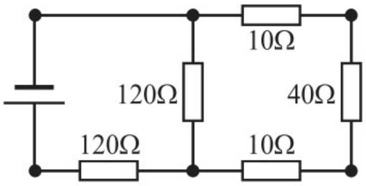
תרגילים

1. חשבו את ההתנגדות השקולה בכל אחד מהמעגלים החשמליים הבאים:

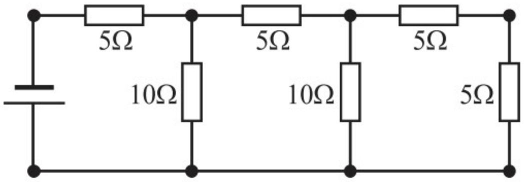
א.



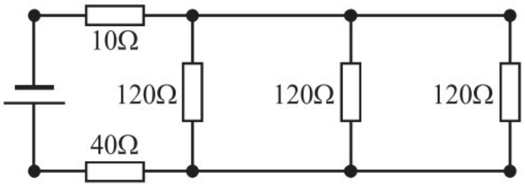
ב.



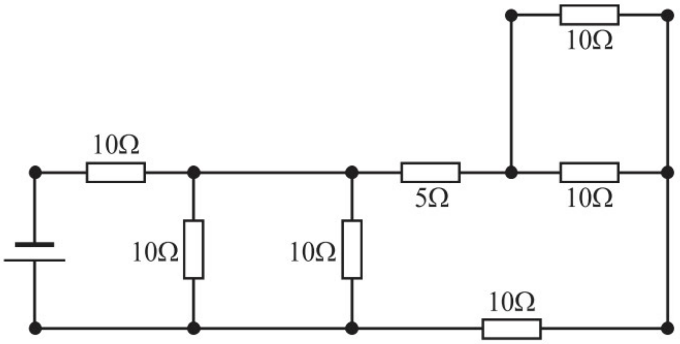
ג



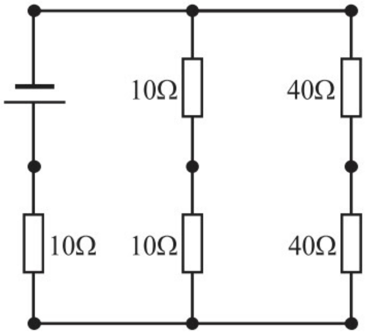
ד



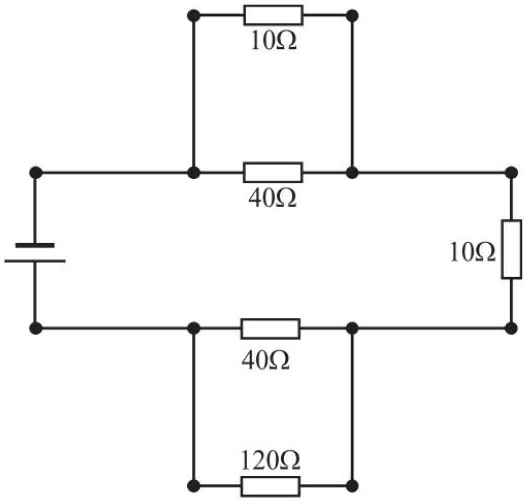
ה



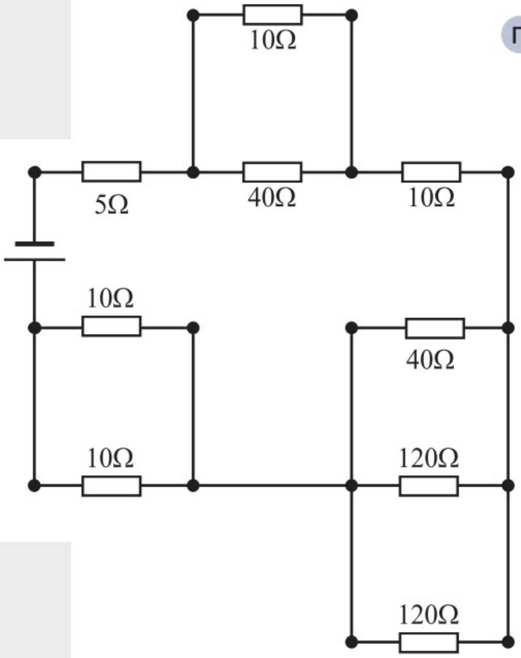
ו



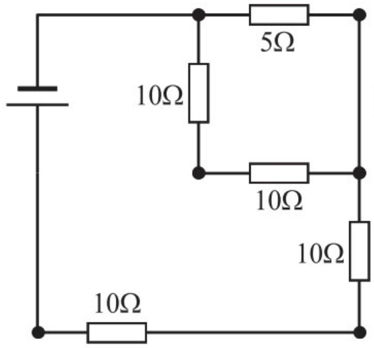
ז



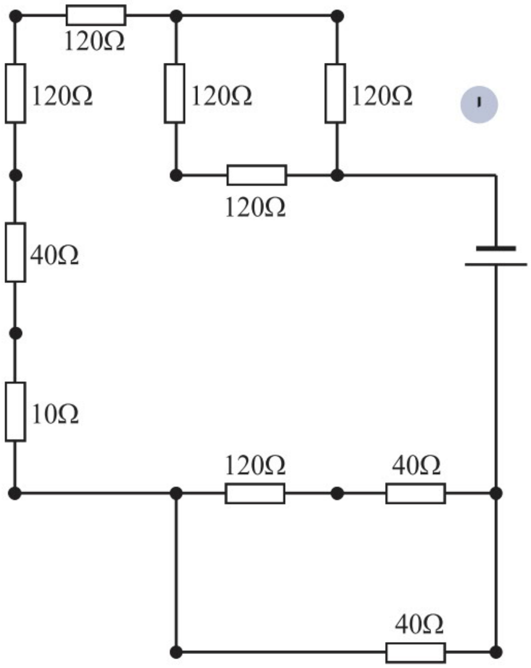
ח



ט



י



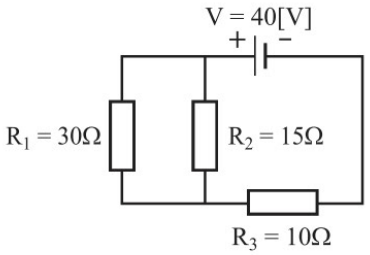
2. עבור כל אחד מחמשת המעגלים החשמליים הבאים:

א. חשבו את ההתנגדות השקולה.

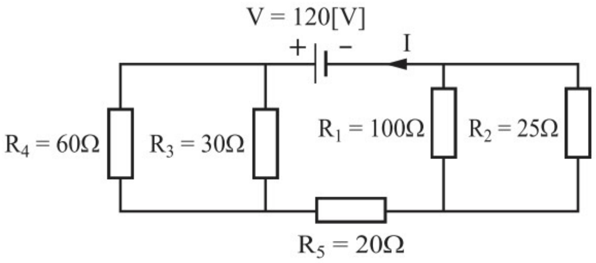
ב. חשבו את הזרם הזורם דרך מקור המתח.

ג. חשבו את המתח על פני כל אחד מהנגדים.

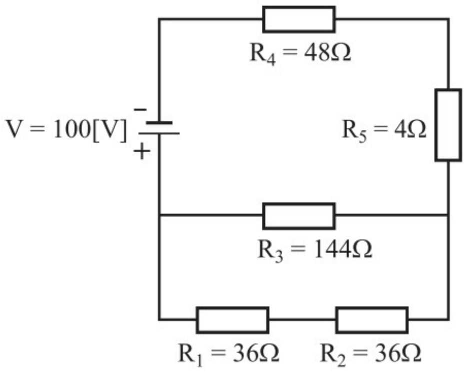
ד. חשבו את הזרם הזורם דרך כל אחד מהנגדים.



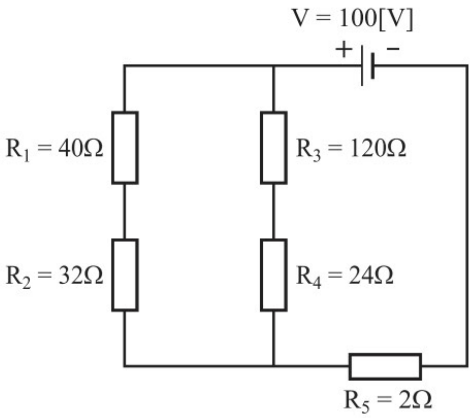
מעגל 1



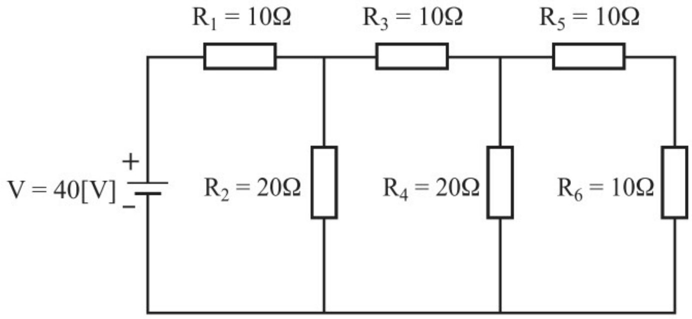
מעגל 2



מעגל 3

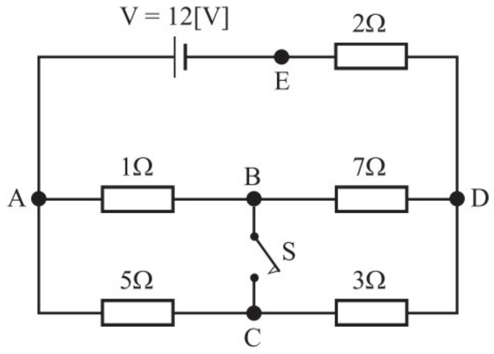


מעגל 4



מעגל 5

3. בתרשים שלפניכם מתואר מעגל חשמלי הכולל מקור מתח אידיאלי, חמישה נגדים ומפסק S פתוח. התנגדויות הנגדים והמתח של המקור מצוינים בתרשים.



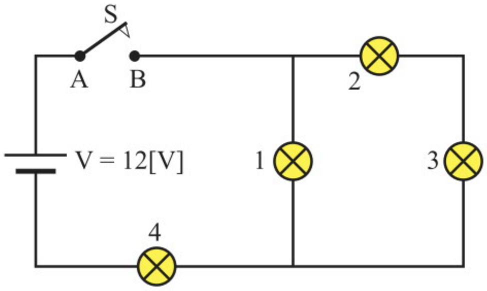
א. [1] חשבו את הזרם העובר דרך מקור המתח.

[2] חשב את המתח על המפסק S.

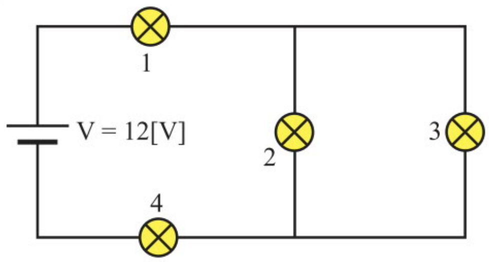
[3] איזו משתי הנקודות, B או C, נמצאת בפוטנציאל גבוה יותר?

ב. מהו סכום המתחים לאורך המסלול A ← B ← D ← E, ומהו סכום המתחים לאורך המסלול A ← C ← D ← E? מה הקשר בין שני הסכומים?

4. בתרשים א שלפניכם מתואר מעגל חשמלי, הכולל מקור מתח אידיאלי V=12[V], ארבע נורות זהות (הניחו שבמהלך הניסוי ההתנגדות של כל אחת מהנורות קבועה), ומפסק S .



תרשים א



תרשים ב

א. קבעו מהו המתח בין הנקודות A ו-B כאשר המפסק פתוח (לא זורם זרם במעגל). נמקו.

ב. סוגרים את המפסק S. חשבו את המתח על כל אחת מארבע הנורות.

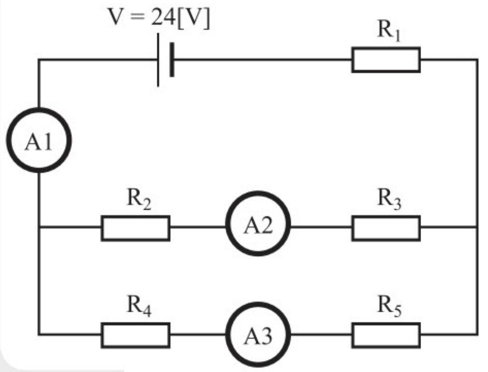
ג. בהמשך מחברים את המעגל המתואר בתרשים ב.
דרגו את הנורות במעגל המתואר בתרשים ב לפי עוצמת הזרם הזורם דרכן, מהעוצמה הנמוכה לעוצמה הגבוהה. נמקו.

ד. מוציאים את הנורה L_3 מהמעגל המתואר בתרשים ב.

[1] האם עוצמת הזרם דרך הנורה L_1 תגדל, תקטן או לא תשתנה?

[2] האם עוצמת הזרם דרך הנורה L_2 תגדל, תקטן או לא תשתנה?

5. בתרשים שלפניכם מתואר מעגל חשמלי הכולל מקור מתח אידיאלי שהמתח שלו $V=24[V]$, וחמישה נגדים זהים שהתנגדותם $R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=R$.



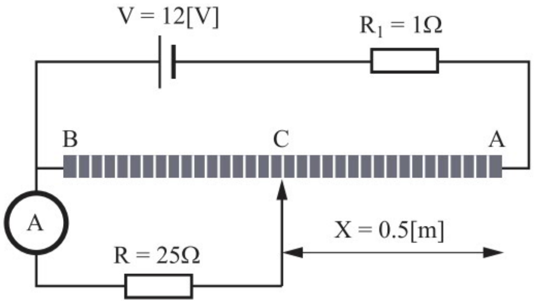
א. בטאו את ההתנגדות השקולה של המעגל באמצעות R.

ב. האם המתח על כל אחד מהנגדים תלוי בערכו של R? נמקו.

ג. מהו המתח על כל אחד מהנגדים?

ד. בטאו באמצעות R את הזרם שמורה כל אחד ממדי-הזרם.

6. במעגל המתואר בתרשים שלפניכם, AB הוא תיל מוליך שהתנגדותו 50Ω ואורכו $1[m]$. מציבים את המגע הנייד C במרחק $X=50[cm]$ מהנקודה A. הזניחו את התנגדות מד-הזרם ואת התנגדות מקור המתח.

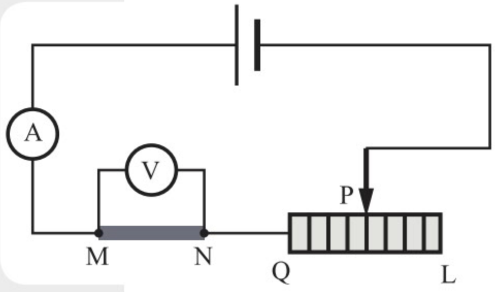


א. מהו הזרם שיורה מד-הזרם, ומהו המתח V_{AB}?

ב. מזיזים את המגע הנייד למרחק $80[cm]$ מהנקודה A.
מהו הזרם שיורה מד-הזרם, ומהו המתח V_{AB}?

ג. מנתקים את המגע הנייד C מהתיל AB.
האם כתוצאה מכך הזרם הזורם דרך המקור יגדל, יקטן או לא ישתנה? נמקו.

7. תלמיד בנה מעגל חשמלי כדי למדוד את התנגדותו הסגולית ρ של תיל מוליך MN. בכל פעם הוא חיבר בין הנקודות MN תילים בעלי אורך זהה של $0.5[m]$, כאשר לכל תיל שטח חתך שונה. מד-הזרם ומד-המתח הם אידיאליים.



בכל פעם שהתלמיד החליף את התיל בתיל אחר בעל שטח חתך גדול יותר, הוא הזיז את המגע הנייד P של הנגד המשתנה QL, כך שהזרם בכל המדידות היה $0.06[A]$. בכל פעם התלמיד מדד את שטח החתך של התיל ואת המתח שהציג מד-המתח V.

תוצאות המדידות מוצגות בטבלה שלפניכם.

$V[V]$	$A[m^2]$	$R[\Omega]$	$\frac{1}{A}\left[\frac{1}{m^2}\right]\cdot 10^6$
1.05	$3.8\cdot 10^{-8}$	17.5	26.31
0.56	$7.06\cdot 10^{-8}$	9.33	14.16
0.2	$1.94\cdot 10^{-7}$	3.33	5.15
0.1	$3.74\cdot 10^{-7}$	1.66	2.67

א. כדי שהזרם במעגל יישאר קבוע, התלמיד הזיז בכל פעם את המגע הנייד P של הנגד המשתנה. לאיזה כיוון היה עליו להזיז את המגע הנייד P, האם לכיוון הקצה L של הנגד המשתנה או לכיוון הקצה Q שלו? נמקו.

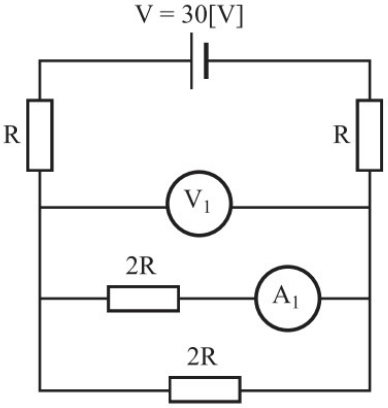
ב. התלמיד השלים את שתי העמודות הימניות בטבלה. הסבירו כיצד חישב התלמיד את ההתנגדות R וסרטטו גרף של ההתנגדות R כפונקציה של אחד חלקי שטח החתך.

ג. חשבו בעזרת הגרף את ההתנגדות הסגולית ρ של התיל.

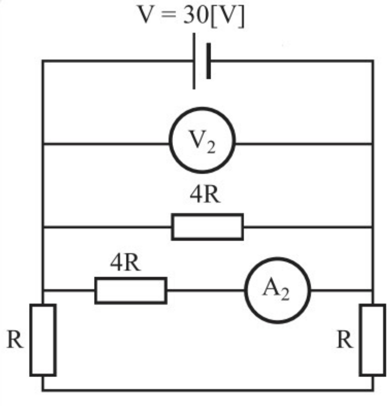
ד. כדי למדוד את ההתנגדות הסגולית בשיטה המתוארת בשאלה זו, היה חשוב שהזרם בכל המדידות יהיה זהה. הסבירו מדוע.

ה. אילו היה התלמיד משתמש בתילים העשויים מאותו חומר אך בעלי אורך כפול מהתילים הקודמים, האם שיפוע גרף ההתנגדות כפונקציה של "אחד חלקי שטח החתך" היה גדול מזה שסרטטתם בסעיף ב, קטן ממנו או שווה לו? נמקו.

8. ארבעה נגדים חוברו בשני אופנים למקור מתח של $30[V]$. ההתנגדויות של מקור המתח ושל מדי-הזרם ניתנות להזנחה, והתנגדות מדי-המתח היא גדולה מאוד.



תרשים א



תרשים ב

א. חשבו את ההתנגדות R אם ההתנגדות השקולה של הרשת המתוארת בתרשים א גדולה ב-20Ω מהתנגדות הרשת המתוארת בתרשים ב.

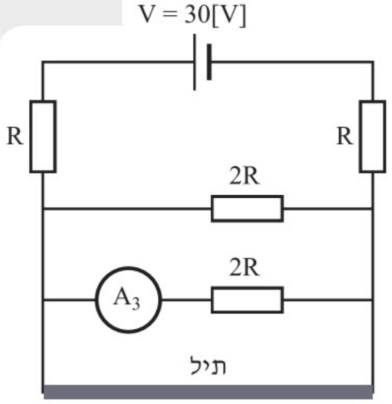
ב. מה הזרם שמורה כל אחד ממדי-הזרם?

ג. מה המתח שמורה כל אחד ממדי-המתח?

ד. מנתקים מהמעגל המתואר בתרשים ב את מד-המתח ואת מד-הזרם. מחברים תיל מוליך שהתנגדותו זניחה ומד-זרם A_3, כמתואר בתרשים ג.

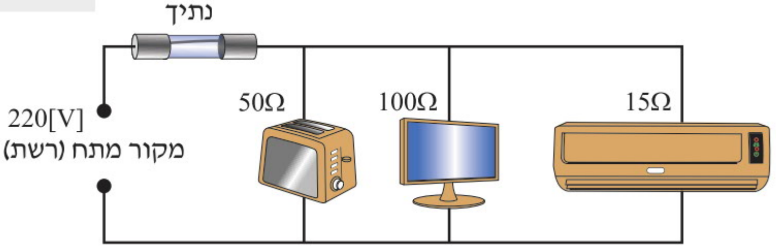
[1] מה הזרם שמורה מד-הזרם A_3? נמקו.

[2] מה הזרם העובר דרך המקור? נמקו.



תרשים ג

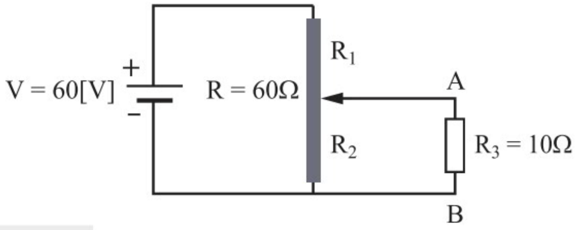
9. ברשת החשמל הביתית מפעילים בו-בזמן שלושה צרכנים: מחשב שהתנגדותו 100Ω, מצנם שהתנגדותו 50Ω, ומזגן שהתנגדותו 15Ω. שלושת הצרכנים מחוברים במקביל למקור מתח של $220[V]$. המעגל מוגן באמצעות נתיך, הניתך בזרם בעוצמה של $25[A]$.



א. חשבו את עוצמת הזרם במעגל המתואר, וקבעו אם הנתיך יותך.

ב. מעוניינים לחבר נורה במקביל לשלושת הצרכנים, כך שהזרם במעגל יהיה שווה לזרם המרבי שיכול לזרום בלי שהנתיך יותך. מה צריכה להיות התנגדות הנורה?

10. צרכן שהתנגדותו $R_3=10\Omega$ מחובר לנגד משתנה שהתנגדותו $R=60\Omega$ בחיבור פוטנציומטרי, כמתואר בתרשים.



א. חשבו את התנגדויות קטעי הנגד המשתנה R_1 ו-R_2, אם בין הנקודות AB שורר מתח של $20[V]$.

ב. חשבו את הזרם העובר דרך מקור המתח.

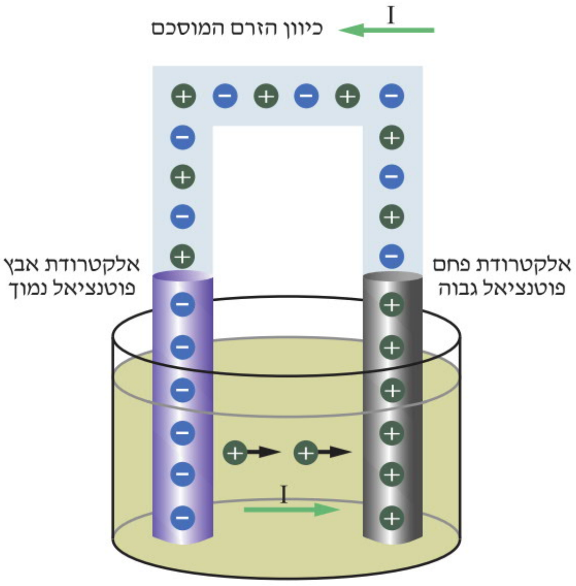
10 כא"מ, מתח הדקים והתנגדות פנימית

רקע תיאורטי

מקור מתח כימי והתנגדות פנימית

מקור מתח הוא אחד המרכיבים של כל מעגל חשמלי. ציינו כבר שמקור מתח כגון תא חשמלי, סוללה או דינמו, הוא מתקן שמאפשר קיום מתח חשמלי לאורך זמן.

עד כה התייחסנו למקור מתח כאידיאלי, כלומר כחסר התנגדות פנימית. במציאות, לכל מקור מתח יש התנגדות לזרם העובר דרכו. נסביר זאת בקצרה עבור **מקור מתח כימי**, המכונה גם **תא חשמלי** או **תא כימי**, כפי שתיארנו בפרק 6.



תיאור סכמתי של מקור מתח כימי (תא חשמלי)

בסוללת אבץ–פחם, למשל, תהליכים כימיים רציפים בין התמיסה לבין שתי האלקטרודות הטבולות בה גורמים לשחרור של יונים חיוביים מאלקטרודת האבץ, שהופכת כתוצאה מכך לטעונה במטען שלילי, ולהתחברות יונים חיוביים (שמקורם בתמיסה) לאלקטרונים באלקטרודת הפחם, שהופכת בשל כך לטעונה חיובית.

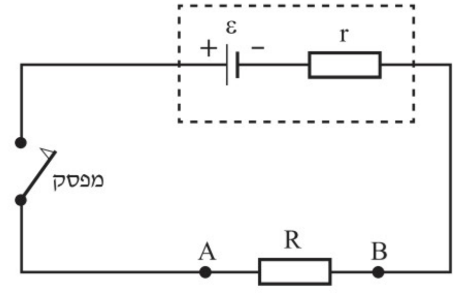
כך נוצרת **הפרדת מטענים**, שכתוצאה ממנה נוצר **הפרש פוטנציאלים**.

חיבור תיל מוליך בין שני הקטבים החשמליים מחוץ לתמיסה גורם **לזרם חשמלי** במסלול הנמצא מחוץ לתא (בפועל אלקטרונים מאלקטרודת האבץ נעים אל אלקטרודת הפחם), כתוצאה מכך תהליך הטעינה נמשך והמעגל החשמלי נסגר.

התנגדות התמיסה לתנועת המטענים בתוכה נקראת **התנגדות פנימית**. התנגדות כזו מאפיינת כל מקור מתח כימי והיא מתבטאת בהתחממות התא הכימי.

בתוך מקור המתח הכימי אנרגיה כימית הופכת לאנרגיה חשמלית. המעגל החשמלי צורך אנרגיה זו כדי להתגבר על ההתנגדות הפנימית של המקור עצמו, וכן ממיר אותה לאנרגיות מסוג אחר, כגון חום ואור בצרכנים.

כא"מ של מקור מתח



כא"מ והתנגדות פנימית של מקור מתח לא אידיאלי

האיור הבא מתאר מעגל עם מקור מתח חשמלי לא אידיאלי, שבו יש התנגדות פנימית המסומנת ב–r. עם סגירת המעגל, הנגד (צרכן כגון נורה או מכשיר חשמלי) צורך אנרגיה, אך גם הסוללה צורכת אנרגיה בשל התנגדותה הפנימית. לכן האנרגיה U_E שמספק המקור נצרכת בחלקה על ידי הצרכן (נסמן אותה ב–U_R) ומתבטאת בתאורה, בחימום או בסיבוב מאוורר, למשל; ובחלקה הנותר נצרכת על ידי הסוללה (נסמן ב–U_r) ומתבטאת בחימום הסוללה. בהתאם לחוק שימור האנרגיה חייב להתקיים $U_E = U_r + U_R$.

כדי לאפיין את יכולתה של הסוללה לספק אנרגיה ליחידת מטען, ניזכר שהגדרנו את המתח כ"אנרגיה ליחידת מטען" ($V = \frac{U_E}{q}$) ונחלק את משוואת שימור האנרגיה במטען q:

$$\frac{U_E}{q} = \frac{U_R}{q} + \frac{U_r}{q} = V_R + V_r$$

נגדיר את המושג **כוח אלקטרומניע (כא"מ)** של מקור מתח, כיחס בין האנרגיה לבין כמות המטען שמספק מקור המתח. נסמן את הכא"מ באות היוונית ε (אפסילון), כך ש:

$$\varepsilon = \frac{U_E}{q}$$

נגדיר את המושג **מתח הדקים של מקור מתח** כיחס בין האנרגיה המשוחררת **במעגל החיצוני** לבין כמות המטען. נסמן את מתח ההדקים ב- V_{AB}, כך ש:

$$V_{AB} = \frac{U_R}{q}$$

מפל המתח על ההתנגדות הפנימית מוגדר כיחס בין האנרגיה המשוחררת **במקור המתח** לבין כמות המטען, $V_r = \frac{U_r}{q}$, מכאן:

$$\varepsilon = V_R + V_r$$

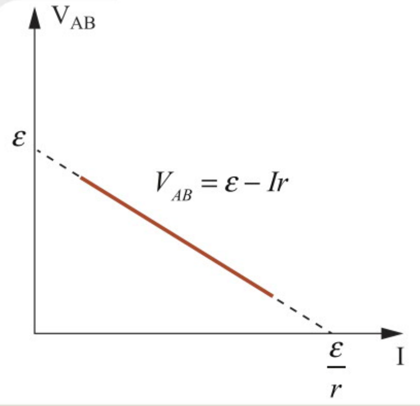
היחידה של ε היא **וולט**. הכא"מ של מקור מתח (ε) אינו ניתן למדידה ישירה על ידי וולטמטר שמודד את מתח ההדקים, מכיוון שברגע שהמעגל נסגר, חלק מהאנרגיה מתבזבז על ההתנגדות הפנימית.

חשוב לציין כי למרות השם "כוח אלקטרומניע", **הכא"מ איננו כוח**, השם נותר באופן מסורתי בשל הסברים היסטוריים (שגויים בדיעבד) להתנהגות המעגל החשמלי.

זרם ומתח הדקים

מהביטוי $\varepsilon = V_R + V_r$ נקבל קשר בין מתח ההדקים לבין הזרם במעגל חשמלי פשוט: $V_R = \varepsilon - V_r = \varepsilon - Ir$, ובהנחה שניתן להזניח את התנגדות התילים נקבל $V_{AB} = V_R$ ולכן: $V_{AB} = \varepsilon - Ir$.

הגרף הבא מתאר את התלות הליניארית שבין מתח ההדקים לזרם במעגל. שיפוע הגרף שווה למינוס ההתנגדות הפנימית r. נקודת החיתוך של הגרף עם ציר המתח (כאשר I=0) שווה לכא"מ של מקור המתח.



מתח ההדקים כפונקציה של הזרם

מסקנה: **הכא"מ של מקור מתח שווה למתח בין הדקי המקור כאשר המעגל פתוח.**

מתח הדקים שווה למתח בין הדקי המקור כאשר המעגל סגור.

נקודת החיתוך של הגרף עם ציר הזרם (כאשר מציבים $V_{AB}=0$) שווה ל- $\frac{\varepsilon}{r}$. זהו הזרם המרבי שיכול לזרום במעגל והוא נקרא **זרם הקֶצֶר** (נרחיב על משמעותו בהמשך).

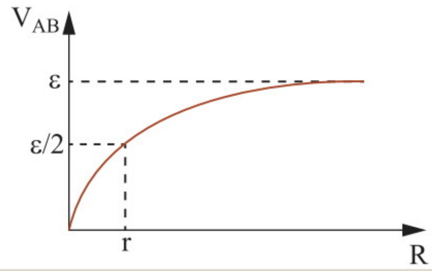
שימו לב:

(1) התיאור הגרפי של המתח V כפונקציה של הזרם I עבור נגד קבוע הוא קו ישר עולה (בהתאם לחוק אוהם). לעומת זאת, הגרף באיור שלעיל מציג קו ישר יורד, מכיוון שבמהלך המדידות ההתנגדות משתנה! בכל נקודת מדידה, היחס בין המתח V לזרם I שווה לערך ההתנגדות R **באותה מדידה בלבד**!

(2) לא ניתן למדוד את הערך I=0 מכיוון שהמעגל פתוח. מבחינה מעשית, משנים את ההתנגדות R במעגל, ומודדים את הזרם ואת מתח ההדקים. את אוסף הנקודות שמודדים ניתן להציג כקו ישר שאינו מגיע לצירי הזרם והמתח. בהנחה שההתנהגות הליניארית מתקיימת גם עבור הנקודות שלא מדדנו, נוכל להמשיך את הקו הישר עד לחיתוך עם הצירים.

הקשר בין מתח ההדקים לבין ההתנגדות R (בהינתן r, ε) נתון על ידי:

$$V_{AB}=IR=\frac{\varepsilon}{(R+r)}R=\frac{\varepsilon}{\left(1+\frac{r}{R}\right)}$$



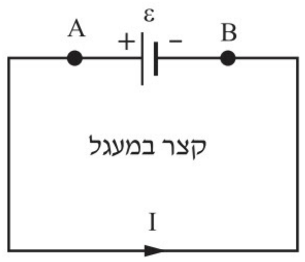
מתח ההדקים כפונקציה של התנגדות המעגל

באיור מוצג התיאור הגרפי של קשר זה. כפי שניתן לראות, כאשר R גדול מאוד ביחס ל-r, מתח ההדקים שווה לכא"מ של מקור המתח. מכאן, ככל שהתנגדותו הפנימית של מד-המתח גדולה יותר, כך הערך שהוא מודד כאשר הוא מחובר בין הדקי מקור המתח מתקרב יותר ויותר לערך האמיתי של הכא"מ.

קצר וזרם קצר

בפרק הקודם דנו במושג הקֶצֶר במעגל חשמלי שבו מקור המתח אידיאלי. כעת נתייחס למקרים שבהם מקורות המתח אינם אידיאליים. נחזור לביטוי המתאר את הקשר בין מתח ההדקים לבין ההתנגדות R:

$$V_{AB}=IR=\frac{\varepsilon}{(R+r)}R=\frac{\varepsilon}{\left(1+\frac{r}{R}\right)}$$



מביטוי זה ניתן להבין שככל שההתנגדות החיצונית R קטנה, כך הולך וקטן מתח ההדקים V_{AB}, והזרם I הולך וגדל.

במצב הקיצוני, כאשר R שואף לאפס, הזרם שואף ל- $I=\frac{\varepsilon}{r}$.

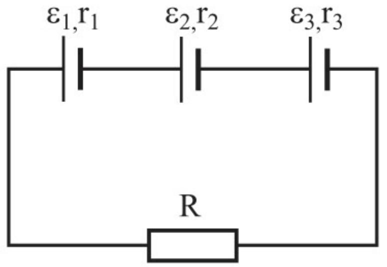
מצב כזה קורה כאשר סוגרים מעגל ללא התנגדות חיצונית והתנגדות התילים זניחה, כמתואר בתרשים. מצב כזה נקרא קצר, והזרם שזורם במעגל נקרא **זרם הקצר**.

חיבור מקורות מתח

תא חשמלי הוא בדרך כלל בעל מתח נתון. התא המקובל ביותר הוא של 1.5 וולט.

לעיתים, כדי להזין צרכן נדרשים מתח, זרם והספק גדולים מאלה שמקור יחיד מסוגל לספק. במקרה כזה ניתן לחבר מספר מקורות מתח באותו מעגל. נכיר שתי צורות חיבור – טורי ומקבילי.

חיבור טורי



חיבור טורי של מקורות מתח

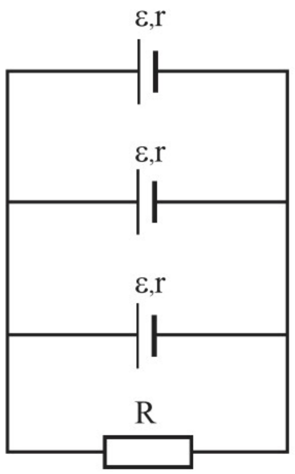
חיבור בטור של תאים חשמליים (או סוללות) הוא חיבור שבו ההדק החיובי של תא אחד מחובר להדק השלילי של התא השני. חיבור כזה מקובל כאשר נדרש מתח גדול יותר (למשל, שלט טלוויזיה הפועל במתח של 3[V] על ידי שתי סוללות של 1.5[V]).

במקרה זה, הכא"מ השקול של הסוללה הוא **סכום הכא"מים של התאים הבודדים**:

$$\varepsilon_T=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3$$

מכיוון שהחיבור הוא טורי, ההתנגדות הפנימית השקולה שווה לסכום ההתנגדויות הפנימיות של התאים: $r_T=r_1+r_2+r_3$

חיבור מקבילי



חיבור מקבילי של מקורות מתח

חיבור במקביל של תאים יוצר סוללה אחת "גדולה" יותר, המסוגלת לספק אנרגיה במשך זמן ארוך יותר. בחיבור כזה, ההדקים החיוביים של התאים מחוברים זה לזה ויוצרים קוטב חיובי משותף, וההדקים השליליים של אותם התאים מחוברים זה לזה ויוצרים קוטב שלילי משותף.

במקרה שבו הכא"מים של כל התאים המחוברים במקביל זהים, הכא"מ השקול שווה לכא"מ של כל אחד מהתאים: $\varepsilon_T = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$.

מכיוון שהחיבור הוא מקבילי, ההתנגדות הפנימית השקולה של n תאים שווה ל: $r_T = \frac{r}{n}$.
היתרון בחיבור כזה הוא בכך שההתנגדות הפנימית קטנה, ולכן האנרגיה המבוזבזת על חימום מקורות המתח קטנה.

סיכום

1. לכל מקור מתח יש **התנגדות לזרם** העובר דרכו הנקראת **התנגדות פנימית**, שנובעת מהתנגדות התמיסה הכימית (שיוצרת את התא החשמלי) למעבר היונים דרכה.
2. בתא כימי נוצר הפרש פוטנציאלים בין שתי האלקטרודות, המאפשר קיום זרם חשמלי במעגל חשמלי, תוך המרה של אנרגיה חשמלית לאנרגיות מסוג אחר כמו חום ואור. בתוך הסוללה יש המרה של אנרגיה כימית לאנרגיה חשמלית, המאפשרת לזרם להמשיך ולהתקיים.
3. האנרגיה U_E שמספק מקור המתח נצרכת בחלקה (U_R) על ידי הצרכן (תאורה, חימום, סיבוב במאוורר), ובחלקה הנותר (U_r) על ידי הסוללה (לחימומה למשל), כך שמתקיים $U_E = U_r + U_R$.
4. **כוח אלקטרומניע (כא"מ)** של מקור מתח (מסומן ε) מוגדר כיחס $\frac{U_E}{q}$, כלומר האנרגיה ליחידת מטען שמספק מקור המתח.
5. הקשר בין מתח ההדקים לבין הזרם במעגל חשמלי פשוט הוא: $V_{AB} = \varepsilon - Ir$
6. במעגל חשמלי פשוט, הקשר בין הזרם והמתח לבין ההתנגדות R נתון על ידי:

$$V_{AB} = IR = \frac{\varepsilon}{(R+r)}R = \frac{\varepsilon}{(1+\frac{r}{R})}$$

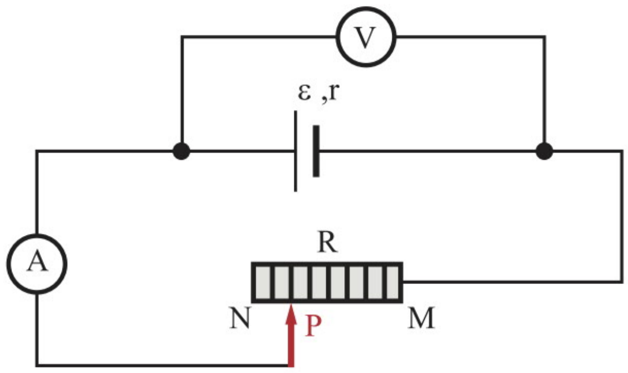
- כאשר R גדול מאוד ביחס ל-r, מתח ההדקים שמודד מד-המתח מתקרב לערך של הכא"מ.
- כאשר R שואף לאפס (למשל, כאשר סוגרים מעגל ללא התנגדות חיצונית), מתקבל זרם $I \cong \frac{\varepsilon}{r}$. מצב זה נקרא **קצר** והזרם בקצר נקרא **זרם הקצר**.

7. **הכרנו שני סוגי חיבור של מקורות מתח**:

- **חיבור טורי**: הכא"מ השקול של הסוללות הוא סכום הכא"מים של התאים הבודדים; ההתנגדות הפנימית השקולה שווה לסכום ההתנגדויות הפנימיות של התאים.
- **חיבור מקבילי**: אם הכא"מים של התאים זהים, אז הכא"מ השקול שווה לכא"מ של כל אחד מהתאים, וההתנגדות הפנימית השקולה שווה ל- $\frac{r}{n}$. מכאן שהאנרגיה המבוזבזת על חימום מקורות המתח קטנה.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)



תלמידה בנתה מעגל חשמלי והזיזה את הגררה P לנקודות שונות לאורך הנגד המשתנה, שקצותיו מסומנים באותיות M ו-N. הניחו כי מכשירי המדידה אידיאליים.

התלמידה בדקה שלושה מצבים, ואחרי כל הזזה של הגררה היא מדדה ורשמה את הוראת הוולטמטר ואת הוראת האמפרמטר.

מצב 1: כאשר הגררה מנותקת, מד-המתח הראה 24[V].

מצב 2: כאשר הגררה בקצה M, מד-הזרם הראה 12[A].

מצב 3: כאשר הגררה בקצה N, מד-הזרם הראה 1[A].

א. מהו הכא"מ של מקור המתח?

ב. מהי ההתנגדות הפנימית של מקור המתח?

ג. מהי ההתנגדות המרבית של הנגד המשתנה?

ד. מה הראה מד-הזרם במצב 1, ומה הראה מד-המתח במצבים 2 ו-3?

פתרון דוגמה מספר (1)

א. כאשר הגררה מנותקת, מד-המתח מראה את כא"מ הסוללה, כלומר ε=24[V].

ב. כאשר הגררה בקצה M, מד-הזרם מורה את זרם הקצר, מכאן:

$$V_{ab} = \varepsilon - Ir \Rightarrow 0 = \varepsilon - Ir \Rightarrow r = \frac{\varepsilon}{I} = \frac{24}{12} = 2\Omega$$

ג.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T} = \frac{24}{R+r} \Rightarrow 1 = \frac{24}{R+2} \Rightarrow R = 22\Omega$$

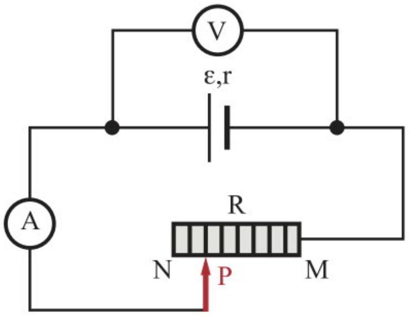
ד. מד-הזרם הראה אפס במצב 1.
מד-המתח הראה אפס במצב 2.

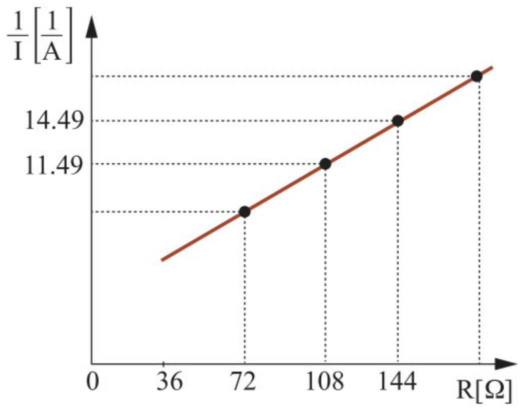
במצב 3 מד-המתח הראה:

$$V_{ab} = \varepsilon - Ir = 24 - 1 \cdot 2 = 22[V]$$

דוגמה מספר (2)

תלמיד בנה מעגל חשמלי כמתואר בתרשים. הוא הזיז את הגררה P לנקודות שונות לאורך הנגד המשתנה, שקצותיו מסומנים באותיות M ו-N. אחרי כל הזזה של הגררה, הוא מדד ורשם את הוראת הוולטמטר ואת הוראת האמפרמטר. בהתאם לתוצאות המדידות, התלמיד חישב את התנגדות הנגד המשתנה וסרטט גרף של אחד חלקי הזרם שהאמפרמטר הורה כפונקציה של התנגדות הנגד המשתנה.





א. הוכיחו שקיים קשר ליניארי בין אחד חלקי הזרם לבין התנגדות הנגד המשתנה.

ב. מה מייצג שיפוע הגרף?

ג. מה מייצגת נקודת החיתוך של הגרף עם הציר האנכי?

ד. חשבו את הכא"מ של מקור המתח.

ה. חשבו בעזרת הגרף את ההתנגדות הפנימית של מקור המתח.

פתרון דוגמה מספר (2)

א.

$$I=\frac{\varepsilon}{r+R}\Rightarrow\frac{1}{I}=\frac{r+R}{\varepsilon}\Rightarrow\frac{1}{I}=\frac{r}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon}R$$

ב. שיפוע הגרף: $\frac{1}{\varepsilon}$

ג. נקודת החיתוך עם הציר האנכי שווה ל- $\frac{r}{\varepsilon}$.

ד. נבחר שתי נקודות שעל קו המגמה ונחשב את השיפוע:

$$A=\frac{\Delta\frac{1}{I}}{\Delta R}=\frac{14.49-11.49}{144-108}=\frac{1}{12}\left[\frac{1}{V}\right]$$

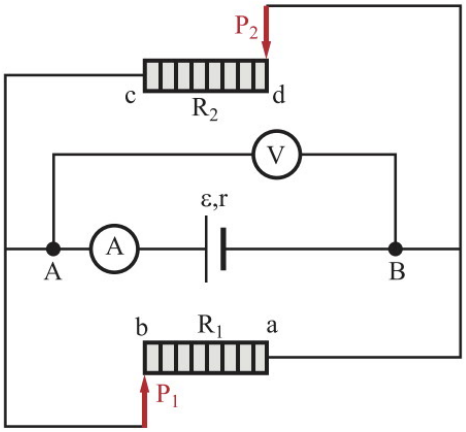
$$A=\frac{1}{\varepsilon}\Rightarrow\varepsilon=12[V]$$

ה. כאשר: $\frac{1}{I}=14.49\left[\frac{1}{A}\right]$ נקבל $I=0.069[A]$ ומהגרף רואים ש $R=144\Omega$, מכאן:

$$\varepsilon=V_R+V_r=I\cdot R+I\cdot r$$

$$12=0.069\cdot144+0.069\cdot r\Rightarrow r\cong30\Omega$$

דוגמה מספר (3)



המעגל המוצג בתרשים כולל מקור מתח שהכא"מ שלו ε והתנגדותו הפנימית r, נגד משתנה R_1, נגד משתנה R_2 ומכשירי מדידה אידיאליים.

כאשר המגע הנייד P_1 ממוקם בנקודה b, והמגע הנייד P_2 מנותק מהמעגל, מד-הזרם מורה 4.5[A] ומד-המתח 18[V].

כאשר המגע הנייד P_2 ממוקם בנקודה d, והמגע הנייד P_1 מנותק מהמעגל, מד-הזרם מורה 3[A] ומד-המתח 36[V].

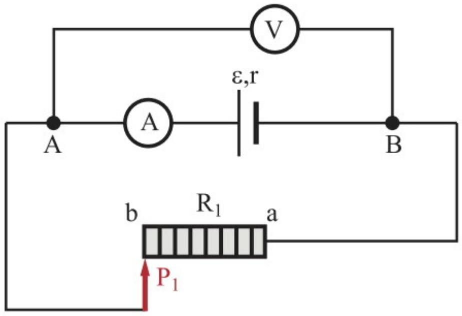
א. חשבו את הכא"מ ואת ההתנגדות הפנימית של מקור המתח.

ב. מהי ההתנגדות המרבית של הנגד המשתנה R_1 ושל הנגד המשתנה R_2?

ג. מה תהיה הוריית מכשירי המדידה כאשר שני המגעים הניידים מנותקים מהמעגל?

ד. מה תהיה הוריית מכשירי המדידה כאשר המגע הנייד יגיע לנקודת האמצע בכל אחד מהנגדים המשתנים?

פתרון דוגמה מספר (3)



א. כאשר P_2 מנותק:

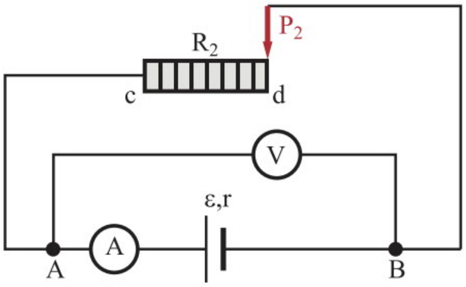
$$V_{AB} = \varepsilon - Ir$$
$$18 = \varepsilon - 4.5 \cdot r \Rightarrow \varepsilon = 18 + 4.5r$$

כאשר P_1 מנותק:

$$V_{AB} = \varepsilon - Ir$$
$$36 = \varepsilon - 3 \cdot r \Rightarrow \varepsilon = 36 + 3r$$

נשווה בין הביטויים:

$$18 + 4.5r = 36 + 3r$$
$$r = 12\Omega$$
$$\varepsilon = 36 + 3r = 36 + 3 \cdot 12 = 72[V]$$



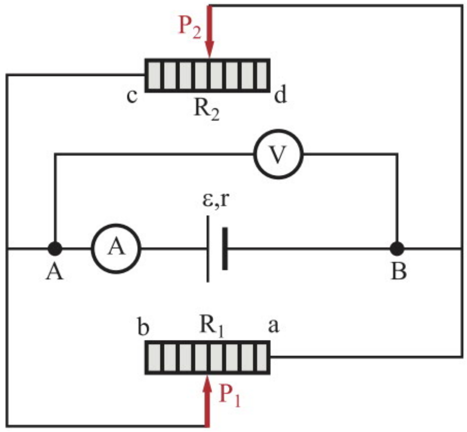
ב. המתח על הנגדים R_1 ו-R_2 שווה למתח ההדקים:

$$R_1 = \frac{V_{AB}}{I_1} = \frac{18}{4.5} = 4\Omega$$

$$R_2 = \frac{V_{AB}}{I_2} = \frac{36}{3} = 12\Omega$$

ג. כאשר שני המגעים הניידים מנותקים מהמעגל לא זורם זרם דרך המקור, לכן מד-הזרם מורה אפס, ומד-המתח מורה את הכא"מ, כלומר 72[V].

ד. ההתנגדות השקולה במצב זה:



$$R_T = \frac{\frac{R_1}{2}\cdot\frac{R_2}{2}}{\frac{R_1}{2}+\frac{R_2}{2}} + r = \frac{\frac{4}{2}\cdot\frac{12}{2}}{\frac{4}{2}+\frac{12}{2}} + 12 = 13.5\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T} = \frac{72}{13.5} = 5.33[A]$$

$$V_{AB} = \varepsilon - Ir$$
$$V_{AB} = 72 - 5.33\cdot 12 = 8[V]$$

מד-הזרם מורה $5.33[A]$, ומד-המתח מורה $8[V]$.

דוגמה מספר (4)

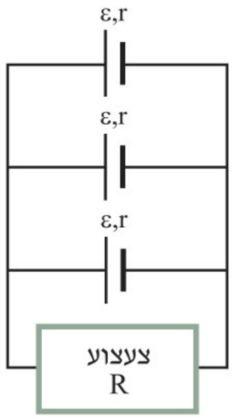
ילד רוצה להפעיל צעצוע חשמלי באמצעות שלוש סוללות זהות העומדות לרשותו. לכל אחת מהסוללות כא"מ של $\varepsilon=1.5[V]$, והתנגדות פנימית של $r=90\Omega$. ההתנגדות החשמלית של הצעצוע היא $R=30\Omega$. הילד חיבר לצעצוע את שלוש הסוללות במקביל (תרשים א).

א. חשבו את הזרם העובר במעגל החשמלי של הצעצוע ואת מתח ההדקים של כל סוללה.

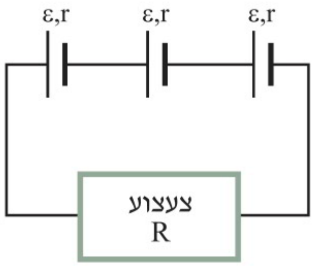
ב. הילד מחבר לצעצוע את שלוש הסוללות בטור (תרשים ב). חשבו את הזרם בצעצוע במצב זה ואת מתח ההדקים של כל סוללה.

ג. אחותו של הילד מציעה לחבר לצעצוע שתי סוללות שתהיינה מחוברות במקביל, וסוללה נוספת שתהיה מחוברת בטור אליהן ואל הצעצוע (תרשים ג). חשבו את הזרם בצעצוע במצב זה.

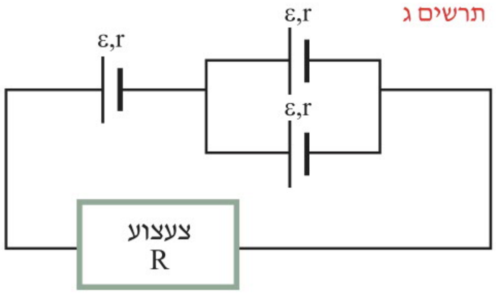
תרשים א



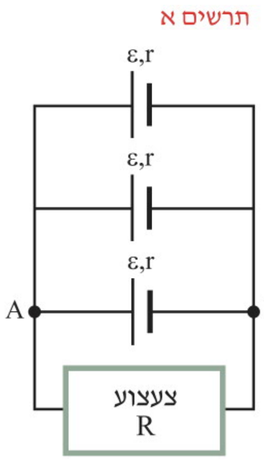
תרשים ב



תרשים ג



פתרון דוגמה מספר (4)



א.

$$\varepsilon_T = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon = 1.5[V]$$

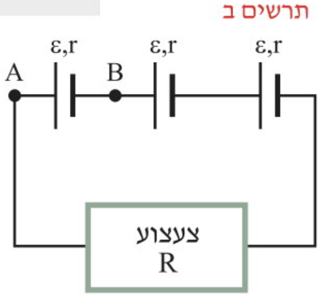
$$R_T = R + \frac{r}{3} = 30 + \frac{90}{3} = 60\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon_T}{R_T} = \frac{1.5}{60} = 0.025[A]$$

$$V_{AB} = \varepsilon - \frac{I}{3}r$$

$$V_{AB} = 1.5 - \frac{0.025}{3} \cdot 90 = 0.75[V]$$

ב.



$$\varepsilon_T = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 3\varepsilon = 3 \cdot 1.5 = 4.5[V]$$

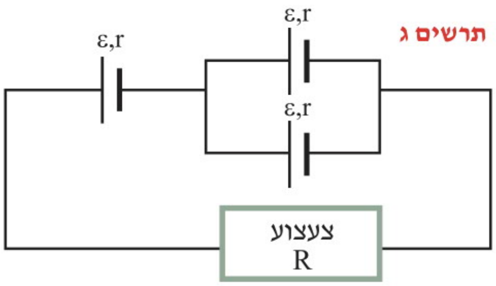
$$R_T = 3r + R = 3 \cdot 90 + 30 = 300\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon_T}{R_T} = \frac{4.5}{300} = 0.015[A]$$

$$V_{AB} = \varepsilon - I \cdot r$$

$$V_{AB} = 1.5 - 0.015 \cdot 90 = 0.15[V]$$

ג.

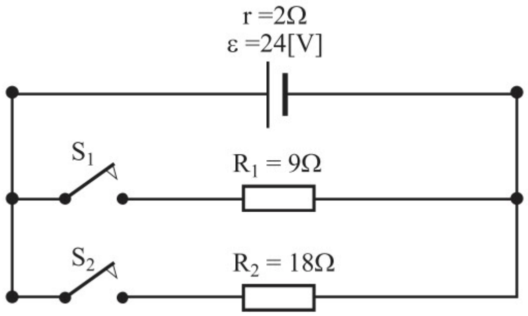


$$\varepsilon_T = \varepsilon + \varepsilon = 2\varepsilon = 2 \cdot 1.5 = 3[V]$$

$$R_T = R + r + \frac{r}{2} = 30 + 90 + \frac{90}{2} = 165\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon_T}{R_T} = \frac{3}{165} = 0.018[A]$$

תרגילים

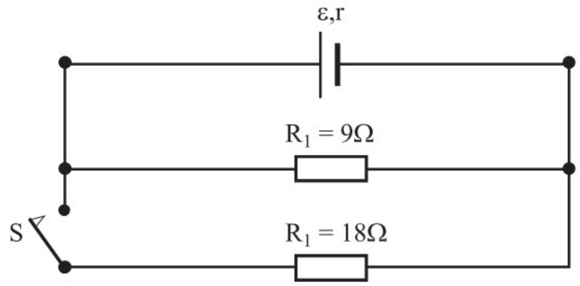


1. בתרשים שלפניכם מוצג מעגל חשמלי, הכולל מקור מתח שהכא"מ שלו $\varepsilon = 24[V]$ והתנגדותו הפנימית היא $r=2\Omega$, שני נגדים שהתנגדויותיהם $R_1 = 9\Omega$, $R_2=18\Omega$ ושני מתגים S_1, S_2.

א. חשבו את מתח ההדקים של מקור המתח במצב שבו שני המפסקים פתוחים.

ב. חשבו את מתח ההדקים של מקור המתח במצב שבו S_1 סגור ו-S_2 פתוח.

ג. חשבו את מתח ההדקים של מקור המתח במצב שבו שני המפסקים סגורים.



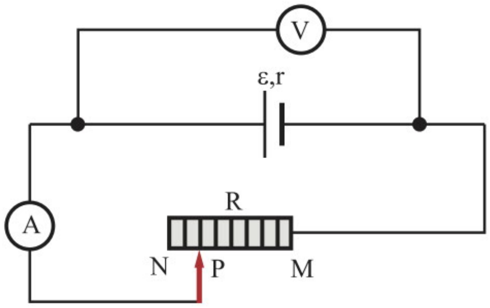
2. במעגל המוצג בתרשים, כאשר המפסק פתוח, מתח ההדקים של המקור הוא $27[V]$, וכאשר המפסק סגור מתח ההדקים של המקור הוא $24[V]$.

א. מה ערכו של הכא"מ?

ב. מהי ההתנגדות הפנימית של המקור?

ג. האם אפשר למדוד ישירות את ההתנגדות הפנימית של המקור? הסבירו.

ד. מהם הזרמים בנגדים כאשר המפסק פתוח וכאשר המפסק סגור?



3. תלמידה בנתה מעגל חשמלי כמתואר בתרשים והזיזה את הגררה P לנקודות שונות לאורך הנגד המשתנה, שקצותיו מסומנים באותיות M ו-N. הניחו כי מכשירי המדידה אידיאליים.

נתון כא"מ מקור מתח $\varepsilon = 36[V]$ והתנגדותו הפנימית $r=4\Omega$.

התלמידה בדקה שלושה מצבים, ואחרי כל הזזה של הגררה היא מדדה ורשמה את הוראת הוולטמטר ואת הוראת האמפרמטר.

מצב 1: כאשר הגררה מנותקת, מד-הזרם הראה $0[A]$.

מצב 2: כאשר הגררה בקצה M, מד-המתח הראה $0[V]$.

מצב 3: כאשר הגררה בקצה N, מד-המתח הראה $24[V]$.

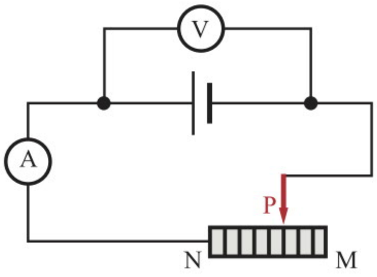
א. מה הראה מד-המתח במצב 1?

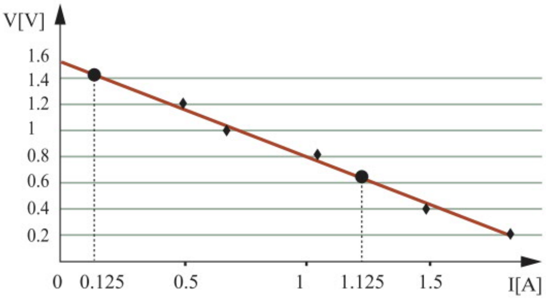
ב. מה הראה מד-הזרם במצב 2?

ג. מה הראה מד-הזרם במצב 3?

ד. מהי ההתנגדות המרבית של הנגד המשתנה?

4. תלמיד ערך ניסוי: הוא בנה מעגל חשמלי כמתואר בתרשים והזיז את הגררה P לנקודות שונות לאורך הנגד המשתנה, שקצותיו מסומנים באותיות M ו-N. אחרי כל הזזה של הגררה, התלמיד מדד ורשם את קריאת הוולטמטר ואת קריאת האמפרמטר. בהתאם לתוצאות המדידות סרטט התלמיד גרף של המתח שהורה הוולטמטר כפונקציה של הזרם שהורה האמפרמטר.





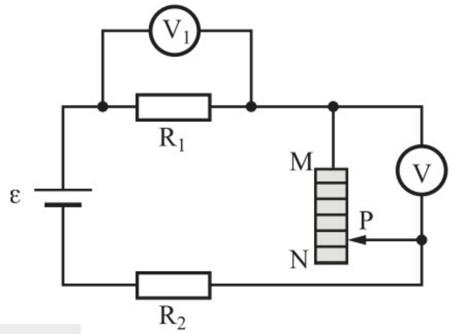
א. מצאו את הכא"מ של מקור המתח.

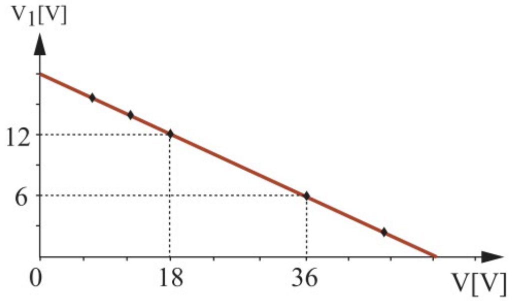
ב. חשבו את ההתנגדות הפנימית של מקור המתח.

ג. חשבו את הזרם המרבי שיכול לזרום במעגל החשמלי. היכן ממוקמת הגררה במצב זה?

ד. אם ערכי המתח הלכו וקטנו, לאיזה כיוון הזיז התלמיד את הגררה במהלך הניסוי – לעבר הקצה N של הנגד המשתנה או לעבר הקצה M? נמקו את תשובתכם.

5. המעגל החשמלי המתואר בתרשים כולל מקור מתח שהכא"מ שלו ε והתנגדותו הפנימית ניתנת להזנחה, נגד משתנה MN , שני נגדים שהתנגדויותיהם R_1 ו-R_2, שני וולטמטרים V ו-V_1 שהתנגדויותיהם גדולות מאוד ("אין סופיות"), ותילים מוליכים שהתנגדותם זניחה.





משנים כמה פעמים את ההתנגדות של הנגד המשתנה, ובכל פעם קוראים את הוריות הוולטמטרים V ו- V_1.
על סמך תוצאות המדידות מסרטטים גרף של V_1 כפונקציה של V.

א. בלי להסתמך על תוצאות המדידות, פתחו ביטוי עבור V_1 כפונקציה של V, הכולל את הפרמטרים R_1, R_2 ו-ε. הראו כי הקשר בין V_1 לבין V הוא לינארי.

ב. מהו הביטוי המייצג את שיפוע הגרף של V_1 כפונקציה של V?

ג. [1] נקודת החיתוך של הקו עם הציר האנכי V_1 התקבלה כאשר המגע הנייד:

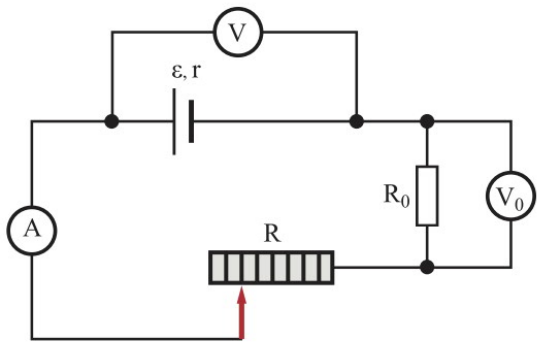
I. היה מנותק   II. נמצא בקצה N   III. נמצא בקצה M

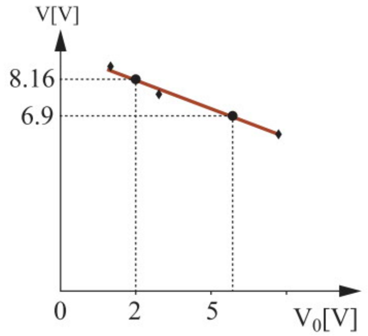
[2] נקודת החיתוך של הקו עם הציר האופקי V התקבלה כאשר המגע הנייד:

I. היה מנותק   II. נמצא בקצה N   III. נמצא בקצה M

ד. נתון כי $R_1=80\Omega$. חשבו בעזרת הגרף את ההתנגדות R_2 ואת הכא"מ ε.

6. תלמידה התבקשה לבנות מעגל חשמלי כמתואר בתרשים. המעגל כולל מקור מתח ε שהתנגדותו הפנימית r, נגד משתנה R, נגד $R_0=100\Omega$ ושני מדי-מתח. לאחר מכן התבקשה התלמידה למדוד את מתח V_0 על הנגד R_0 ואת מתח ההדקים V עבור התנגדויות שונות של הנגד המשתנה R.





התלמידה סרטטה גרף של מתח ההדקים V כפונקציה של המתח V_0 על הנגד R_0:

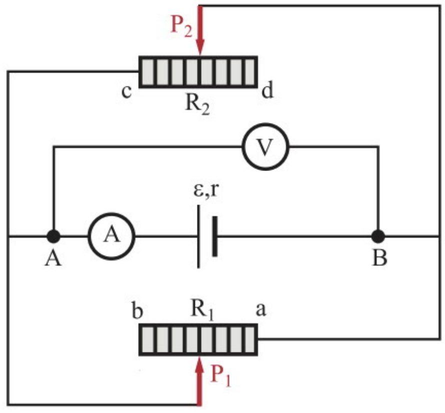
א. הסבירו מהו כא"מ של מקור מתח.

ב. רשמו ביטוי למתח ההדקים V כפונקציה של המתח V_0 על הנגד R_0.

ג. מצאו על פי הגרף את הכא"מ של מקור המתח.

ד. חשבו את התנגדותו הפנימית של מקור המתח.

7. המעגל בתרשים כולל מקור מתח שהכא"מ שלו ε והתנגדותו הפנימית r, נגד משתנה R_1, נגד משתנה R_2 ומכשירי מדידה אידיאליים.



כאשר המגע הנייד P_1 ממוקם באמצע הנגד R_1 והמגע הנייד P_2 מנותק מהמעגל, מורה מד-הזרם 8[A] ומד-המתח 15[V].

כאשר המגע הנייד P_2 ממוקם באמצע הנגד R_2 והמגע הנייד P_1 מנותק מהמעגל, מורה מד-הזרם 5[A] ומד-המתח 30[V].

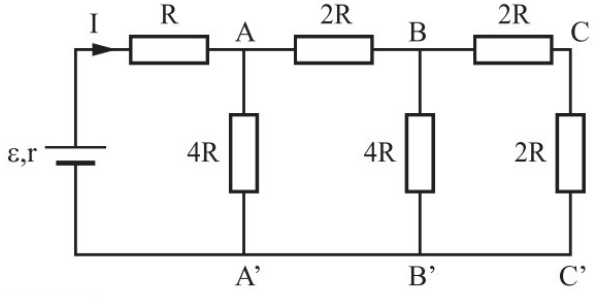
א. חשבו את הכא"מ ואת ההתנגדות הפנימית של מקור המתח.

ב. מהי ההתנגדות המרבית של הנגד המשתנה R_1 ושל הנגד המשתנה R_2?

ג. מה תהיה הוריית מכשירי המדידה כאשר שני המגעים הניידים מנותקים מהמעגל?

ד. מה תהיה הוריית מד-המתח ומד-הזרם כאשר המגעים הניידים ממוקמים בו-בזמן בנקודות a ו-c?

8. במעגל החשמלי המתואר באיור, הכא"מ של מקור המתח הוא ε=12[V], התנגדותו הפנימית r=3Ω, ועוצמת הזרם דרך מקור המתח מסומנת ב-I.

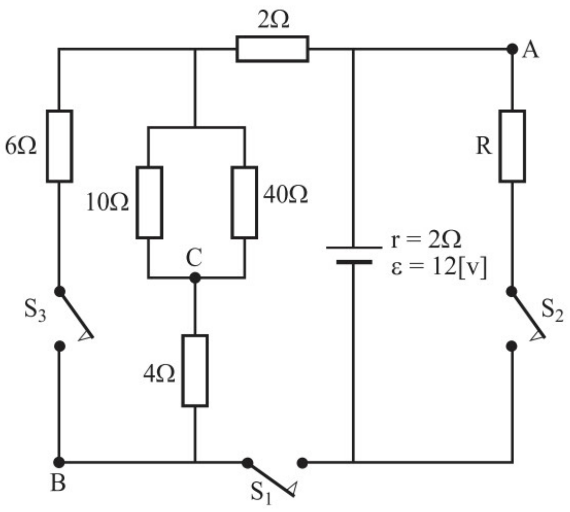


א. בטאו באמצעות R את ההתנגדות החיצונית השקולה של המעגל.

ב. חשבו את גודל ההתנגדות R, אם נתון שעוצמת הזרם I במעגל החשמלי היא I=2[A].

ג. חשבו את המתח על כל אחד מהנגדים 'CC', 'AA', 'BB.

9. המעגל חשמלי המתואר באיור כולל מקור מתח שהכא"מ שלו $\varepsilon=12[V]$ והתנגדותו הפנימית $r=2\Omega$, חמישה נגדים, שלושה מתגים, ותילים מוליכים שהתנגדותם זניחה.



א. מהו מתח ההדקים כאשר S_2 פתוח והמתגים S_1 ו-S_3 סגורים?

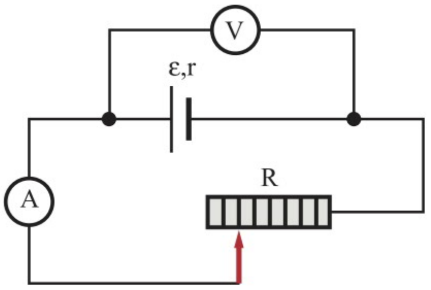
ב. סוגרים את המתג S_2 ופותחים את המתגים S_3 ו-S_1. חשבו את ערכו של הנגד R, שעבורו יזרום דרך המקור זרם זהה לזה שהתקבל לפני שהמפסק נסגר.

ג. סוגרים גם את המתגים S_1 ו-S_3 (המתג S_2 נותר סגור).

[1] האם הזרם שעובר דרך המקור יגדל, יקטן או לא ישתנה? נמקו.

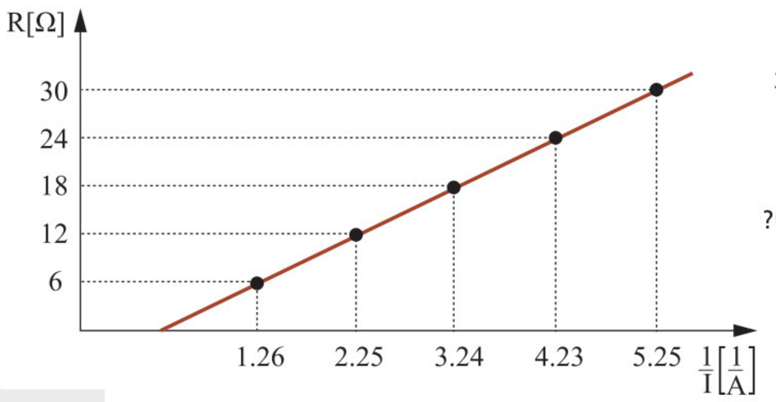
[2] חשבו את המתח בין הנקודות A ו-B, ואת המתח בין הנקודות A ו-C המסומנות בתרשים.

10. המעגל החשמלי המתואר באיור כולל מקור מתח ε, מד-מתח, מד-זרם ונגד משתנה, שאת התנגדותו ניתן לשנות בטווח שבין 0 ל-10Ω. הניחו שמכשירי המדידה אידיאליים.



משנים כמה פעמים את ההתנגדות R של הנגד המשתנה, ובאמצעות מכשירי המדידה מודדים בכל פעם את עוצמת הזרם I ואת המתח V, ומחשבים את ההתנגדות המתאימה R של הנגד המשתנה.

הגרף שלפניכם מתאר את R כפונקציה של $\frac{1}{I}$.



א. בלי להסתמך על תוצאות הניסוי, כתבו ביטוי לקשר בין R לבין $\frac{1}{I}$ והראו שמתקבל קו ישר שאינו עובר דרך ראשית הצירים.

ב. מהי המשמעות הפיזיקלית של שיפוע הגרף ושל נקודת החיתוך עם הציר האנכי?

ג. היעזרו בגרף וחשבו את:

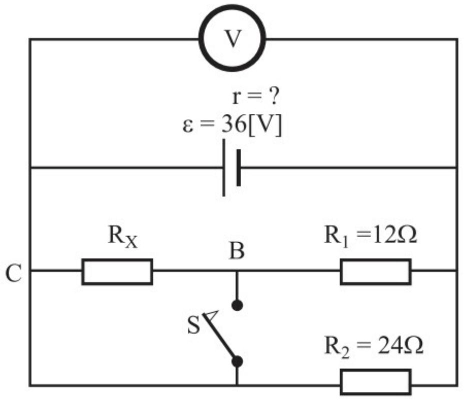
[1] הכא"מ.

[2] ההתנגדות הפנימית.

[3] זרם הקצר.

ד. סרטטו גרף של V (המתח על הנגד המשתנה) כפונקציה של הזרם I. מה המשמעות של שיפוע הגרף ושל נקודת החיתוך עם הציר האנכי?

11. במעגל המתואר בתרשים מחוברים שלושה נגדים: $R_1=12\Omega$, $R_2=24\Omega$ ו-R_x שערכו אינו ידוע. הכא"מ של מקור המתח $\varepsilon=36[V]$ והתנגדותו הפנימית אינה ידועה. הניחו שמד-המתח אידיאלי.
כאשר המפסק S סגור, מד-המתח מורה 16[V], וכאשר המפסק S פתוח, מד-המתח מורה 24[V].



א. מהו הפרש הפוטנציאלים בין הנקודות B ו-C כאשר המפסק סגור?

ב. חשבו את:

[1] ההתנגדות הפנימית של מקור המתח.

[2] ההתנגדות R_x.

ג. מהו המתח בין הדקי המפסק S בכל אחד משני המצבים הבאים:

[1] S פתוח?

[2] S סגור?

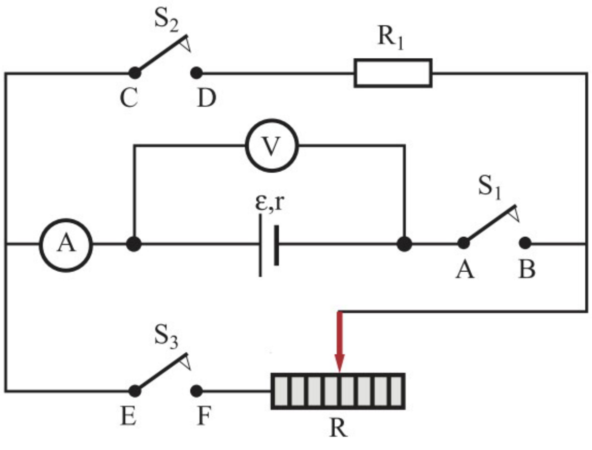
הסבירו את תשובתכם.

ד. במצב שבו המפסק S פתוח, מחליפים את הנגד R_1 בנגד אחר בעל התנגדות גדולה יותר. האם כתוצאה מכך:

[1] קריאת מד-המתח תגדל, תקטן, או לא תשתנה? נמקו.

[2] המתח על הנגד R_2 יגדל, יקטן, או לא ישתנה? נמקו.

12. המעגל החשמלי שבאיור כולל מקור מתח שהכא"מ שלו ε והתנגדותו הפנימית r, נגד $R_1= 200\Omega$, נגד משתנה שהתנגדותו R=0-500Ω ושלושה מתגים.



א. כאשר כל המפסקים פתוחים, קריאת הוולטמטר היא 36[V]. מהו הפרש הפוטנציאלים במצב זה בין הנקודות B ו-D, ובין הנקודות A ו-C? נמקו.

ב. מה יהיה המתח בין הנקודות C ו-D כאשר רק המפסק S_1 סגור?

ג. כאשר המפסקים S_2 ו-S_1 סגורים ו-S_3 פתוח, האמפרמטר מורה זרם של 0.1[A].

[1] מהו המתח בין שתי הנקודות E ו-F?

[2] מהי ההתנגדות הפנימית r של הסוללה?

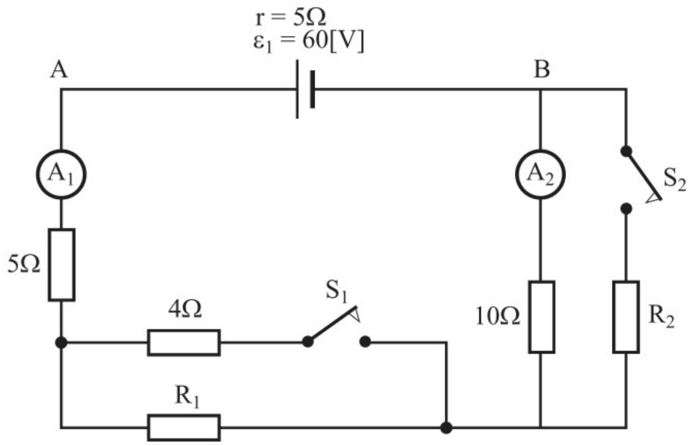
ד. סוגרים גם את המפסק S_3. חשבו מה תהיה הוראת מד-המתח ומד-הזרם במצבים הבאים:

[1] כאשר הגררה נמצאת במרכזו של הנגד המשתנה R.

[2] כאשר מקטינים את ערכו של R ל-0.

[3] כאשר מנתקים את הגררה מהנגד המשתנה.

13. במעגל המתואר באיור, מד-הזרם A_1 מורה זרם של $3[A]$ ומד-הזרם A_2 מורה זרם של $2.4[A]$, **במצב שבו שני המפסקים סגורים**. ההתנגדות הפנימית של מדי-הזרם זניחה.



א. מהו מתח ההדקים V_{AB} כאשר שני המפסקים סגורים?

ב. חשבו את התנגדויות הנגדים R_2 ו-R_1.

ג. מה תהיה קריאת מדי-הזרם כאשר שני המפסקים יהיו פתוחים?

ד. משנים את מצב המפסקים, ובכל פעם מודדים את המתח V_{AB}. האם תוצאת המדידה של מתח ההדקים V_{AB} יכולה להיות קטנה מזו שהתקבלה בסעיף א? הסבירו.

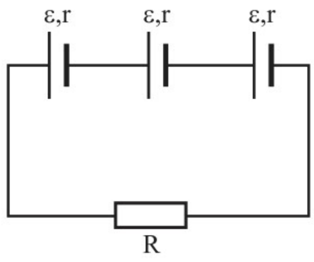
ה. מהו מתח ההדקים V_{AB} כאשר:

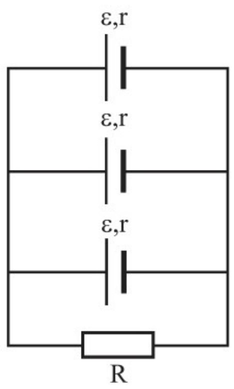
[1] שני המפסקים פתוחים?

[2] המפסק S_1 סגור והמפסק S_2 פתוח?

[3] המפסק S_2 סגור והמפסק S_1 פתוח?

14. שלושה מקורות מתח זהים בעלי כא"מ ε והתנגדות פנימית r חוברו פעם אחת בטור לנגד R, ופעם שנייה במקביל אליו. נתונים r, R, ε.



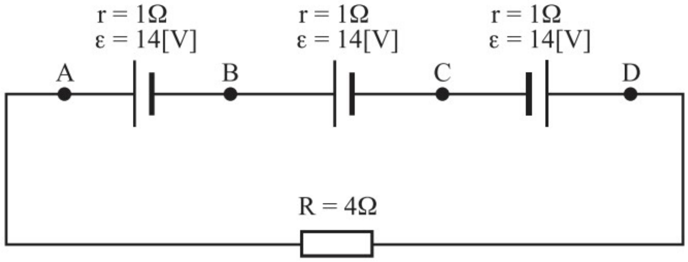


א. בטאו את עוצמת הזרם העובר דרך הנגד R עבור כל אחד מהמעגלים.

ב. בטאו את מתח ההדקים של כל אחד מהמקורות בשני המעגלים.

ג. באיזה תנאי יהיה הזרם במעגל הטורי שווה לזרם שבמעגל המקבילי? נמקו.

15. שלושה מקורות מתח זהים בעלי כא"מ ε והתנגדות פנימית r חוברו בטור לנגד R.



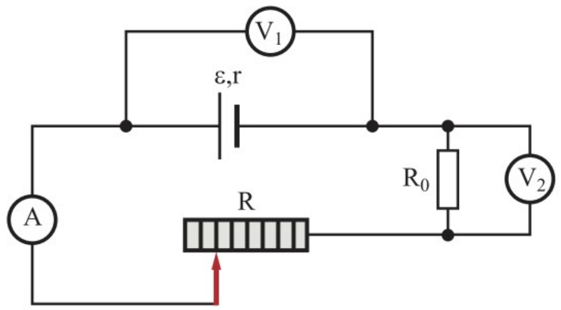
א. חשבו את עוצמת הזרם העובר דרך הנגד R.

ב. חשבו את מתח ההדקים של כל אחד מהמקורות.

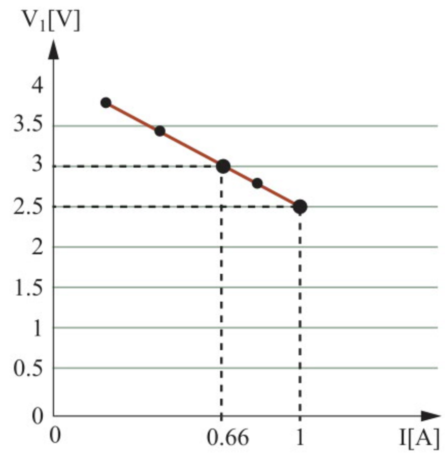
ג. מתי יכול להיווצר מצב שבו מתח ההדקים גדול מהכא"מ של הסוללה?

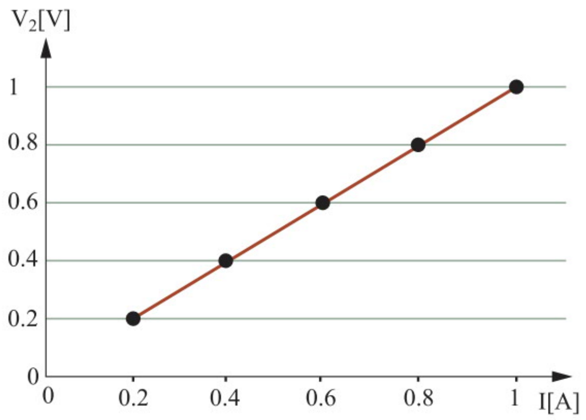
ד. מוציאים את הנגד R ומחברים במקומו תיל מוליך שהתנגדותו זניחה. מהו זרם הקצר?

16. המעגל המוצג בתרשים כולל סוללה שהכא"מ שלה ε והתנגדותה הפנימית r, נגד קבוע R_0, נגד משתנה R ומכשירי מדידה אידיאליים.



בניסוי שערך תלמיד הוא שינה את התנגדות הנגד המשתנה R ומדד את הזרם במעגל ואת המתחים V_1, V_2.
על סמך תוצאות המדידות התלמיד סרטט את הגרפים הבאים:





א. בגרף שבו מוצג V_2 כפונקציה של I, איזה גודל מייצג שיפוע הגרף? חשבו אותו.

ב. בגרף שבו מוצג V_1 כפונקציה של I, איזה גודל פיזיקלי מבטא:

[1] שיפוע הגרף?

[2] החיתוך עם הציר האנכי?

[3] החיתוך עם הציר האופקי?

ג. חשבו על פי הגרף את הכא"מ ואת ההתנגדות הפנימית של הסוללה.

ד. במהלך הניסוי הקטינו את התנגדות הנגד המשתנה R, האם כתוצאה מכך:

[1] המתח V_1 גדל או קטן? הסבירו.

[2] המתח V_2 גדל או קטן? הסבירו.

11 אנרגיה, הספק ונצילות

רקע תיאורטי

הספק של צרכן במעגל חשמלי

זרם שעובר דרך נגד (צרכן) במעגל חשמלי גורם להתחממותו. נניח שבפרק זמן t עובר מטען q דרך נגד שבין קצותיו שורר מתח V. כמות האנרגיה החשמלית U_E שנצרכת שווה ל: $U_E = V \cdot q$. בהנחה שאנרגיה זו הופכת כולה לחום,

אז במהלך זמן t יהיה ההספק המתפתח כחום בנגד נתון על ידי: $P_R = \frac{U_E}{t} = \frac{V \cdot q}{t}$

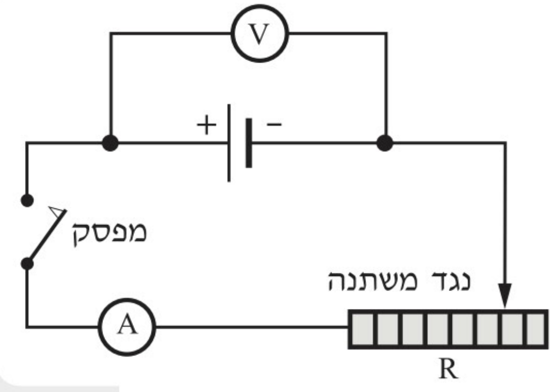
נזכיר ש $q = I \cdot t$ ולכן: $P = I \cdot V$.

יחידת ההספק הנגזרת מההגדרה של ההספק היא **ואט**, ששווה **לג'אול לשנייה**: $1[W] = \frac{[J]}{[S]}$.

אם נציב $V = I \cdot R$ נקבל: $P = V \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{V^2}{R}$

- כאשר הצרכנים מחוברים **בטור**, נוח יותר להשתמש בנוסחה $P = I^2 \cdot R$ כדי להשוות בין ההספקים שלהם.
- כאשר הצרכנים מחוברים **במקביל**, נוח יותר להשתמש בנוסחה $P = \frac{V^2}{R}$ כדי להשוות בין ההספקים שלהם.

יעילות ההספק החשמלי של צרכן



מהביטוי $P = I^2 \cdot R$ מתקבל לכאורה, שככל שעוצמת הזרם I גדלה, כך הולך וגדל ההספק המתפתח על הצרכן (המיוצג על ידי הנגד שהתנגדותו R). נקרא להספק הזה **הספק יעיל** כי הוא מועיל לנו, מבחינה זו שהאנרגיה המתפתחת מנוצלת לצרכים שלנו.

מצד שני, גם **מקור המתח מתחמם בגלל התנגדותו הפנימית** r, וההספק **המתבזבז על החימום הלא יעיל** של מקור המתח שערכו ($I^2 r$) **הולך וגדל** אף הוא.

באילו תנאים נקבל **הספק יעיל מקסימלי**? כלומר, מהם התנאים (מאפייני המעגל) שיאפשרו העברת אנרגיה מהמקור לצרכן ביעילות (נצילות) מרבית? מתברר שיעילות זו קשורה ליחס ההתנגדויות במעגל, כפי שנראה כעת.

נרשום את הביטוי עבור מתח ההדקים במעגל המתואר באיור: $V_{ab} = V_R = \varepsilon - I \cdot r$

ההספק הנצרך על ידי הצרכן, המיוצג על ידי ההתנגדות R, הוא: $P_R = V_R \cdot I = (\varepsilon - I \cdot r) \cdot I = -r \cdot I^2 + \varepsilon \cdot I$

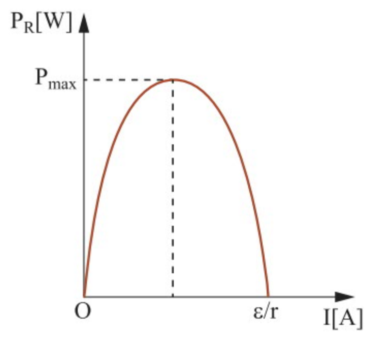
במשוואה זו:

P_R הוא ההספק הנצרך על ידי הצרכן.

$r \cdot I^2$ הוא ההספק הלא יעיל, המתבזבז במקור וגורם לחימום שלו.

$\varepsilon \cdot I$ הוא ההספק הכללי המסופק על ידי מקור המתח.

הביטוי $P_R\left(I\right) = -r \cdot I^2 + \varepsilon \cdot I$ מייצג פונקציה מהמעלה השנייה, שתיאורה הגרפי הוא פרבולה.



ההספק היעיל כפונקציה של הזרם הזורם דרך הצרכן

מהגרף ניתן לראות שכאשר הזרם גדל עד לערך מסוים, גם ההספק גדל. מעבר לערך זה, הגדלת הזרם גורמת להקטנת ההספק, מכיוון **שההספק המתבזבז על ההתנגדות הפנימית מתחיל להיות יותר משמעותי**, כפי שצפינו בתחילת הדיון. מדובר בבעיית אופטימיזציה (מינימום-מקסימום), שאותה ניתן לפתור באופן מתמטי/גרפי.

בנקודות החיתוך עם הציר האופקי מתקיים $P_R=0$. נציב במשוואה ונקבל:

$$I_1 = 0 \qquad I_2 = \frac{\varepsilon}{r}$$

כדי למצוא עבור איזה זרם יתקבל ההספק היעיל המקסימלי, נגזור את הפונקציה ונקבל:

$$I_{(P_{\max})} = \frac{\varepsilon}{2r}$$

נציב זרם זה בפונקציה $P_R\left(I\right) = -r \cdot I^2 + \varepsilon \cdot I$ ונקבל:

$$P_{\max} = -r\left(\frac{\varepsilon}{2r}\right)^2 + \varepsilon \cdot \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

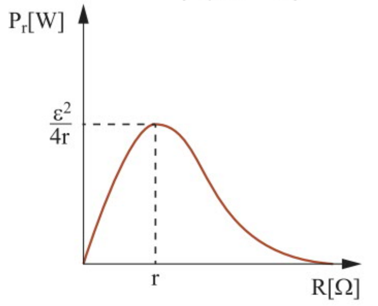
קיבלנו שהספק יעיל מקסימלי מתקבל כאשר $I = \dfrac{\varepsilon}{2r}$, נציב זאת בביטוי הכללי לזרם במעגל $I = \dfrac{\varepsilon}{R+r}$ ונקבל:

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R} = \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow R=r$$

ההספק היעיל המרבי מתקבל כאשר ההתנגדות החיצונית (של הצרכן) שווה להתנגדות הפנימית (של מקור המתח), כלומר כאשר R=r.

את ההספק היעיל ניתן להביע גם בעזרת ההתנגדות החיצונית של המעגל:

$$P_R = I^2 \cdot R = (\frac{\varepsilon}{R+r})^2 \cdot R = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2} \cdot R$$



ההספק היעיל של הצרכן כפונקציה של התנגדותו

באיור מוצג התיאור הגרפי של קשר זה. כפי שניתן לראות, כאשר R גדול מאוד ביחס ל-r, ההספק היעיל הוא אפס, גם כאשר ההתנגדות החיצונית שווה לאפס (קֶצר), ההספק היעיל הוא אפס. כאשר ההתנגדות החיצונית שווה להתנגדות הפנימית של הסוללה, נקבל הספק יעיל מקסימלי.

הספק ונצילות

כאמור, ההתנגדות הפנימית גורמת להתפתחות חום, כלומר לאנרגיה לא יעילה, אנרגיה מבוזבזת. לכן ההספק היעיל הנצרך על ידי הצרכן, שערכו $P = I^2 \cdot R$, קטן מההספק של מקור המתח, שערכו $P = I \cdot V = I \cdot \varepsilon$.

נגדיר: **נצילות המעגל החשמלי η היא היחס בין ההספק הנצרך (היעיל) לבין ההספק המסופק על ידי מקור המתח**, כלומר:

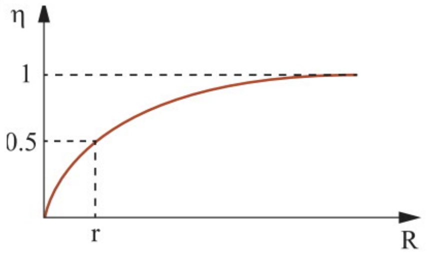
$$\eta = \frac{P_R}{P} = \frac{V_R \cdot I}{\varepsilon \cdot I} = \frac{V_R}{\varepsilon}$$

מכיוון ש: $V_R = I \cdot R$ וכן $I = \dfrac{\varepsilon}{R+r}$, נקבל שהנצילות שווה ל:

$$\eta = \frac{V_R}{\varepsilon} = \frac{\frac{\varepsilon R}{r+R}}{\varepsilon} = \frac{R}{r+R} = \frac{1}{1+\frac{r}{R}}$$

באיור מוצג התיאור הגרפי של קשר זה. כפי שניתן לראות, כאשר R גדול מאוד ביחס ל-r, הנצילות שואפת לאחד. כאשר ההתנגדות החיצונית היא אפס (קֶצר), אז הנצילות שווה לאפס. כאשר ההתנגדות הפנימית שווה להתנגדות החיצונית, נצילות התהליך היא 50% ואז ההספק היעיל מרבי ושווה להספק המבוזבז על הנגד הפנימי.

ההתנגדות הפנימית של סוללות עולה ככל שמשתמשים בהן יותר. על כן, הנצילות שלהן הולכת וקטנה בהתאם לנוסחה, עד שלא ניתן להשתמש בהן יותר.



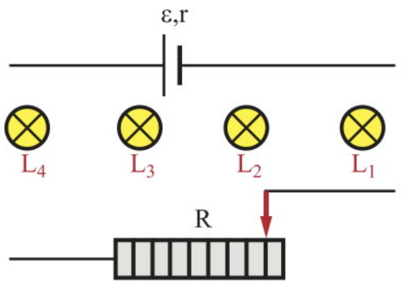
נצילות המעגל כפונקציה של התנגדות הצרכן

סיכום

1. **ההספק** P שווה לכמות האנרגיה U_E המופקת או הנצרכת ליחידת זמן $P=\frac{U_E}{t}$.
יחידת ההספק היא **ואט** (W).
ההספק של מקור המתח הוא: $P=I\cdot\varepsilon$
2. **ההספק הנצרך על ידי צרכן שהתנגדותו** R נתון על ידי: $P=V\cdot I=I^2\cdot R=\frac{V^2}{R}$
3. במקרה מסוים, שבו המעגל כולל נגד ומקור מתח לא אידיאלי (ε ,r), ההספק הנצרך על ידי הצרכן R נתון על ידי הביטויים הבאים:
$$P_R=V_R\cdot I=(\varepsilon-I\cdot r)\cdot I=-r\cdot I^2+\varepsilon\cdot I$$
$$P_R=I^2\cdot R=(\frac{\varepsilon}{R+r})^2\cdot R=\frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2}\cdot R$$
4. ההספק היעיל המרבי מתקבל כאשר $I_{(P\max)}=\frac{\varepsilon}{2r}$ ואז $R=r$ (ההתנגדות החיצונית שווה להתנגדות הפנימית). גודלו של **ההספק היעיל המרבי** הוא: $P_R(\max)=\frac{\varepsilon^2}{4r}$
5. **נצילות המעגל החשמלי** η מוגדרת כיחס בין ההספק הנצרך (היעיל) לבין ההספק המסופק על ידי מקור המתח. הנצילות שווה ל: $\eta=\frac{R}{R+r}=\frac{1}{1+\frac{r}{R}}$
מכאן, כאשר ההתנגדות הפנימית שווה להתנגדות החיצונית, נצילות התהליך היא 50% וההספק היעיל מרבי ושווה להספק המבוזבז על הנגד הפנימי.
6. ההתנגדות הפנימית של סוללות עולה ככל שמשתמשים בהן יותר. לכן הנצילות שלהן הולכת וקטנה בהתאם לנוסחה, עד שלא ניתן להשתמש בהן יותר.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)



לרשותכם ארבע נורות של פנס כיס, סוללה, נגד משתנה ותילים מוליכים. על שתי הנורות הראשונות רשום 5[V]/2[W] ועל האחרות רשום 4[V]/0.8[W]. כא"מ הסוללה 20[V] והתנגדותה הפנימית r=2Ω.

א. האם ארבע הנורות יכולות לפעול בהתאם לרשום עליהן, כאשר הן מחוברות:

[1] בטור זו לזו? [2] במקביל זו לזו? נמקו.

ב. תכננו מעגל חשמלי הכולל את כל הרכיבים שלרשותכם, כך שכל ארבע הנורות יאירו בהתאם לרשום עליהן. סרטטו את המעגל והסבירו.

ג. חשבו את התנגדות הנגד המשתנה במעגל שתכננתם.

פתרון דוגמה מספר (1)

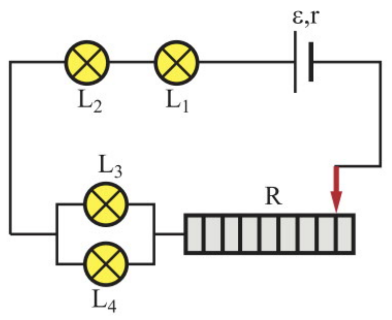
א. כאשר הנורות פועלות בהתאם למה שרשום עליהן, הזרם דרך כל אחת מהן הוא:

$$I_{3,4}=\frac{P_2}{V_2}=\frac{0.8}{4}=0.2[A] \qquad I_{1,2}=\frac{P_1}{V_1}=\frac{2}{5}=0.4[A]$$

[1] לא. בחיבור טורי, הזרם דרך כל הרכיבים צריך להיות שווה, בניגוד למה שקיבלנו מהנתונים הרשומים.

[2] לא. בחיבור מקבילי, המתח על כל הרכיבים צריך להיות שווה, ונתון שהמתחים על הנורות שונים.

ב. דרך הנורות 1 ו–2 צריך לזרום זרם של 0.4[A], ודרך הנורות 3 ו–4 צריך לזרום זרם של 0.2[A];



לכן יש לחבר את שתי הנורות שעובר דרכן זרם של 0.2[A] במקביל, ואליהן לחבר בטור את הנורות שדרכן עובר זרם של 0.4[A].

מאחר שהמתח הכולל על הנורות יהיה 14[V], ואילו כא"מ הסוללה הוא 20[V], יש להוסיף בטור את הנגד המשתנה כמתואר בתרשים.

ג. הזרם העובר דרך המקור, הנגד המשתנה והנורות 1 ו-2 צריך להיות 0.4[A], והזרם דרך כל אחת מהנורות שבמקביל 0.2[A].
נמצא את התנגדות כל אחת מהנורות:

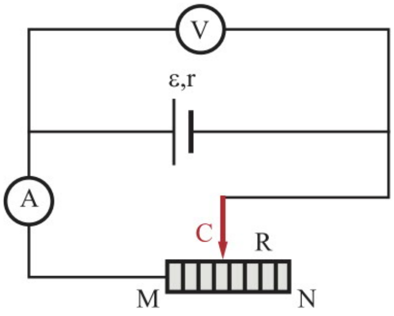
$$R_{3,4}=\frac{{V_{3,4}}^2}{P_{3,4}}=\frac{4^2}{0.8}=20\Omega \qquad R_{1,2}=\frac{{V_{1,2}}^2}{p_{1,2}}=\frac{5^2}{2}=12.5\Omega$$

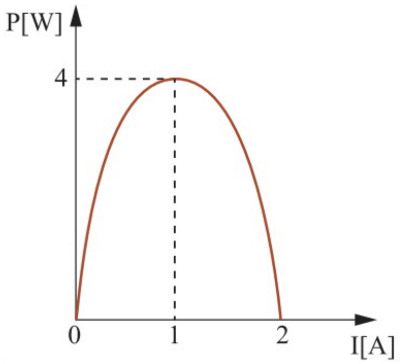
$$\varepsilon=V_R+V_1+V_2+V_{3,4}+V_r=I\cdot R+I\cdot R_1+I\cdot R_2+I\cdot R_{3,4}+I\cdot r$$

$$20=0.4\cdot\left(R+12.5+12.5+\frac{20\cdot 20}{20+20}+2\right)\Rightarrow R=13\Omega$$

דוגמה מספר (2)

בתרשים מתואר מעגל חשמלי הכולל מקור מתח, שהכא"מ שלו ε והתנגדותו הפנימית r, ונגד משתנה R. הגרף מתאר את ההספק P, המתפתח על הנגד המשתנה R כפונקציה של הזרם I.





א. הוכיחו כי הקשר בין ההספק המתפתח על הנגד המשתנה (בקטע CM) לבין הזרם במעגל מתואר על ידי הקשר: $P_R(I) = -r \cdot I^2 + \varepsilon \cdot I$.

ב. באמצעות הביטוי בסעיף א והגרף הנתון, מצאו את הכא"מ ואת ההתנגדות הפנימית.

ג. היכן הייתה ממוקמת הגררה C בשני המצבים שבהם ההספק P מתאפס?

ד. מה הייתה ההתנגדות R של הנגד המשתנה, במצב שבו ההספק P הוא מקסימלי?

ה. מה המתח ומהי ההתנגדות R של הנגד המשתנה, במצב שבו ההספק P שווה ל-2[W]?

פתרון דוגמה מספר (2)

א. $P_R = V_R \cdot I = (\varepsilon - I \cdot r) \cdot I = -r \cdot I^2 + \varepsilon \cdot I$

ב. נקודת החיתוך עם הציר האופקי שווה ל- $\frac{\varepsilon}{r}$, מכאן: $2 = \frac{\varepsilon}{r}$

כאשר הזרם שווה ל- 1[A] **ההספק הוא** 4[W]**, מכאן:**

$$4 = -r \cdot 1^2 + \varepsilon \cdot 1 \Rightarrow 4 = -r \cdot 1^2 + 2r \cdot 1$$
$$r = 4\Omega \Rightarrow \varepsilon = 2 \cdot 4 = 8[V]$$

ג. כאשר הגררה מנותקת הזרם שווה לאפס, וכאשר הגררה בנקודה M הזרם שווה ל- $\frac{\varepsilon}{r}$, **כלומר** 2[A].

ד. במצב שבו ההספק מרבי מתקיים R=r, כלומר R=4Ω.

נראה זאת:

$$P_R = V_R \cdot I = (\varepsilon - I \cdot r) \cdot I = -r \cdot I^2 + \varepsilon \cdot I$$
$$\frac{dP_R}{dI} = -2Ir + \varepsilon = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{\varepsilon}{r+R} \Rightarrow r = R$$

ה. $P_R = -r \cdot I^2 + \varepsilon \cdot I$

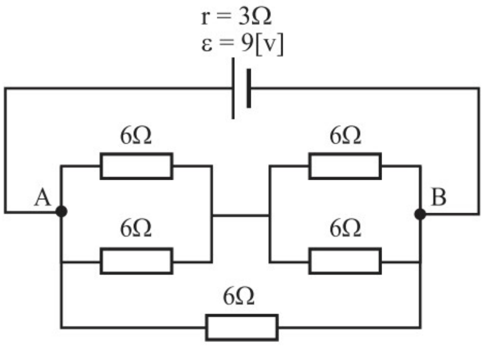
$$2 = -4I^2 + 8I \Rightarrow I_1 = 1.7[A], I_2 = 0.292[A]$$

קיבלנו שני פתרונות אפשריים לזרם, במצב שבו ההספק שווה ל-2[W]. נחשב את המתח ואת ההתנגדות עבור כל אחד משני הזרמים הללו.

עבור הזרם I_1: $V_{R1} = \varepsilon - I_1 \cdot r = 8 - 1.7 \cdot 4 = 1.2[V]$ $\quad R_1 = \frac{V_{R1}}{I_1} = \frac{1.2}{1.7} = 0.7\Omega$

עבור הזרם I_2: $V_{R2} = \varepsilon - I_2 \cdot r = 8 - 0.292 \cdot 4 = 6.832[V]$ $\quad R_2 = \frac{V_{R2}}{I_2} = \frac{6.832}{0.292} = 23.397\Omega$

דוגמה מספר (3)



המעגל החשמלי שבתרשים כולל סוללה שהכא"מ שלה 9[V] והתנגדותה הפנימית 3Ω, וחמישה נגדים.

א. מצאו את ההתנגדות השקולה בין הנקודות A ו-B.

ב. מצאו את מתח ההדקים של הסוללה.

ג. חשבו את ההספק:

[1] המנוצל במעגל.

[2] המבוזבז במקור.

[3] המסופק על ידי המקור.

ד. חשבו את נצילות המקור.

פתרון דוגמה מספר (3)

א. שני הנגדים הימניים הם מקבילים ומחוברים בטור לשני הנגדים השמאליים שגם הם מקבילים. ארבעת הנגדים האלה מחוברים במקביל לנגד התחתון: *

$$R_{AB}=[(\frac{6\cdot 6}{6+6}+\frac{6\cdot 6}{6+6})//6]=3\Omega$$

ב. ההתנגדות השקולה של המעגל:

$$R_T=3+[(\frac{6\cdot 6}{6+6}+\frac{6\cdot 6}{6+6})//6]=6\Omega$$

הזרם הזורם במעגל:

$$I=\frac{V}{R_T}=\frac{9}{6}=1.5[A]$$

מתח ההדקים:

$$V_{AB}=\varepsilon-I\cdot r=9-1.5\cdot 3=4.5[V]$$

ג. [1] ההספק המנוצל:

$$P_R=I\cdot V_{AB}=1.5\cdot 4.5=6.75[W]$$

[2] ההספק המבוזבז במקור:

$$P_r=I^2\cdot r=1.5^2\cdot 3=6.75[W]$$

[3] ההספק המסופק על ידי המקור:

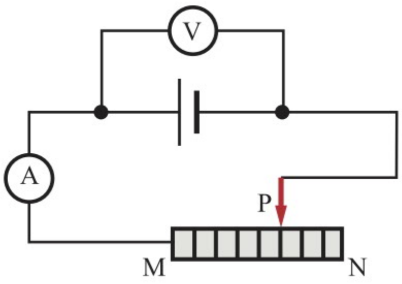
$$P_S=I\cdot\varepsilon=1.5\cdot 9=13.5[W]$$

ד. הנצילות:

$$\eta=\frac{P_R}{P_S}=\frac{6.75}{13.5}=0.5$$

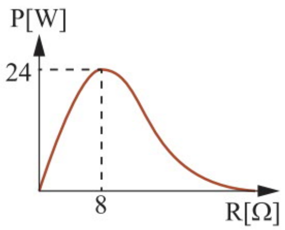
* **נשתמש בסימון // כדי לציין חיבור במקביל של קבוצת נגדים.**

דוגמה מספר (4)



המעגל החשמלי המתואר בתרשים כולל נגד משתנה, שאת התנגדותו ניתן לשנות על ידי הזזת נקודת המגע P.

נתון גרף המתאר את הספק החום שמתפתח בנגד (ההספק היעיל) כתלות בהתנגדות הנגד המשתנה.



א. הוכיחו כי ההספק היעיל המתפתח בנגד נתון על ידי הביטוי: $P_R = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2} \cdot R$.

ב. באמצעות הביטוי שבסעיף א, הראו שההספק המרבי מתקבל כאשר R=r, והוא נתון על ידי הביטוי: $\frac{\varepsilon^2}{4r}$.

ג. חשבו בעזרת הגרף את ההתנגדות הפנימית של מקור המתח.

ד. חשבו בעזרת הגרף את הכא"מ של מקור המתח.

ה. חשבו את הנצילות כאשר ההספק הוא מרבי.

פתרון דוגמה מספר (4)

א. הביטוי להספק בתלות בהתנגדות:

$$P_R = I^2 \cdot R = \left(\frac{\varepsilon}{R+r}\right)^2 \cdot R = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2} \cdot R$$

ב. נגזור את הפונקציה ונשווה לאפס:

$$P'_R = \frac{\varepsilon^2 \cdot (R+r)^2 - \varepsilon^2 \cdot R(2R+2r)}{[(R+r)^2]^2} = 0$$

$$0 = \varepsilon^2 \cdot (R+r)^2 - \varepsilon^2 \cdot R(2R+2r) / \varepsilon^2 \Rightarrow 0 = R^2 + 2Rr + r^2 - 2R^2 - 2Rr \Rightarrow r = R$$

נציב $r = R$:

$$P_R = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2} \cdot R = \frac{\varepsilon^2}{(r+r)^2} \cdot r = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

ג. אנו יודעים שההספק היעיל הוא מרבי כאשר R = r. על פי הגרף, זה מתקבל כאשר R=r=8Ω.

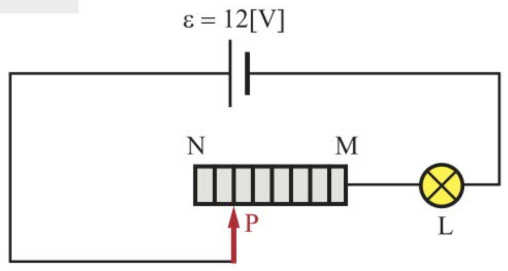
ד. הביטוי לחישוב הספק המרבי הוא $\frac{\varepsilon^2}{4r}$. מהגרף מתקבל:

$$P_{R(max)} = 24 = \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{\varepsilon^2}{4 \cdot 8} \Rightarrow \varepsilon = 27.71[V]$$

ה. הנצילות כאשר ההספק הוא מרבי (R=r):

$$\eta = \frac{P_R}{P_S} = \frac{I^2 \cdot R}{\varepsilon \cdot I} = \frac{I \cdot R}{\varepsilon} = \frac{\frac{\varepsilon}{R+r} \cdot R}{\varepsilon} = \frac{R}{R+r} = 0.5$$

תרגילים

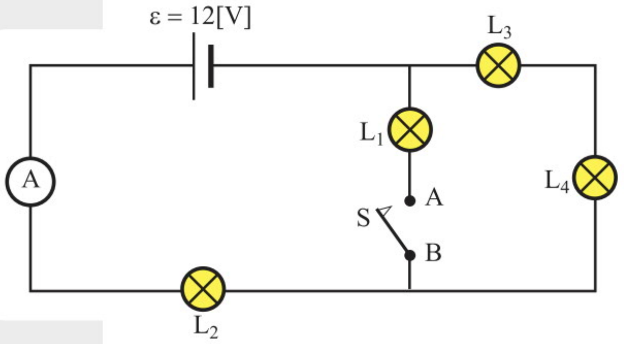


1. תלמיד בנה מעגל חשמלי שיאפשר שינוי של עוצמת הזרם דרך נורה. המעגל מכיל מקור מתח שהכא"מ שלו ε=12[V] והתנגדותו הפנימית ניתנת להזנחה, נורה שרשום עליה 3[V]/6[W], נגד משתנה אחיד MN שהתנגדותו המרבית 40Ω ואורכו 80[cm], תילים מוליכים שהתנגדותם זניחה.

א. חשבו את המרחק בין הקצה M של הנגד המשתנה לבין המגע הנייד P, כאשר הנורה מאירה באורה המלא.

ב. חשבו את ההספק של מקור המתח כאשר הנורה מאירה באורה המלא.

ג. כדי להקטין ברציפות את עוצמת האור של הנורה, האם יש להזיז את המגע הנייד P לכיוון הקצה N או לכיוון הקצה M? הסבירו.



2. תלמיד בנה מעגל חשמלי הכולל ספק שהכא"מ שלו הוא ε=12[V] וההתנגדות הפנימית שלו זניחה, ארבע נורות זהות L_1, L_2, L_3, L_4, שעל כל אחת מהן רשום 12[V]/8[W], מפסק S, תילים ומד-זרם שההתנגדויות שלהם זניחות.

א. קבעו מהו המתח בין הנקודות A ו-B כאשר המפסק פתוח. נמקו.

ב. סוגרים את המפסק S.

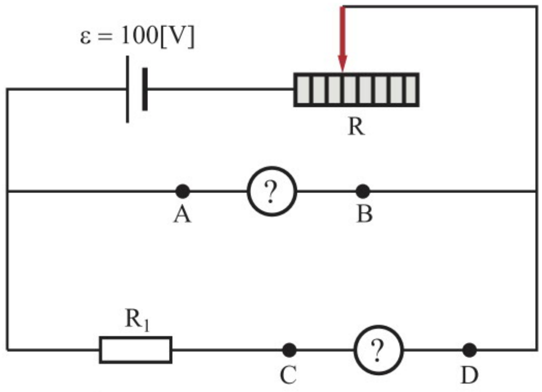
[1] חשבו את המתח על כל אחת מארבע הנורות.

[2] חשבו את הזרם הזורם דרך כל אחת מארבע הנורות.

ג. מוציאים את הנורה L_3 מהמעגל (המפסק עדיין סגור).

[1] האם עוצמת הזרם דרך הנורה L_1 תגדל, תקטן או לא תשתנה? נמקו.

[2] האם עוצמת הזרם דרך הנורה L_2 תגדל, תקטן או לא תשתנה? נמקו.



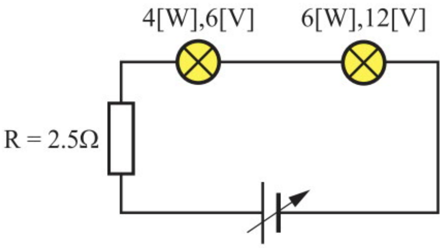
3. בתרשים שלפניכם מוצג מעגל חשמלי ובו מקור מתח שהכא"מ שלו ε=100[V], נגד משתנה R, נורה א שעליה רשום 10[W]/20[V], נורה ב שעליה רשום 20[W]/80[V].

הניחו כי ההתנגדות של כל נורה קבועה. ההתנגדות הפנימית של המקור זניחה. ידוע ששתי הנורות מאירות בהתאם לרשום עליהן.

א. איזו נורה נמצאת בין הנקודות AB ואיזו בין הנקודות CD?

ב. מהי התנגדות הנגד R ומהי התנגדות הנגד R_1 במצב שבו שתי הנורות מאירות בהתאם לרשום עליהן?

4. תלמידה קיבלה שתי נורות חשמליות. על האחת כתוב $4[W]/6[V]$ ועל האחרת $6[W]/12[V]$.



א. חשבו את הזרם המקסימלי שיכול לעבור דרך כל אחת מהנורות.

ב. התלמידה חיברה את הנורות בטור לספק שהמתח שלו ניתן לשינוי ולנגד 2.5Ω, כמתואר בתרשים. התנגדות התילים במעגל זניחה. המתח של הספק נקבע כך שהנורות מפיקות את עוצמת האור המקסימלית האפשרית בחיבור זה, בלי לחרוג ממגבלת המתח (וההספק) על כל אחת מהן.
נתון שרק באחת הנורות מתפתח ההספק שרשום עליה. באיזו נורה מתפתח הספק **קטן מן הרשום עליה**?

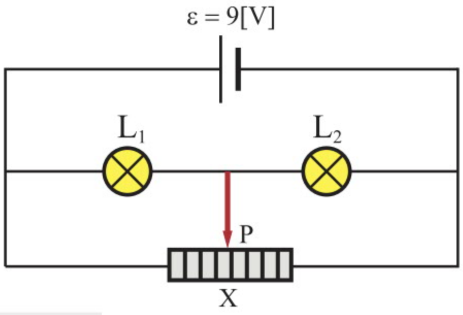
ג. חשבו את המתח בין ההדקים של הספק במצב המתואר בסעיף ב.

ד. התלמידה הגיעה למסקנה כי אם תחבר נגד **במקביל** לאחת הנורות, היא תוכל להגדיל את מתח הספק, וכך תגדל גם עוצמת האור, עד שבכל נורה יתפתח ההספק הרשום עליה.

[1] היכן יש לחבר את הנגד, ומה ערכו?

[2] חשבו את המתח בין ההדקים של הספק במצב זה.

5. התרשים שלפניכם מתאר מעגל חשמלי, הכולל סוללה שהכא"מ שלה $9[V]$ והתנגדותה הפנימית ניתנת להזנחה; נגד משתנה X שהתנגדותו הכוללת 80Ω; ונורות L_1 ו-L_2 שעל כל אחת מהן רשום הסימון $4.5[V]/18[W]$.
המגע הנייד P של הנגד המשתנה X מחלק את התנגדות הנגד המשתנה לשתי התנגדויות **שוות**.



א. מהי משמעות הסימון $4.5[V]/18[W]$ הרשום על הנורות?

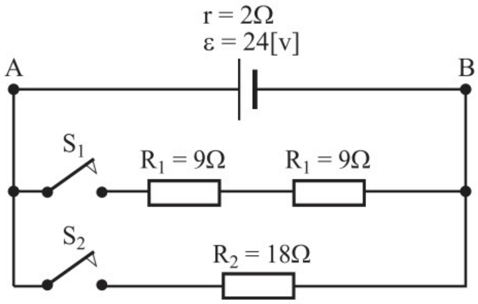
ב. חשבו את ההתנגדות של כל נורה כאשר היא מופעלת באורה המלא (בהתאם לרשום עליה).

ג. האם נורה L_1 מאירה באורה המלא במצב המתואר בתרשים? הסבירו.

ד. מנתקים את הנורה L_1 מהמעגל החשמלי. מה תהיה ההשפעה על עוצמת האור שתיפלט מנורה L_2? הסבירו.

ה. חשבו את המתח על הנורה L_2.

6. בתרשים שלפניכם מוצג מעגל חשמלי, הכולל מקור מתח שהכא"מ שלו $\varepsilon=24[V]$ והתנגדותו הפנימית $r=2\Omega$, נגדים שהתנגדויותיהם $R_1=9\Omega$, $R_2=18\Omega$ ושני מתגים S_1, S_2.



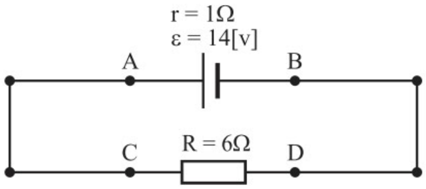
א. חשבו את מתח ההדקים של מקור המתח במצב שבו S_1 סגור ו-S_2 פתוח.

ב. חשבו את מתח ההדקים של מקור המתח במצב שבו שני המפסקים סגורים.

ג. במצב שבו שני המפסקים סגורים, חשבו את ההספק:

[1] המתבזבז במקור. [2] המסופק על ידי המקור. [3] המנוצל במעגל.

7. במעגל החשמלי המתואר, נתוני הסוללה הם $r=1\Omega$, $\varepsilon=14[V]$,
והתנגדות הנגד $R=6\Omega$.



א. מה הזרם הזורם דרך המקור?

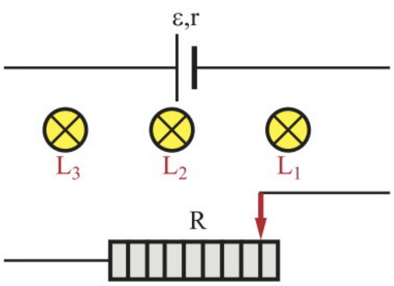
ב. חשבו את הפרש הפוטנציאלים V_{AB} ו-V_{CD}.

ג. חשבו את האנרגיה שנמסרת לנגד במשך 2 דקות.

ד. חשבו את האנרגיה שהתבזבזה במקור במשך 2 דקות.

ה. חשבו את האנרגיה שסופקה על ידי המקור במשך 2 דקות.

8. לרשותכם שלוש נורות של פנס כיס, סוללה, נגד משתנה (אחד בלבד) ותילים מוליכים. על אחת הנורות רשום $6[V]/4[W]$ ועל שתי האחרות רשום $0.9[V]/0.3[W]$. כא"מ הסוללה הוא $\varepsilon=8[V]$ והתנגדותה הפנימית היא $r=0.5\Omega$.



א. תכננו מעגל חשמלי ובו **כל** הרכיבים שלרשותכם, כך שכל שלוש הנורות יאירו בהתאם לרשום עליהן. סרטטו את המעגל **והסבירו** מדוע התכנון מתאים לדרישות.

ב. חשבו את התנגדות הנגד המשתנה במעגל שתכננתם.

ג. חשבו את מתח ההדקים של הסוללה במעגל שתכננתם.

9. לתלמיד יש שלוש נורות שעליהן רשום $6[V]$ / $4[W]$, שלוש סוללות של $6[V]$, $12[V]$, $18[V]$ שהתנגדותן הפנימית זניחה, תילים מוליכים ומפסקים.

התלמיד התבקש לבנות באמצעות הציוד שברשותו (ובאמצעותו בלבד) פנס ובו שלושה מצבי תאורה: תאורה נמוכה עם נורה אחת, תאורה בינונית עם שתי נורות, ותאורה גבוהה עם שלוש נורות. הפנס צריך לפעול כך שהנורות יאירו באורן המלא בכל אחד משלושת מצבי התאורה. הניחו שהתנגדות הנורות קבועה (אינה תלויה בטמפרטורה).

לבניית הפנס התלמיד בחן את האפשרויות (1)–(4) שלפניכם.

אפשרות חיבור	מקור המתח	חיבור הנורות
(1)	סוללה של $18[V]$	3 הנורות מחוברות בטור
(2)	סוללה של $6[V]$	3 הנורות מחוברות במקביל
(3)	סוללה של $12[V]$	2 נורות במקביל, ובטור לשלישית
(4)	סוללה של $18[V]$	3 הנורות מחוברות במקביל

א. התלמיד בחר תחילה לבנות את הפנס לפי אפשרות (1).
האם הפנס יפעל כנדרש? הסבירו.

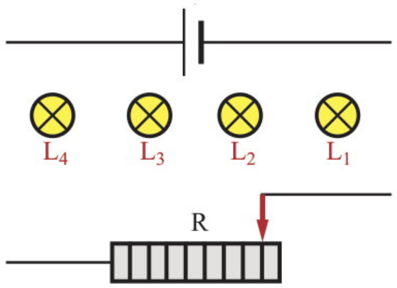
ב. חשבו את הזרם העובר דרך הסוללה כאשר 3 הנורות מאירות.

ג. התלמיד בחר לבסוף לבנות את הפנס לפי אפשרות (2).
חשבו את הזרם העובר דרך הסוללה כאשר:
[1] רק נורה אחת מאירה. [2] שתי הנורות מאירות. [3] שלוש הנורות מאירות.

ד. הסבירו מדוע אפשרויות (3) ו-(4) אינן מתאימות לבניית פנס שיפעל כנדרש לעיל.

ה. במצב שבו 3 הנורות מאירות באורן המלא, באיזה מהמעגלים המתוארים באפשרות (1) או (2) מתפתח הספק גדול יותר? הסבירו.

10. לרשותכם ארבע נורות של פנס כיס: שתי נורות שעליהן רשום 5[V]/1[W], שתי נורות שעליהן רשום 2[V]/0.2[W], סוללה שהכא"מ שלה ε=24[V] והתנגדותה הפנימית r=2Ω, **נגד משתנה (אחד בלבד) ותילים מוליכים.**



א. חשבו את הזרם המקסימלי שיכול לעבור דרך כל אחת מהנורות.

ב. האם ארבע הנורות יכולות לפעול בהתאם לרשום עליהן:

[1] כאשר הן מחוברות בטור זו לזו? נמקו.

[2] כאשר הן מחוברות במקביל זו לזו? נמקו.

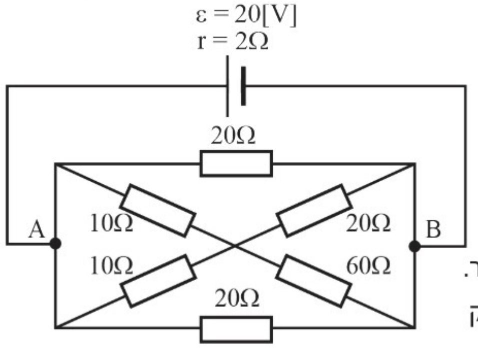
ג. תכננו מעגל חשמלי שבו כל הרכיבים שלרשותכם, כך ש**כל** ארבע הנורות יאירו בהתאם לרשום עליהן. סרטטו את המעגל **והסבירו** מדוע המעגל שתכננתם עונה לדרישות.

ד. חשבו את התנגדות הנגד המשתנה במעגל שתכננתם.

ה. במעגל שתכננתם חשבו את ההספק:

[1] המתבזבז במקור. [2] המסופק על ידי המקור. [3] המנוצל במעגל.

11. התרשים שלפניכם מתאר מעגל חשמלי, הכולל מקור מתח שהכא"מ שלו 20[V] והתנגדותו הפנימית 2Ω, ושישה נגדים.



א. מצאו את ההתנגדות השקולה בין הנקודות A ו-B.

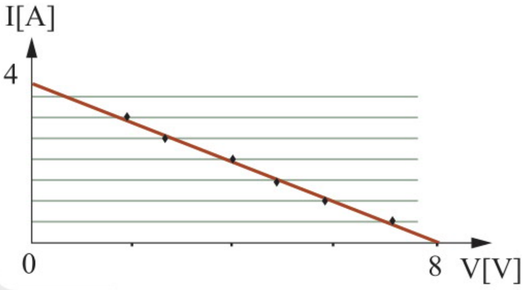
ב. מצאו את מתח ההדקים של מקור המתח.

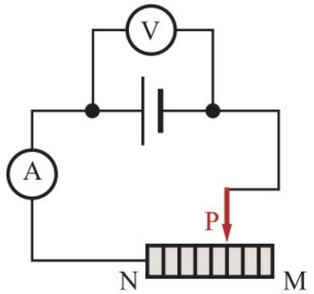
ג. חשבו את ההספק:

[1] המבוזבז במקור. [2] המנוצל במעגל. [3] המסופק על ידי המקור.

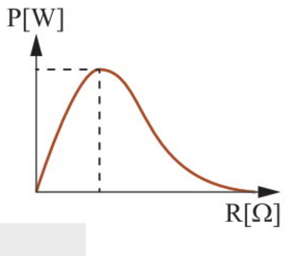
ד. חשבו את נצילות המעגל החשמלי המוגדרת כיחס בין ההספק המופק בצרכנים לבין ההספק המושקע במעגל כולו.

12. תלמידה רוצה למצוא את הכא"מ ואת ההתנגדות הפנימית של מקור מתח באמצעות המעגל המתואר בתרשים. המעגל כולל נגד משתנה, שאת התנגדותו ניתן לשנות על ידי הזזת נקודת המגע P.





התלמידה שינתה את נקודת המגע מספר פעמים ומדדה את המתח ואת הזרם באמצעות מכשירי מדידה אידיאליים. התלמידה סרטטה גרף המתאר את הזרם שנמדד כתלות במתח שנמדד.



א. הוכיחו כי הקשר בין המתח V על הנגד המשתנה (השווה גם למתח ההדקים) לבין הזרם בנגד הוא $I = \frac{\varepsilon}{r} - \frac{1}{r} \cdot V$.

ב. חשבו בעזרת הגרף את הכא"מ של מקור המתח.

ג. חשבו בעזרת הגרף את ההתנגדות הפנימית של מקור המתח.

ד. התלמידה סרטטה את הגרף הבא, המתאר את הספק החום שמתפתח בנגד כתלות בהתנגדות הנגד. חשבו את ההספק ואת ההתנגדות כשההספק מרבי.

13. בתרשים מתואר מעגל חשמלי הכולל מקור מתח שהכא"מ שלו ε, התנגדותו הפנימית r ונגד משתנה R. הגרף **מתאר** את ההספק P, המתפתח על **הנגד המשתנה** R, כפונקציה של הזרם I.

א. מצאו את הכא"מ ואת ההתנגדות הפנימית.

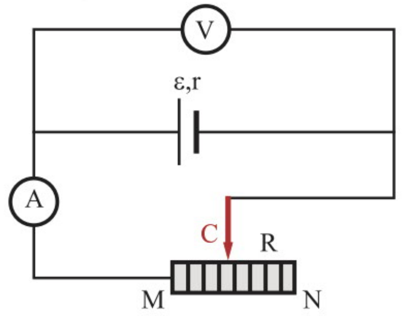
ב. מה ההספק המתפתח על הנגד המשתנה:

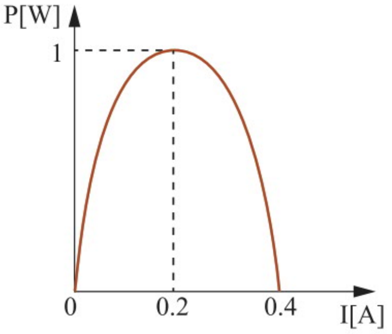
[1] כאשר הגררה C ממוקמת בנקודה M?

[2] כאשר הגררה C מנותקת?

ג. מה הייתה ההתנגדות R של הנגד המשתנה במצב שבו ההספק P הוא מקסימלי?

ד. מהו המתח ומה ההתנגדות R של הנגד המשתנה במצב שבו ההספק P שווה ל-$0.18[W]$?





14. תלמידה בנתה את המעגל החשמלי המוצג בתרשים.

התלמידה הסיטה את המגע הנייד C לנקודות שונות לאורך הנגד המשתנה AB, ובכל פעם מדדה את ההתנגדות R.

א. העתיקו למחברתכם את התרשים, והוסיפו לו מד-זרם (או מדי-זרם) ומד-מתח (או מדי-מתח), כך שתוכלו לחשב את ההספק בנגד שהתנגדותו R_1, ואת ההספק בקטע CB של הנגד המשתנה.

ב. רשמו ביטוי להספק P בנגד R_1 ולהספק P בקטע CB של הנגד המשתנה. את הביטוי רשמו באמצעות R, R_1, ε.

על פי תוצאות מדידותיה, סרטטה התלמידה שתי עקומות, I ו-II.

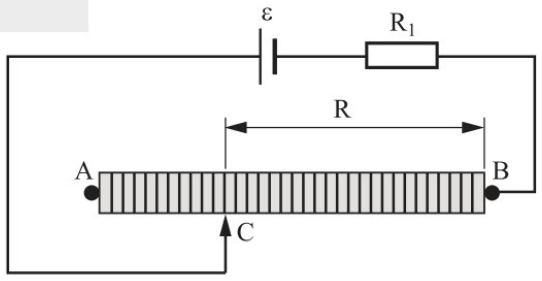
אחת העקומות מתארת את ההספק בנגד שהתנגדותו R_1 כפונקציה של R.

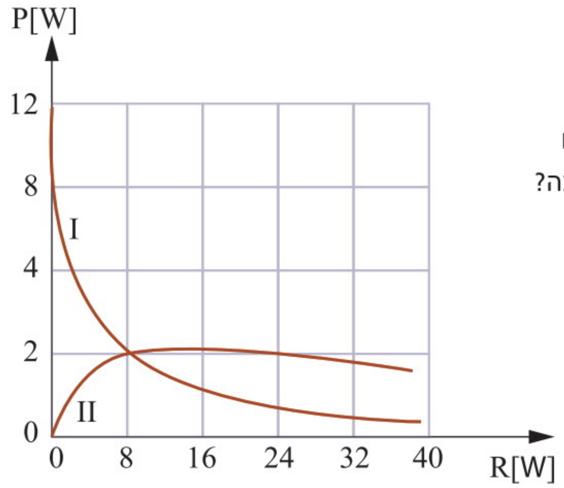
העקומה האחרת מתארת את ההספק בקטע CB של הנגד המשתנה כפונקציה של R.

ג. איזו משתי העקומות מתארת את ההספק בנגד שהתנגדותו R_1, ואיזו מתארת את ההספק בקטע CB של הנגד המשתנה? נמקו.

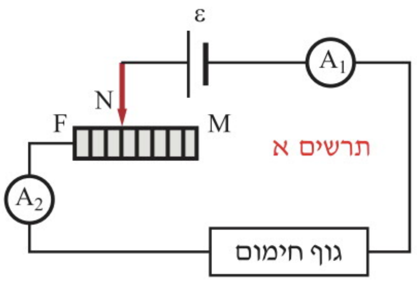
ד. מצאו את R_1 בעזרת שיעורי נקודת החיתוך של העקומות I ו-II.

ה. חשבו את הכא"מ ε של מקור המתח.





15. במעגל המוצג בתרשים א שלפניכם, מחוברים גוף חימום שהתנגדותו $R=22\Omega$, נגד משתנה MF שהתנגדותו המרבית $R=22\Omega$, מקור מתח שהכא"מ שלו $\varepsilon=220[V]$, ושני מדי־זרם A_1 ו־A_2. ההתנגדויות של כל הרכיבים זניחות, מלבד אלו של שני הנגדים.



א. מזיזים את המגע הנייד N מהנקודה M לעבר הנקודה F. ציינו מה יקרה להוריית כל אחד ממדי־הזרם.

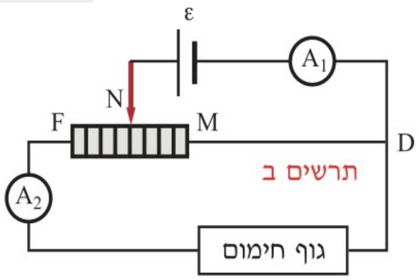
ב. מחזירים את נקודת המגע N לאמצע הנגד המשתנה MF. חשבו את הגדלים האלה:

[1] עוצמת הזרם בגוף החימום.

[2] כמות החום המתפתחת בגוף החימום במשך 5 דקות.

ג. חשבו את נצילות המעגל, בהנחה שהחום המתפתח בגוף החימום מנוצל במלואו, ושהחום המתפתח בנגד המשתנה אינו מנוצל כלל.

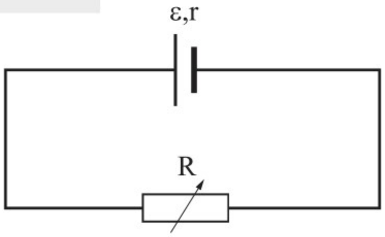
ד. מוסיפים למעגל תיל חסר התנגדות המחבר בין הנקודות M ו־D (נקודת המגע N עדיין באמצע הנגד המשתנה MF), ראו תרשים ב.

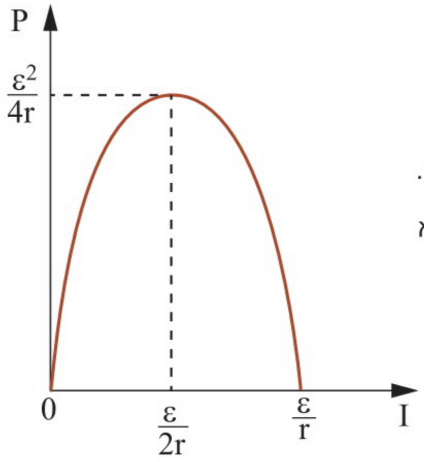


[1] חשבו מהי הוריית מד־הזרם A_1 ומהי הוריית מד־הזרם A_2.

[2] חשבו את נצילות המעגל, בהנחה שהחום המתפתח בגוף החימום מנוצל במלואו, ושהחום המתפתח בנגד המשתנה אינו מנוצל כלל.

16. בתרשים שלפניכם מתואר מעגל חשמלי הכולל מקור מתח, שהכא"מ שלו ε והתנגדותו הפנימית r, ונגד משתנה R. הגרף מתאר את ההספק P, המתפתח על הנגד המשתנה R כפונקציה של הזרם I במעגל.





א. רשמו ביטוי לקשר בין ההספק המתפתח על הנגד המשתנה לבין הזרם במעגל, כך שהקשר יתאים לצורת הגרף הנתון.

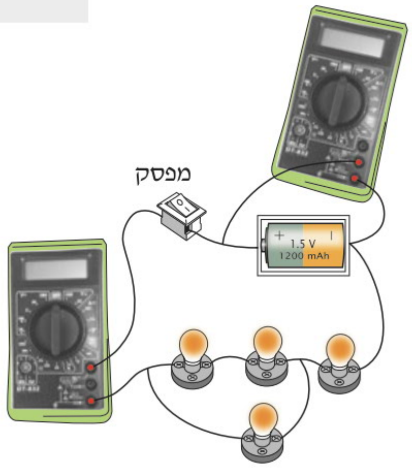
ב. רשמו ביטוי לקשר שהגעתם אליו בסעיף א, שערכי הזרם I בשני המצבים שבהם ההספק P מתאפס הם אפס ו־$\frac{\varepsilon}{r}$.

ג. הוכיחו שהזרם I, במצב שבו ההספק P הוא מקסימלי, שווה ל־$\frac{\varepsilon}{2r}$.

ד. הוכיחו שההספק המקסימלי שיכול להתפתח על הנגד המשתנה הוא $\frac{\varepsilon^2}{4r}$.

ה. הוכיחו שהתנגדות הנגד המשתנה R, המתאימה למצב שבו ההספק P הוא מקסימלי, שווה ל־r.

17. שני תלמידי פיזיקה חקרו מעגל חשמלי של פנס כיס. הם פירקו פנס כיס ישן ויצרו מעגל חשמלי הכולל את רכיביו: 4 נורות זהות, סוללה ומפסק. אליהם הוסיפו תילי חיבור אידיאליים ושני רבי-מודד אידאליים, האחד משמש מד-מתח והשני מד-זרם. לפניכם תרשים של המעגל החשמלי שהרכיבו התלמידים.



א. סרטטו במחברתכם תרשים סכמתי של המעגל החשמלי. השתמשו בסימנים המקובלים.

ב. התלמידים רשמו פעמיים את ההוריות של מכשירי המדידה: כאשר המפסק היה פתוח (הנורות אינן דולקות), וכאשר המפסק היה סגור (הנורות דולקות). בטבלה מוצגות תוצאות המדידות.

ההורייה / המפסק	מד-המתח $V[V]$	מד-הזרם $I[A]$
פתוח	1.5	0.0
סגור	1.35	0.166

[1] חשבו את ההתנגדות הפנימית של הסוללה.

[2] חשבו את ההתנגדות של הנורות, בהנחה שההתנגדות לא הושפעה מהתחממות הנורה.

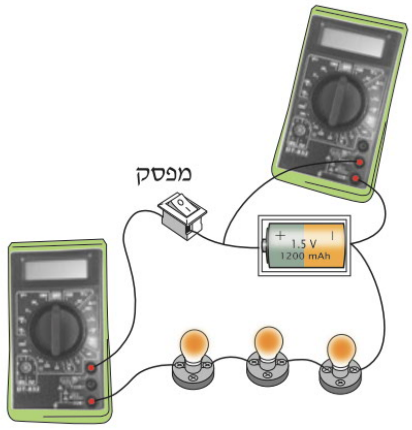
[3] חשבו את נצילות המקור.

ג. התלמידים הוציאו מהמעגל נורה אחת וחיברו את שלוש הנורות שנותרו, כמתואר בתרשים הבא.

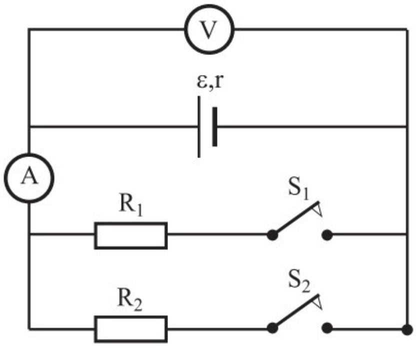
[1] חשבו מהי הוריית מד-הזרם במעגל חשמלי זה.

[2] חשבו מהי הוריית מד-המתח במעגל חשמלי זה.

[3] חשבו מהי נצילות המקור במעגל חשמלי זה.



18. המעגל החשמלי כולל מקור מתח ישר שהכא"מ שלו ε והתנגדותו הפנימית r, שני נגדים שהתנגדותם $R_1=12\Omega$, $R_2=4\Omega$ שני מפסקים, וולטמטר ואמפרמטר. הניחו שמכשירי המדידה הם אידיאליים.



א. כאשר שני המפסקים סגורים, מתפתח במעגל החיצוני הספק השווה לזה המתפתח במעגל החיצוני כאשר S_1 סגור ו- S_2 פתוח.

[1] מצאו את ההתנגדות הפנימית r של מקור המתח.

[2] האם ההספק המבוזבז במקור המתח בשני המקרים האלה שווה? אם כן, נמקו מדוע. אם לא, הסבירו באיזה מצב הוא גדול יותר.

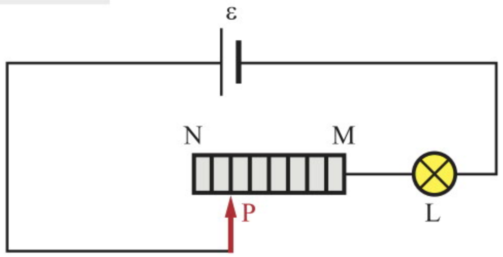
ב. כאשר S_1 פתוח ו-S_2 סגור, הוריית הוולטמטר היא $4[V]$.

[1] מהי הוריית האמפרמטר?

[2] מהו הכא"מ ε של מקור המתח?

ג. כאשר שני המפסקים סגורים, מחליפים את הנגד R_2 בנגד אחר R_3. במצב זה ההספק המנוצל במעגל החיצוני הוא מקסימלי. חשבו את R_3. הסבירו את דרך החישוב.

19. תלמיד בנה מעגל חשמלי שיאפשר שינוי של עוצמת הזרם דרך נורה. המעגל מכיל מקור מתח שהכא"מ שלו $\varepsilon=16[V]$ והתנגדותו הפנימית ניתנת להזנחה; נורה שרשום עליה $18[W]/6[V]$; ונגד משתנה אחיד MN שהתנגדותו המרבית 20Ω ואורכו $30[cm]$.



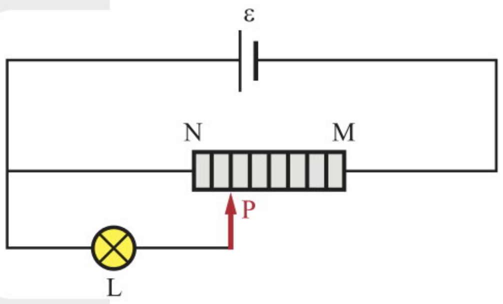
א. חשבו את המרחק בין הקצה M של הנגד המשתנה לבין המגע הנייד P, כאשר הנורה מאירה באורה המלא.

ב. חשבו את ההספק של מקור המתח כאשר הנורה מאירה באורה המלא.

ג. [1] כדי להקטין ברציפות את עוצמת האור של הנורה, לאיזה כיוון יש להזיז את המגע הנייד P, לכיוון הקצה N או לכיוון הקצה M? נמקו.

[2] האם יש מצב שבו הנורה תכבה לחלוטין, כאשר המגע הנייד P נמצא במגע עם הנגד המשתנה? נמקו.

התלמיד שינה את החיבורים ובנה את המעגל החשמלי המתואר בתרשים הבא. התלמיד הציב את המגע הנייד P בנגד המשתנה, כך שגם הפעם הנורה מאירה באורה המלא.



ד. מהו המרחק בין הקצה M של הנגד המשתנה לבין המגע הנייד P?

ה. חשבו את ההספק של מקור המתח כאשר הנורה מאירה באורה המלא.

ו. [1] כדי להקטין ברציפות את עוצמת האור של הנורה, לאיזה כיוון יש להזיז את המגע הנייד P, לכיוון הקצה N או לכיוון הקצה M? נמקו.

[2] האם יש מצב שבו הנורה תכבה לחלוטין, כאשר המגע הנייד נמצא במגע עם הנגד המשתנה? נמקו.

12 מעגלים מורכבים וחוקי קירכהוף

רקע תיאורטי

חוקי קירכהוף

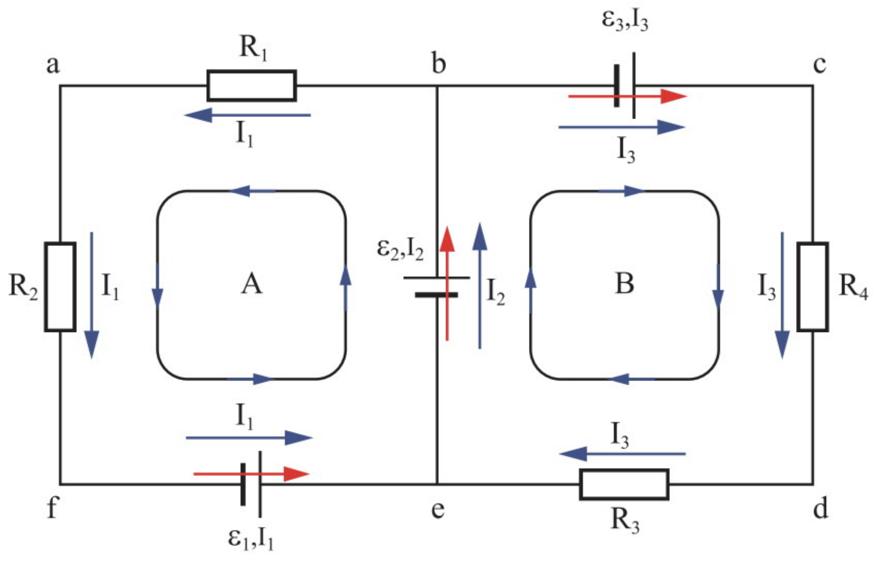
עד כה עסקנו במעגלי חשמל פשוטים יחסית, שכללו מעגל יחיד פשוט, או מעגל מורכב שאותו הצלחנו להפוך למעגל שקול פשוט, הכולל נגד שקול ותא חשמלי שקול. כך הצלחנו לחשב את הזרם במעגל הראשי ודרך כל רכיב, וכן את המתח בין קצותיו של כל רכיב, את ההספק של כל צרכן, ואת היעילות והנצילות של המעגל.

עבור ניתוח של מעגלים מורכבים יותר, נשתמש בשני כללים הידועים בשם **חוקי קירכהוף**, שאותם גילה וניסח בשנת 1845 הפיזיקאי הגרמני גוסטב רוברט קירכהוף (Gustav Robert Kirchhoff).

1) **כלל הזרמים** או **חוק הצומת**: סך הזרמים הנכנסים אל צומת, שווה לסך הזרמים היוצאים ממנו, $\sum_{\text{יוצא}} I = \sum_{\text{נכנס}} I$. בכלל הזה כבר השתמשנו באחד הפרקים הקודמים, והוא מתבסס על **שימור המטען** החשמלי.

2) **חוק המתחים**: הסכום האלגברי של המתחים החלקיים לאורך כל מסלול סגור במעגל (הנקרא "עניבה") שווה לאפס.

כלל זה מתבסס על כך ש**השדה האלקטרוסטטי**, בדומה לשדה הכבידה, הוא **שדה משמר**. לכן **עבודת השדה החשמלי** על חלקיק הנע **לאורך מסלול סגור** כלשהו במעגל החשמלי **תהיה תמיד אפס**. למסלול סגור במעגל חשמלי מקובל לקרוא **עניבה** או **לולאה**.



סימון זרמים ועניבות במעגל חשמלי להדגמת השימוש בחוקי קירכהוף

למשל, עבור המסלול הסגור $a \rightarrow b \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow a$ (עניבה A באיור שבעמוד הקודם), סך כל המתחים בעניבה שווה לאפס, כלומר: $V_{ab}+V_{be}+V_{ef}+V_{fa}=0$.

ניתן לנסח את חוק המתחים בצורה נוספת:

כל עניבה במעגל חשמלי (באיור מסומנות עניבה A ועניבה B) היא למעשה **מסלול טורי**. במסלול כזה, סך כל **ההספקים** שמספקים מקורות המתח שווה ל-$\sum I\varepsilon$. מצד שני, סך הספקי האנרגיה שצורכים הנגדים שווה ל-$\sum I^2R$. בשל שימור האנרגיה נקבל $\sum I\varepsilon=\sum I^2R$. נצמצם ב- I ונקבל $\sum \varepsilon=\sum IR$.

זהו הניסוח המתמטי המקובל ל**חוק המתחים של קירכהוף**.

פתרון מעגל באמצעות חוקי קירכהוף

פתרון מעגל חשמלי באמצעות חוקי קירכהוף שקול למעשה לפתרון של מספר משוואות אלגבריות עם מספר נעלמים, **כאשר מספר המשוואות חייב להיות שווה למספר הנעלמים**. נדגים ניתוח ופתרון של מעגל מורכב, כדוגמת זה שבאיור שבעמוד הקודם.

א. נסמן את הזרמים בכל הענפים, כאשר כיווני הזרמים נבחרים באופן **שרירותי**.

שימו לב: בשלב זה עדיין איננו יודעים את כיווני הזרמים האמיתיים. אם הבחירה שעשינו אינה מתאימה, הזרם הרלוונטי יתקבל שלילי.

ב. נחליט באופן שרירותי **לכל עניבה מה ייחשב ככיוון חיובי לזרם**.

בדוגמה שלנו, בחרנו את הכיוון החיובי **נגד** כיוון תנועת מחוגי השעון בעניבה A, ובכיוון **עם** תנועת מחוגי השעון בעניבה B. בהתאם לכך, לזרמים I_1, I_2 יהיו ערכים חיוביים בעניבה A, ולזרמים I_2, I_3 יהיו ערכים חיוביים בעניבה B.

ג. **נרשום משוואה המתבססת על כלל הזרמים** (חוק הצומת) **עבור כל אחת מנקודות הצומת**.

בדוגמה שלנו, בצומת שבנקודה b מתקיים: $I_2=I_1+I_3$ (1)

שימו לב, אמנם יש שני צמתים, אבל המשוואה עבור הצומת e תיתן משוואה זהה למשוואה הראשונה $I_1+I_3=I_2$. ככלל, מספר הצמתים שנשתמש בהם לכתיבת חוק הצומת יהיה תמיד קטן באחד ממספר הצמתים במעגל.

ד. נרשום את **המכפלות I·R על כל הנגדים**, כאשר לזרם יהיה ערך חיובי אם הוא בכיוון שבחרנו, ושלילי אם הוא בכיוון ההפוך.

ה. נסמן את **חץ הכיוון לכל מקור מתח** במעגל הכללי, מהלוח **השלילי** לעבר **החיובי**.

ו. **בכל עניבה נקבע ערך חיובי או שלילי לכל מקור מתח**. אם חץ הכיוון של מקור מתח זהה לכיוון הזרם השרירותי שבחרנו בעניבה, אז ייחשב חיובי, ואם הפוך – ייחשב שלילי. בדוגמה שלנו:

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ חיוביים בעניבה A, מכיוון שכיוונם זהה לכיוון הזרם (**נגד** כיוון תנועת מחוגי השעון).

$\varepsilon_2, \varepsilon_3$ חיוביים בעניבה B, מכיוון שכיוונם זהה לכיוון הזרם (**עם** כיוון תנועת מחוגי השעון).

ז. לכל עניבה נרשום משוואה המתבססת על כלל המתחים של קירכהוף $\sum IR = \sum \varepsilon$.

במקרה שלנו:

עבור עניבה A: (2) $I_1R_1 + I_1R_2 + I_1r_1 + I_2r_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$

ועבור עניבה B: (3) $I_3R_3 + I_3R_4 + I_3r_3 + I_2r_2 = \varepsilon_2 + \varepsilon_3$

קיבלנו מערכת של 3 משוואות ליניאריות עם 3 נעלמים (I_1, I_2, I_3), שאותה ניתן לפתור בהנחה שידועים ערכי ההתנגדויות והכא"מ.

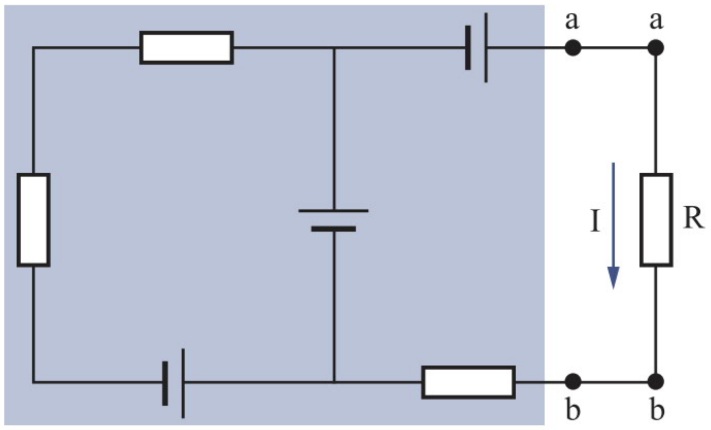
נשים לב: **מספר המשוואות הכולל, כולל משוואות חוק הזרמים, חייב להיות שווה למספר הנעלמים.**

חישוב המתח בין כל שתי נקודות במעגל חשמלי

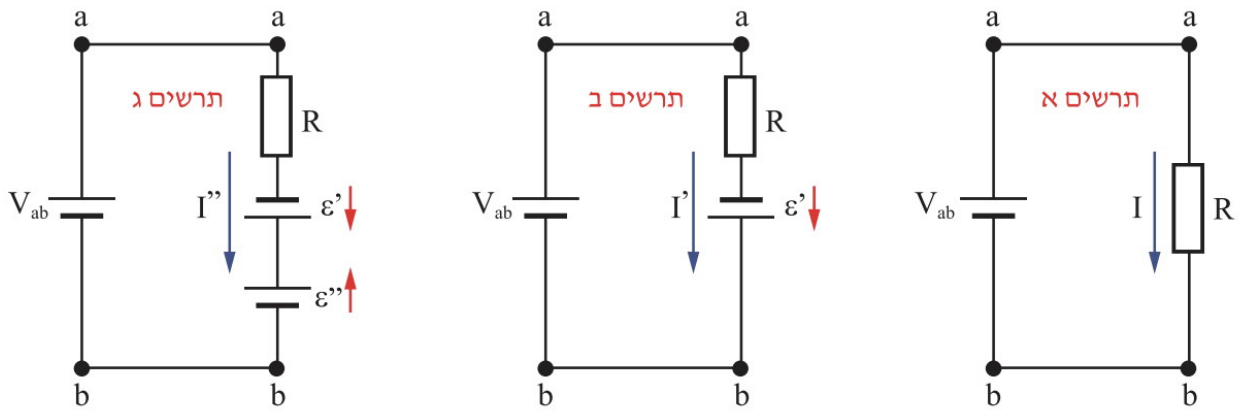
כדי להסביר את חישוב המתח בין שתי נקודות במעגל, נערוך ניסוי מחשבתי.

נתבונן לדוגמה בנגד R, המחובר בין נקודות a, b כחלק ממעגל חשמלי מורכב.

אם קיים מתח חשמלי בין הנקודות a,b (נסמן אותו V_{ab}) ומתקיים $V_a > V_b$, אזי דרך הנגד R זורם זרם שעוצמתו I וכיוונו מהפוטנציאל הגבוה אל הנמוך. לכן נוכל לרשום: $V_{ab} = I \cdot R$.



ניתן להמיר את המעגל הנתון במעגל שקול, שבו מחליפים את כל החלק הצבוע בכחול במקור מתח V_{ab} (כמתואר **בתרשים א**).



נניח כעת שמוסיפים מקור מתח ε′ בין a ל-b, שכיוונו (מחיובי לשלילי) **זהה** לכיוון הזרם שמזרים המקור V_{ab} (תרשים ב). עוצמת הזרם במעגל תשתנה ונוכל לרשום:

$$V_{ab} + \varepsilon' = I' \cdot R$$

$$V_{ab} = I' \cdot R - \varepsilon'$$

אם נוסיף כעת מקור מתח נוסף ε″ בין נקודות a ו-b, שכיוונו **הפוך** לכיוון הזרם שמזרים המקור V_{ab} (תרשים ג), תשתנה שוב עוצמת הזרם ונקבל:

$$V_{ab} + \varepsilon' - \varepsilon'' = I'' \cdot R$$

כלומר:

$$V_{ab} = I'' \cdot R - (\varepsilon' - \varepsilon'') = I'' \cdot R - \sum \varepsilon$$

אם נוסיף עוד נגדים ועוד מקורות מתח בין a ו-b, **נוכל להכליל ולקבל**:

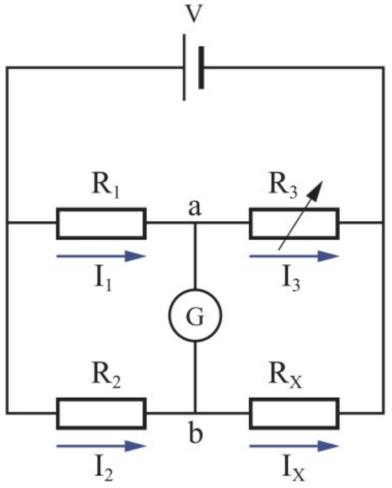
$$V_{ab} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon$$

זהו הביטוי הכללי, המאפשר לחשב את הפרש הפוטנציאלים בין שתי נקודות במעגל, כאשר יש להקפיד על הסימנים האלגבריים. אם חץ הכיוון של מקור מתח זהה לכיוון הזרם, אז ε ייחשב חיובי, ואם הפוך - ε ייחשב שלילי.

גשר ויטסטון

כפי שראינו, חוק אוהם מאפשר לחשב התנגדות של נגד באמצעות מדידת המתח עליו והזרם דרכו.

ראינו גם שמכשירי מדידה כמו מד-מתח ומד-זרם אינם אידיאליים. בדרך כלל ניתן להזניח את שגיאת המדידה, אך במקרים שבהם ההתנגדות גדולה מאוד או קטנה מאוד, שגיאת המדידה עלולה להיות גדולה. במקרים כאלה, כאשר אין אפשרות למדידה ישירה של התנגדות, ניתן לבצע את המדידה באמצעות מעגל חשמלי הקרוי **גשר ויטסטון** (על שמו של המדען האנגלי Charles Wheatstone).



המעגל מורכב מהרכיבים הבאים: שני נגדים בעלי התנגדויות קבועות R_1 ו-R_2, נגד משתנה R_3, נגד שהתנגדותו אינה ידועה R_x, מקור מתח V שהתנגדותו הפנימית זניחה, וגלוונומטר. **הגלוונומטר** הוא מכשיר רגיש למעבר זרם חשמלי דרכו ובעל התנגדות פנימית שאינה זניחה. ניתן לעשות בו שימוש כמד-זרם או כמד-מתח, לפי רצוננו.

לשם מדידת ההתנגדות של R_x, משנים את התנגדות הנגד המשתנה R_3 עד שהגלוונומטר מורה אפס.

במצב זה מתקיים $I_1 = I_3$ וכן $I_2 = I_x$ כי אין זרם בין a ל-b.

כמו כן מתקיים $V_1 = V_2$, $V_3 = V_x$ מאותה סיבה (a ו-b באותו פוטנציאל).

אבל: $V_1 = I_1R_1$, $V_2 = I_2R_2$ וכן: $V_3 = I_3R_3$, $V_x = I_xR_x$

לכן: $I_1R_1 = I_2R_2$ וכן: $I_3R_3 = I_xR_x$, ומכאן: $\frac{I_3R_3}{I_1R_1} = \frac{I_xR_x}{I_2R_2}$.

מכיוון שבשני האגפים הזרם במונה שווה לזרם במכנה, נוכל לצמצם ולקבל: $\frac{R_3}{R_1} = \frac{R_x}{R_2}$ או $R_x = R_2\frac{R_3}{R_1}$.

ערכי הנגדים R_1 ו-R_2 קבועים וידועים מראש, R_3 נמדד לפי ערך הנגד המשתנה במצב זרם אפס, ומכאן ניתן לחשב את ההתנגדות הלא ידועה R_x.

סיכום

1. שני חוקי קירכהוף מאפשרים לחשב זרמים ומתחים במעגלים חשמליים מורכבים.

   א. **חוק הצומת**: סך הזרמים הנכנסים אל הצומת שווה לסך הזרמים היוצאים ממנו: $\Sigma_{in} I=\Sigma_{out} I$.

   ב. **חוק המתחים**: הסכום האלגברי של המתחים החלקיים לאורך כל מסלול סגור במעגל, הנקרא "עניבה" או "לולאה", שווה לאפס, כלומר: $\sum I \cdot R = \sum \varepsilon$.

2. ניתוח ופתרון של מעגל מורכב באמצעות חוקי קירכהוף, כולל את השלבים הבאים:

   א. סימון הזרמים בכל ענף במעגל, כאשר כיווני הזרמים נבחרים באופן שרירותי.

   ב. החלטה שרירותית לגבי הכיוון החיובי של הזרם בכל עניבה, עם או נגד תנועת מחוגי השעון.

   ג. כתיבת משוואה המתבססת על כלל הזרמים (חוק הצומת) עבור כל נקודת צומת.

   ד. רישום כל המכפלות $I \cdot R$ על כל הנגדים, כאשר לזרם יהיה ערך חיובי אם הוא בכיוון שבחרנו באותה לולאה, ושלילי אם הוא בכיוון ההפוך.

   ה. סימון חץ הכיוון לכל מקור מתח במעגל הכללי, מהלוח השלילי לעבר החיובי.

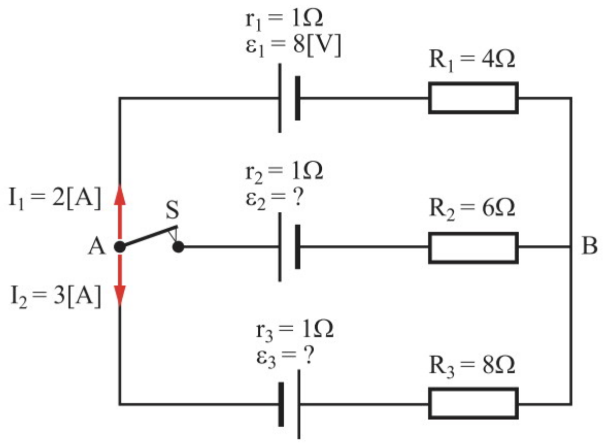
   ו. קביעת ערך חיובי או שלילי לכל מקור מתח: אם חץ הכיוון של מקור המתח זהה לכיוון הזרם השרירותי שבחרנו בעניבה, אז הוא ייחשב חיובי, אחרת – שלילי.

   ז. עבור כל עניבה, כתיבת משוואה המתבססת על כלל המתחים של קירכהוף: $\sum I \cdot R = \sum \varepsilon$.

3. ניתן לחשב את המתח בין כל שתי נקודות במעגל חשמלי מורכב באמצעות הביטוי: $V_{xy} = \sum IR - \sum \varepsilon$, כאשר כללי סימני הזרם ומקורות המתח זהים לאלה שבסעיף הקודם.

4. גשר ויטסטון הוא מעגל חשמלי המיועד למדידת התנגדות במקרים שבהם חישוב ישיר באמצעות מדידת זרם ומתח כרוך בשגיאות מדידה גדולות. כאשר גשר ויטסטון מאוזן מתקיים: $R_x = R_2 \frac{R_3}{R_1}$, כאשר ההתנגדות של הנגד R_x אינה ידועה, R_1 ו-R_2 התנגדויות קבועות וידועות, ו-R_3 התנגדות משתנה (פוטנציומטר).

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)



דוגמה מספר (1)

נתון המעגל החשמלי המתואר בתרשים:

א. מהו הזרם העובר דרך המפסק S כאשר הוא סגור? נמקו.

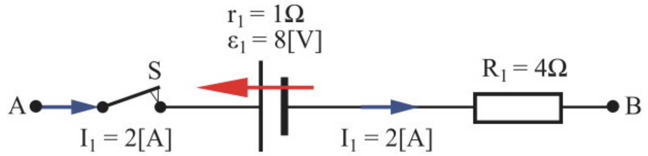
ב. מהו הפרש הפוטנציאלים V_{AB}?

ג. מצאו את הכא"מ של שני מקורות המתח ε_2 ו-ε_3.

פתרון דוגמה מספר (1)

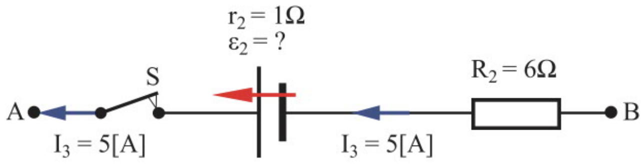
א. על פי חוק הזרמים של קירכהוף, סכום הזרמים הנכנסים לצומת שווה לסכום הזרמים היוצאים מהצומת, לפיכך הזרם העובר דרך המפסק S, השווה לזרם שנכנס לצומת A, שווה ל- 5[A].

ב. נחשב את המתח בין שתי הנקודות A ו-B בעזרת הענף **העליון**:



$$V_{AB} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = I_1 \cdot r_1 + I_1 \cdot R_1 - (-\varepsilon_1) = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 4 - (-8) = 18[V]$$

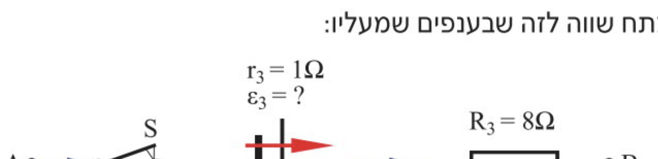
ג. עבור הענף **האמצעי**, המתח שווה לזה שבענף העליון (בין אותן שתי נקודות):



$$V_{AB} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = -I_3 \cdot r_2 - I_3 \cdot R_2 - (-\varepsilon_2) = 18[V]$$

$$-5 \cdot 1 - 5 \cdot 6 - (-\varepsilon_2) = 18 \Rightarrow \varepsilon_2 = 53[V]$$

עבור הענף **התחתון**, המתח שווה לזה שבענפים שמעליו:

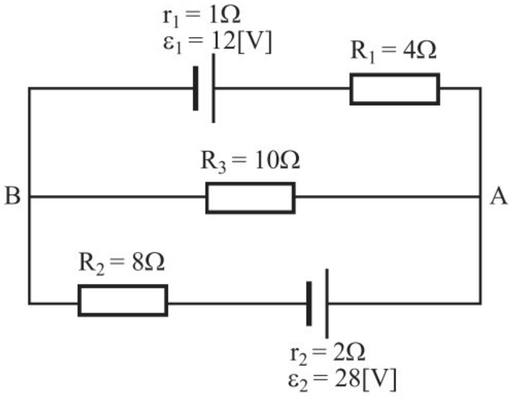


$$V_{AB} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon \Rightarrow I_2 \cdot r_3 + I_2 \cdot R_3 - (\varepsilon_3) = 18[V]$$

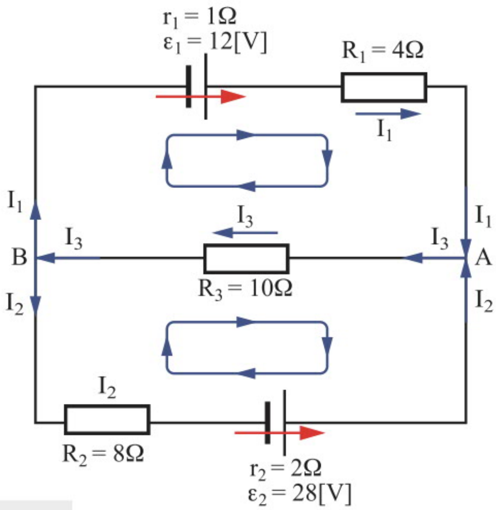
$$3 \cdot 1 + 3 \cdot 8 - (\varepsilon_3) = 18 \Rightarrow \varepsilon_3 = 9[V]$$

דוגמה מספר (2)

יש לחשב את הזרם דרך כל אחד מהנגדים במעגל שמתואר בתרשים.



פתרון דוגמה מספר (2)



שלב ראשון – סימון זרם בכל ענף במעגל. כיווני הזרמים נבחרים בצורה שרירותית.

שלב שני – נשתמש בחוק הזרמים של קירכהוף לגבי הצמתים במעגל, כדי למצוא קשרים בין זרמי הענפים.

לגבי הצומת A נקבל: $I_1 + I_2 - I_3 = 0$

כפי שניתן לראות, אותם זרמים זורמים בצומת B ובצומת A, אולם בכיוונים הפוכים. לכן בצומת B תתקבל אותה המשוואה כמו בצומת A.

שלב שלישי – נשתמש בחוק המתחים של קירכהוף לגבי העניבות במעגל. נבחר כיוון הקפה חיובי בכיוון השעון בעניבה העליונה ובעניבה התחתונה.

בעניבה העליונה נקבל:

$$V_{AA} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = (I_3 \cdot R_3 + I_1 \cdot r_1 + I_1 \cdot R_1) - (\varepsilon_1) = 0$$

$$\varepsilon_1 - I_3 \cdot R_3 - I_1 \cdot r_1 - I_1 \cdot R_1 = 0$$

בעניבה התחתונה נקבל:

$$V_{AA} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = (-I_2 \cdot r_2 - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3) - (-\varepsilon_2) = 0$$

$$\varepsilon_2 - I_2 \cdot r_2 - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 = 0$$

קיבלנו שלוש משוואות בשלושה נעלמים:

$$(1) \quad I_3 = I_1 + I_2$$

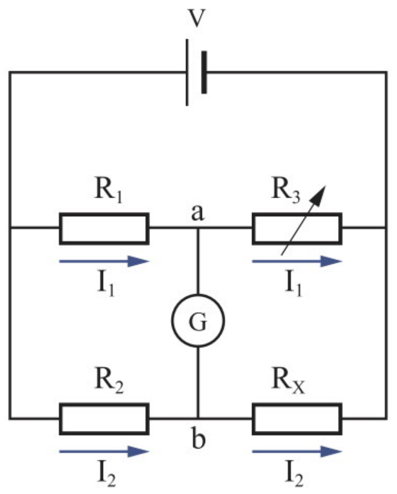
$$(2) \quad I_1 \cdot (r_1 + R_1) + I_3 \cdot R_3 = \varepsilon_1 \quad \Rightarrow 5I_1 + 10I_3 = 12 \Rightarrow 5I_1 + 10(I_1 + I_2) = 12 \Rightarrow 15I_1 + 10I_2 = 12$$

$$(3) \quad I_2 \cdot (r_2 + R_2) + I_3 \cdot R_3 = \varepsilon_2 \Rightarrow \quad 10I_2 + 10I_3 = 28 \Rightarrow 10I_2 + 10(I_1 + I_2) = 28 \Rightarrow 10I_1 + 20I_2 = 28$$

מפתרון מערכת המשוואות מתקבל:

$I_1 = -0.2[A] \qquad I_2 = 1.5[A] \qquad I_3 = 1.3[A]$

דוגמה מספר (3) - גשר ויטסטון



בתרשים שלפניכם מוצג מעגל חשמלי שבעזרתו אפשר למדוד התנגדות לא ידועה של נגד R_x.

המעגל מורכב מן הרכיבים האלה: שני נגדים בעלי התנגדות קבועה R_1 ו-R_2, נגד משתנה R_3, מקור המתח V שהתנגדותו הפנימית זניחה, ומד-מתח אידיאלי G. לצורך מדידת ההתנגדות של R_x, משנים את ההתנגדות של הנגד המשתנה R_3 עד שמד-המתח מורה אפס.

א. הוכיחו שכאשר מד-המתח מורה אפס, הביטוי:

$$V_2 = V\frac{R_2}{R_2+R_X}$$

מתאר את המתח V_2 על הנגד R_2.

ב. הוכיחו שכאשר מד-המתח מורה אפס, אפשר לחשב את R_x בעזרת הביטוי:

$$R_X = \frac{R_2}{R_1}\cdot R_3$$

ג. נתון: $R_x=5k\Omega$; $R_2=20k\Omega$; $R_1=60k\Omega$; $V=20[V]$ (כאשר מד-המתח מורה אפס).
חשבו את V_3 המתאר את המתח על הנגד R_3.

פתרון דוגמה מספר (3)

א. נסמן את הזרם הזורם בענף התחתון ב-I_2. במצב שבו הגלוונומטר מורה אפס, סכום המתחים בענף התחתון שווה למתח המקור, לכן:

$$I_2 = \frac{V}{R_2+R_X}$$

$$V_2 = I_2R_2 = \frac{V}{R_2+R_X}\cdot R_2 = V\cdot\frac{R_2}{R_2+R_X}$$

ב. כאשר הגלוונומטר מורה אפס, מתקיים:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow I_1R_1 = I_2R_2$$

$$V_3 = V_X \Rightarrow I_1R_3 = I_2R_x$$

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_x} \Rightarrow R_x = \frac{R_2}{R_1}\cdot R_3$$

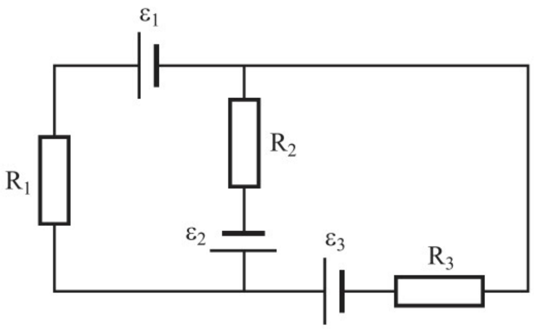
ג. הזרם בענף התחתון:

$$I_2 = \frac{V}{R_2+R_X} = \frac{20}{20000+5000} = 8\cdot10^{-4}[A]$$

$$V_3 = V_X = I_2\cdot R_X = 8\cdot10^{-4}\cdot5000 = 4[V]$$

תרגילים

1. התרשים שלפניכם מתאר מעגל חשמלי, הכולל שלושה מקורות כא"מ שהתנגדויותיהם הפנימיות ניתנות להזנחה, ושלושה נגדים.

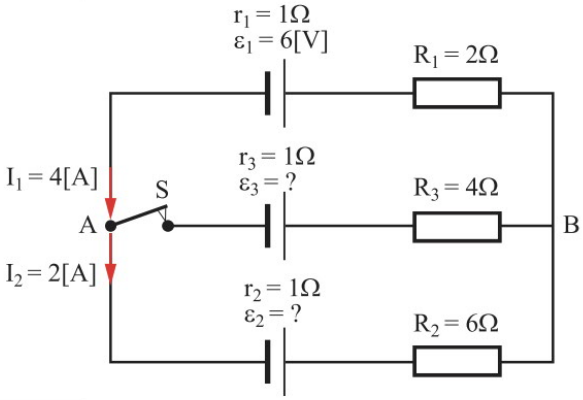


א. העתיקו את התרשים למחברתכם, וסמנו בו את כיווני הזרמים על פי בחירתכם.

באמצעות נתוני המעגל ועל סמך חוקי קירכהוף, רשמו שלוש משוואות שמתוכן ניתן למצוא את הזרמים העוברים דרך שלושת המקורות. אינכם נדרשים לפתור את המשוואות.

ב. על אילו חוקי שימור מבוססים חוקי קירכהוף?

2. נתון המעגל החשמלי במצב שבו המפסק S סגור.



א. מהו הזרם העובר דרך המפסק S? נמקו.

ב. מהו הפרש הפוטנציאלים V_{AB}?

ג. מצאו את הכא"מ של שני מקורות המתח ε_2 ו־ε_3.

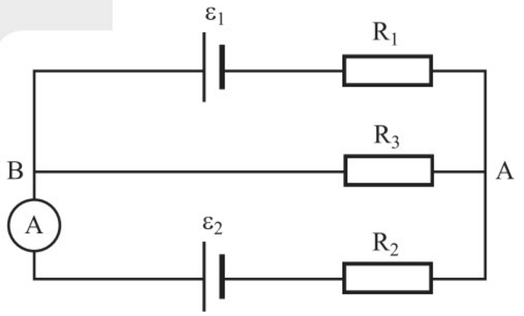
ד. פותחים את מפסק S. מצאו את:

[1] הזרם (גודל וכיוון) במעגל.

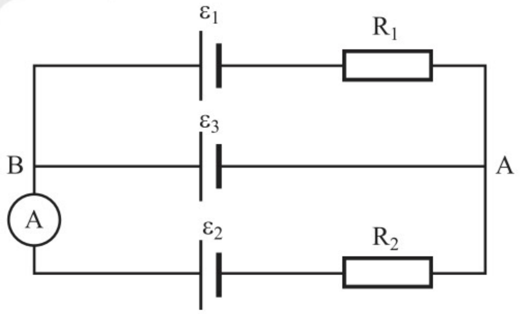
[2] הפרש הפוטנציאלים V_{AB}.

[3] מתח ההדקים של כל אחד משלושת המקורות.

3. במעגל המתואר בתרשים א', התנגדויות המקורות וכן התנגדות מד־הזרם ניתנות להזנחה.



תרשים א



תרשים ב

א. באמצעות נתוני המעגל ועל סמך חוקי קירכהוף, רשמו משוואות שמתוכן ניתן למצוא את הזרמים העוברים דרך שני המקורות.

ב. בטאו את היחס $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$, אם מד־הזרם מורה אפס.

ג. מנתקים את הנגד R_3 מהחיבור למעגל.

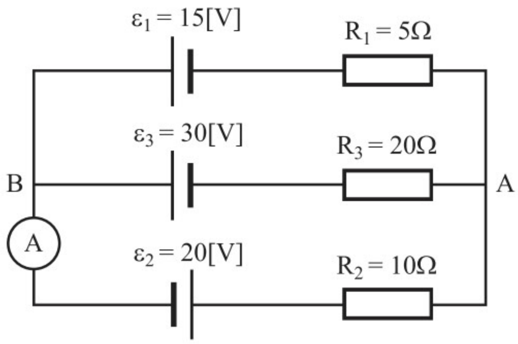
רשמו ביטוי ליחס $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$, אם מד־הזרם מורה אפס.

ד. במקום הנגד R_3 מחברים מקור מתח נוסף ε_3 שהתנגדותו הפנימית זניחה (תרשים ב).

[1] איזה קשר מתמטי מתקיים בין ε_3 ל־ε_2 אם מד־הזרם מורה אפס?

[2] מהו הזרם העובר דרך מקור הכא"מ ε_1 אם מד־הזרם מורה אפס?

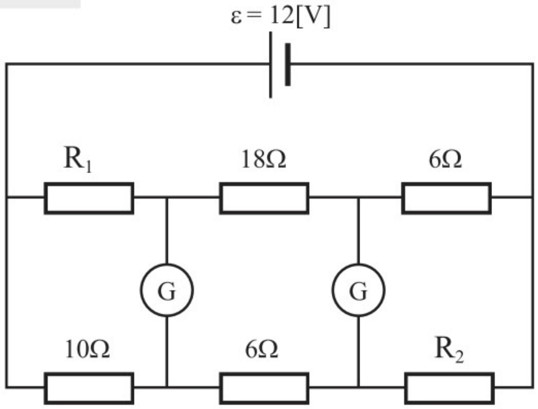
4. יש לחשב את הזרם דרך כל אחד מהנגדים שבמעגל הבא.



5. נתון המעגל החשמלי הבא. במצב המתואר שני הגלוונומטרים G מורים על אפס. הכא"מ של מקור המתח הוא $\varepsilon=12[V]$. ההתנגדויות של כל הרכיבים זניחות, מלבד אלו של הנגדים.

א. חשבו את התנגדויות הנגדים R_1 ו-R_2.

ב. חשבו את עוצמת הזרם דרך הנגדים R_1 ו-R_2.



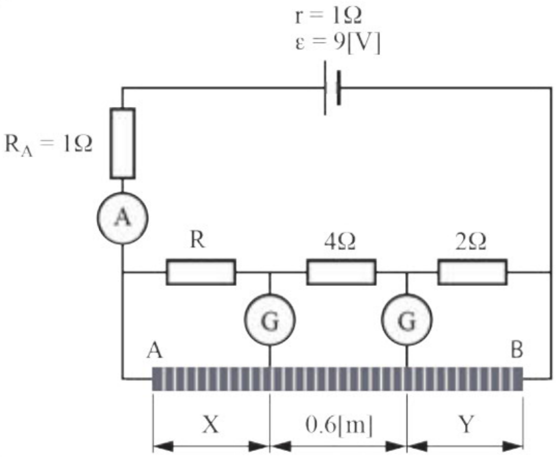
6. נתון המעגל החשמלי הבא. אורך התיל האחיד AB הוא 180 ס"מ, והתנגדותו אינה ידועה. במצב המתואר, שני הגלוונומטרים G מורים על אפס. התנגדות מד-הזרם הוא $R_A=1\Omega$ והוא מורה על $0.8[A]$. הכא"מ של מקור המתח $\varepsilon=9[V]$ והתנגדותו הפנימית $r=1\Omega$.

א. חשבו את המתח בין הדקי התיל AB.

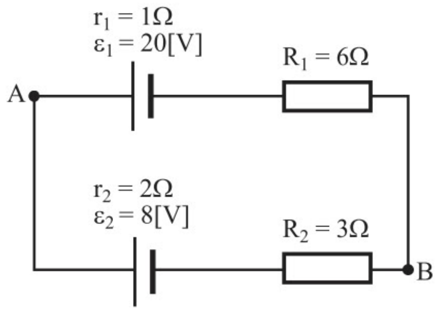
ב. חשבו את התנגדות הנגד R ואת אורכי הקטעים X ו-Y.

ג. חשבו את עוצמת הזרם דרך הנגדים ודרך קטעי התיל.

ד. חשבו את התנגדות התיל.



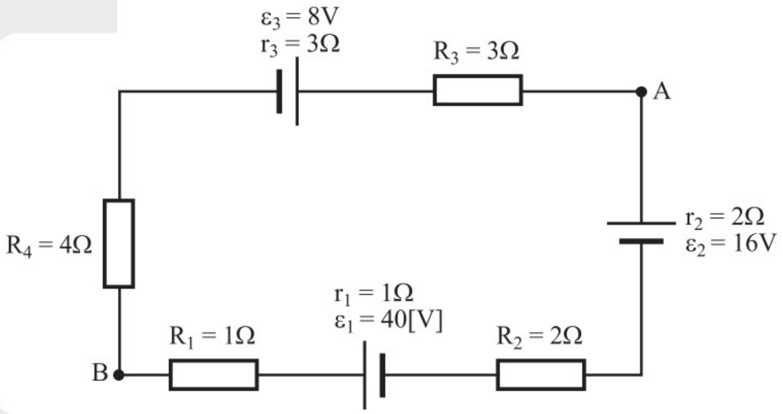
7. עבור המעגל החשמלי המתואר בתרשים:



א. חשבו את המתח בין הנקודות A ו-B.

ב. מצאו את מתח ההדקים על פני כל אחד ממקורות המתח.

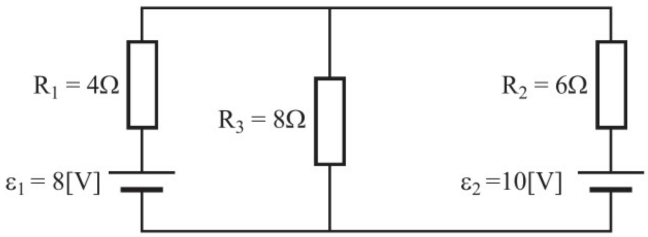
8. עבור המעגל החשמלי המתואר בתרשים:



א. חשבו את המתח בין הנקודות A ו-B.

ב. מצאו את מתח ההדקים על פני כל אחד ממקורות המתח.

9. נתון המעגל החשמלי הבא, שבו ההתנגדויות הפנימיות של מקורות המתח זניחות.



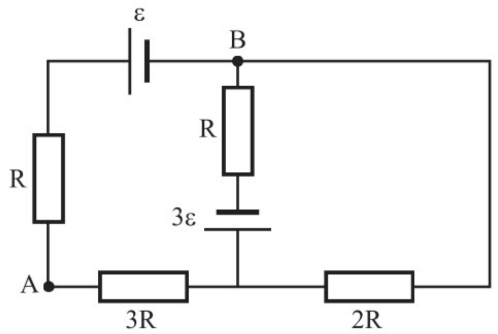
א. חשבו את הזרם דרך הנגד R_3.

ב. חשבו את הזרם דרך הנגד R_3 כאשר מקור המתח ε_1 מקוצר.

ג. חשבו את הזרם דרך הנגד R_3 כאשר מקור המתח ε_2 מקוצר.

ד. כתבו מסקנה כוללת לגבי הזרם דרך רכיב מסוים, המחובר למעגל בעל מספר מקורות מתח.

10. במעגל החשמלי המתואר בתרשים, ההתנגדויות הפנימיות של מקורות המתח זניחות ונתונים R ו-ε.



א. מהו הזרם דרך הנגדים שהתנגדויותיהם 2R ו-3R?

ב. מהו המתח V_{AB}?

ג. מהו הכא"מ ′ε של מקור מתח, **שאילו היה מחובר** בטור לנגד שהתנגדותו 2R, היה גורם לכך שלא יזרום דרכו זרם? ציינו מה כיוון הדקיו של מקור מתח זה.

13 קיבול וקבלים במעגל החשמלי

רקע תיאורטי

קיבול ופוטנציאל

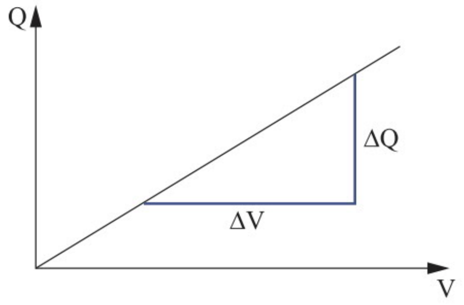
בפרק שעסק בפוטנציאל חשמלי ראינו שפוטנציאל V_R של כדור מוליך שרדיוסו R ומטענו Q נתון על ידי $V_R = \frac{k \cdot Q}{R}$, כאשר k הוא **קבוע קולון**, שערכו ביחידות הסטנדרטיות SI: $k \approx 9 \cdot 10^9 \left[\frac{N \cdot m^2}{C^2}\right]$.

מכאן ניתן לראות שמתקיים יחס ישר בין **הפוטנציאל** של כדור לבין **מטענו**: $\frac{R}{k} = \frac{Q}{V}$.

הגודל $\frac{R}{k}$ קבוע עבור כדור בעל גיאומטריה נתונה (רדיוס נתון).

נסמן גודל זה באות C ונגדיר אותו **כקיבול** של הכדור $C = \frac{Q}{V}$.

באופן מעשי, המטען והפוטנציאל של הכדור משתנים במהלך הטעינה שלו. בגרף מתואר הקשר הליניארי בין המטען לבין הפוטנציאל במהלך הטעינה. שיפוע הישר שווה לקיבול, כלומר: $C = \frac{\Delta Q}{\Delta V}$, כאשר ΔQ הוא השינוי במטען הכדור ו-ΔV הוא השינוי בפוטנציאל שלו.



היחס בין המטען לבין הפוטנציאל מגדירים את הקיבול

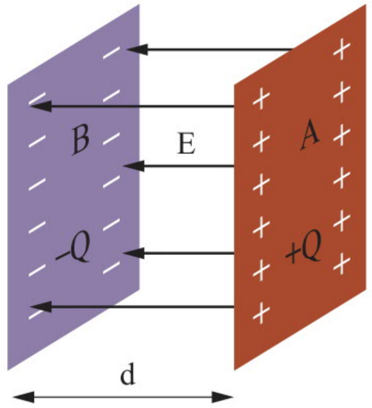
יחידת הקיבול במערכת SI מוגדרת כ**פאראד** (Farad) ומסומנת באות F, כאשר בהתאם לקשר שהוצג לעיל מתקיים: $1[F] = \frac{1[C]}{1[V]}$.

באופן מילולי: אם נוסיף לכדור מטען של **קולון אחד**, וכתוצאה מכך הפוטנציאל שלו יעלה ב**וולט אחד**, אז נאמר שהקיבול שלו הוא **פאראד אחד**.

יחידה של 1[F] היא גדולה מאוד, לכן מקובל להשתמש ביחידות כמו **מילי–פאראד** (mF), **מיקרו–פאראד** (µF), **ננו–פאראד** (nF) או **פיקו–פאראד** (pF). לשם פרופורציה, הקיבול החשמלי של כדור מוליך, שרדיוסו כרדיוס כדור הארץ (כ-6,400 ק"מ) הוא: $C = \frac{6.4 \cdot 10^6}{9 \cdot 10^9} \approx 0.0007[F] = 0.7[mF]$, כלומר קטן מאוד...

קבל לוחות

עד כה הגדרנו וחישבנו קיבול של גוף מוליך כדורי.



קבל לוחות

מתברר שלמערך של שני גופים מוליכי חשמל הטעונים במטענים מנוגדים, יש קיבול גדול יותר מאשר לגוף מוליך בודד. מערך כזה נקרא **קבל** והוא משמש לאגירת אנרגיה חשמלית. דוגמה לכך היא קבל המורכב משני לוחות מוליכים טעונים, המופרדים על ידי חומר מבדד. באופן מעשי מספיק לטעון לוח אחד במטען כלשהו ולחבר לאדמה את הלוח השני. הלוח השני ייטען במטען מנוגד בגלל השראה חשמלית. בין שני הלוחות ייווצר שדה חשמלי.

נניח שהפוטנציאל על לוח A הוא V_A ועל לוח B הוא V_B. לכן המתח V בין שני הלוחות שווה $V=V_A-V_B$, וגודל המטען על כל אחד מהלוחות הוא Q (למעשה, על לוח אחד יש מטען Q+ ועל הלוח השני Q–). הקיבול C של הקבל מוגדר כיחס בין המטען האגור בו לבין הפרש הפוטנציאלים בין הדקיו $C=\dfrac{Q}{V}$.

שימו לב: גודל המטען המקסימלי שניתן להוסיף לגוף מוליך בכלל ולקבל לוחות בפרט, מוגבל על ידי קיבולו. ככל שמוסיפים יותר מטען, כך הפוטנציאל עולה והשדה החשמלי גדל מאוד, עד שמטען מתחיל לעבור מהגוף אל האוויר. לעיתים מעוניינים להגדיל ככל האפשר את קיבולו של גוף, כדי שישמש לצרכים שונים במעגלי חשמל ואלקטרוניקה וגם כמקור אנרגיה.

גורמים הקובעים את הקיבול של קבל לוחות

קיבול הוא תכונה פיזיקלית הקשורה במאפיינים הגיאומטריים של הקבל ובחומרים המרכיבים אותו.

עבור קבל לוחות, גודל הקיבול תלוי בשטח כל אחד מהלוחות (A) ובמרחק בין הלוחות (d). ניווכח שיש השפעה גם לסוג החומר המבדד הנמצא בין הלוחות.

כאשר שטח כל אחד מלוחות הקבל גדול בהרבה בהשוואה למרחק שבין הלוחות, ניתן להניח כי השדה בין הלוחות הוא אחיד, כפי שראינו עבור שני לוחות אינסופיים הטעונים במטענים מנוגדים.

כפי שכבר ראינו, השדה החשמלי E בין שני לוחות מוליכים שהמרחק ביניהם d נתון על ידי $E=\dfrac{V}{d}$, כלומר $V=E\cdot d$.

בנוסף, ניזכר שהשדה החשמלי בין שני לוחות אינסופיים הטעונים במטענים מנוגדים נתון על ידי $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$,

כאשר ε_0 הוא **המקדם הדיאלקטרי של הריק** (ובקירוב גם של האוויר) ו–σ היא **צפיפות המטען על הלוחות**, המוגדרת כ– $\sigma=\dfrac{Q}{A}$.

לכן מתקיים $C=\dfrac{Q}{V}=\dfrac{\sigma\cdot A}{E\cdot d}$. נציב $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ ונקבל $C=\dfrac{\varepsilon_0\cdot A}{d}$.

עד כה דנו בקבלים שבין לוחותיהם נמצא אוויר. נסמן ב– C_0 את הקיבול של קבלים כאלה, כך ש: $C_0=\dfrac{\varepsilon_0\cdot A}{d}$

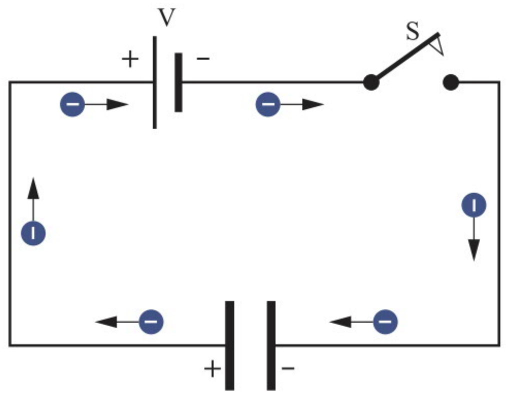
מתברר שאם שמים חומר מבדד בין הלוחות, הקיבול C גדול יותר בהשוואה לקיבול הקבל בריק.

היחס $\dfrac{C}{C_0}$ נקרא בשם **המקדם הדיאלקטרי היחסי** ומסומן ב– ε_r. לכן: $C=\dfrac{\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r\cdot A}{d}$

נגדיר $\varepsilon=\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0$ המקדם הדיאלקטרי של החומר המבדד, ונקבל: $C=\dfrac{\varepsilon\cdot A}{d}$.

לסיכום: גודל הקיבול של קבל לוחות נמצא **ביחס ישר לשטח הלוחות ולמקדם הדיאלקטרי** של החומר שביניהם, **וביחס הפוך למרחק ביניהם**.

טעינה של קבל לוחות

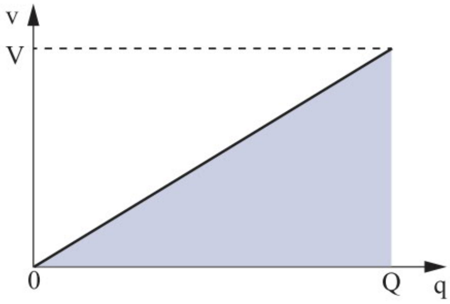


תנועת מטענים במהלך טעינה של קבל לוחות

באיור שלפנינו, מקור מתח אידיאלי מחובר במעגל ישירות לקבל לוחות. עם סגירת המעגל על ידי המפסק S, מתחילה טעינה של שני לוחות הקבל **במטענים מנוגדים**. אלקטרונים נעים מההדק השלילי של מקור המתח אל לוח הקבל המחובר להדק זה, ובמקביל אלקטרונים מהלוח השני נעים אל ההדק החיובי.

מיד עם תחילת הטעינה, לוחות הקבל מפעילים כוחות **דחייה** על המטענים הנעים, ההולכים וגדלים במהלך הטעינה. כוחות דחייה אלה מנסים למנוע את המשך הטעינה ונפסקים ברגע שבו הפוטנציאלים על לוחות הקבל משתווים לפוטנציאלים על הדקי מקור המתח.

אנרגיה של קבל טעון



גרף מתח–מטען במהלך טעינת קבל

כדי להניע מטען אל לוחות הקבל במהלך הטעינה שלהם, **נעשית על ידי מקור המתח עבודה** ΔW, הנתונה על ידי המשוואה $\Delta W = \Delta q \cdot \Delta V(q)$, כאשר $V(q)$ הוא המתח בין לוחות הקבל, שהולך ועולה במהלך הטעינה עד שהוא משתווה למתח המקור V.

לצורך חישוב העבודה המושקעת עד לטעינה מלאה של הקבל, נסרטט גרף של $V(q)$ כפונקציה של המטען q, מ-$q=0$ ועד לסיום הטעינה במצב שבו $q=Q$.

גודלו של השטח הכלוא מתחת לגרף בטווח זה שווה ל- $\frac{V \cdot Q}{2}$, ומשמעותו היא **העבודה W המושקעת בטעינת הקבל**, השווה לאנרגיה הכוללת U שדרושה לטעינת הקבל עד למטען המקסימלי Q.

נזכור ש: $Q=C\cdot V$ או $V=\frac{Q}{C}$ ונקבל נוסחאות נוספות לחישוב **האנרגיה האגורה בקבל**:

$$U_c = \frac{V \cdot Q}{2} = \frac{C \cdot V^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

את האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית U_c הנאגרת בקבל הטעון, ניתן לנצל לצרכים שונים.

כזכור, האנרגיה המסופקת על ידי מקור המתח שווה ל- $U_s = V \cdot Q$, והאנרגיה האגורה בקבל שווה ל: $U_c = \frac{V \cdot Q}{2}$

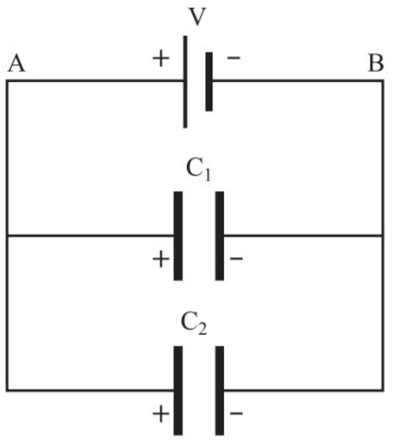
יתרת האנרגיה מומרת לחום בתילים ובמקור המתח וערכה הוא: $U_R = U_s - U_c = V \cdot Q - \frac{V \cdot Q}{2} = \frac{V \cdot Q}{2}$

לסיכום, האנרגיה הנאגרת בקבל שווה תמיד **למחצית** האנרגיה המסופקת על ידי מקור המתח. יתרת האנרגיה מומרת לחום בתילים או במקור, ללא תלות בערכי הקבל וההתנגדויות.

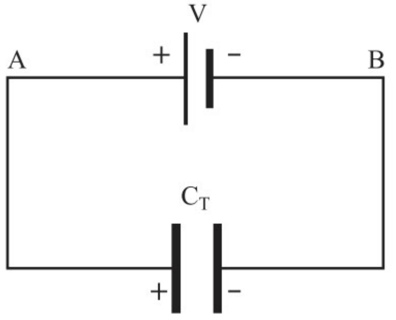
חיבור קבלים

במעגליים חשמליים נדרשים לעיתים לחבר מספר קבלים. נכיר מספר חיבורים אפשריים.

חיבור קבלים במקביל



מעגל חשמלי עם קבלים מחוברים במקביל



מעגל חשמלי עם קבל שקול

במעגל קבלים מקבילי, הקבלים מחוברים כך שלמעשה כולם קשורים בין שתי נקודות. באיור מתואר מעגל חשמלי ובו שני קבלים C_1 ו-C_2 המחוברים במקביל למקור מתח V.

באופן דומה להגדרת נגד שקול (כפי שראינו בפרקים הקודמים), מגדירים **קבל שקול** C_T כקבל יחיד, שאילו היה מחליף את צירוף הקבלים במעגל, אזי הקיבול במעגל לא היה משתנה.

הקבלים מחוברים לאותו מקור מתח, לכן המתח בין קצות כל אחד מהנגדים שווה למתח המקור V, כלומר: $V_T=V_1=V_2$.

חוק שימור המטען קובע כי כמות המטען הכוללת Q_T המועברת ממקור המתח, חייבת להיות שווה לסכום המטענים Q_1 ו-Q_2 שנאגרו בשני הקבלים, כלומר $Q_T=Q_1+Q_2$.

מהקשר $Q=C\cdot V$ נקבל $C_T\cdot V = C_1\cdot V + C_2\cdot V$.

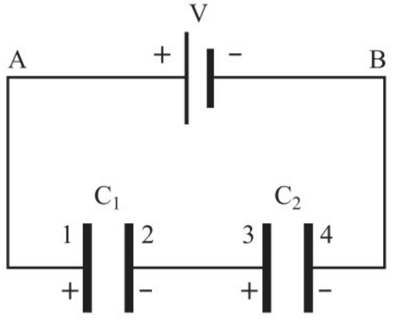
נצמצם ב-V ונקבל $C_T = C_1+C_2$, ובאופן כללי עבור n קבלים המחוברים במקביל יתקיים $C_T = C_1+C_2+\ldots+C_n$.

מסקנה: בחיבור מקבילי, **הקבל השקול של הקבלים שווה לסכום הקיבולים שלהם**.
במקרה של קבלים זהים שהקיבול שלהם C, מתקבל $C_T = n\cdot C$.

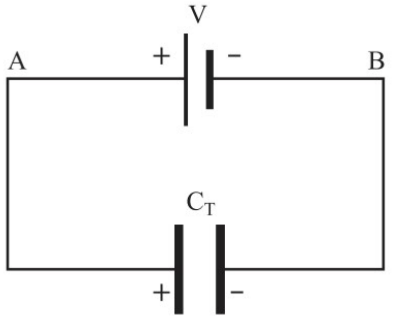
שימו לב:

1. יחס המטענים הוא כיחס הקיבולים, כלומר: **ככל שקיבול הקבל גדול יותר, כך המטען על הקבל גדול יותר**: $V_1=V_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{C_1}=\frac{Q_2}{C_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2}=\frac{C_1}{C_2}$
2. הביטויים האלגבריים של **חיבור קבלים במקביל** דומים לביטויים עבור **חיבור נגדים בטור**.

חיבור קבלים בטור



מעגל חשמלי עם קבלים מחוברים בטור



מעגל חשמלי עם קבל שקול

במעגל טורי, הקבלים מחוברים בטור. כלומר כל קבל מחובר לקצהו של הקבל שאחריו, כך שנוצר מסלול אחד לכל הקבלים. באיור העליון שני קבלים, C_1 ו־C_2, מחוברים בטור למקור מתח V_{AB}. באיור התחתון מוצג מעגל המכיל **קבל שקול**, המחובר למקור מתח זהה. נחשב את גודלו.

על פי חוק המתחים של קירכהוף נקבל: $V_{AB} = V_1 + V_2$.

מכיוון שמתקיים $Q = C \cdot V$ נקבל: $V_{AB} = \frac{Q_T}{C_T}$, $V_2 = \frac{Q_2}{C_2}$ $V_1 = \frac{Q_1}{C_1}$

ולכן: $\frac{Q_T}{C_T} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$.

נבדוק כעת מה הקשר בין המטענים שעל לוחות הקבלים.

לוח 1 של הקבל C_1 נטען במטען חיובי, מכיוון שהוא מחובר ישירות להדק החיובי של מקור המתח.

לוח 2 של קבל זה ייטען על ידי השראה במטען שלילי $-Q$.

לוח 3 של C_2 נטען כמובן במטען חיובי כתוצאה מההשראה, מכיוון שהוא מחובר בתיל מוליך ללוח 2 (כל אלקטרון שנע מלוח 3 לכיוון לוח 2, יוצר חוסר אלקטרון בלוח 3, כלומר נוצר מטען חיובי על לוח 3).

לוח 4 מחובר ישירות להדק השלילי ולכן מטענו $-Q$.

הקבל השקול מחובר למקור מתח זהה ולכן: $Q_T=Q_1=Q_2=Q$.

מכאן שאת המשוואה הקודמת ניתן לרשום: $\frac{Q}{C_T} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$. נצמצם ב־Q ונקבל $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$,

ובאופן כללי, עבור n קבלים נקבל: $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots\ldots + \frac{1}{C_n}$.

מסקנה: בחיבור טורי, **סכום הערכים ההופכיים של הקבלים שווה לערך ההופכי של הקבל השקול שלהם**.

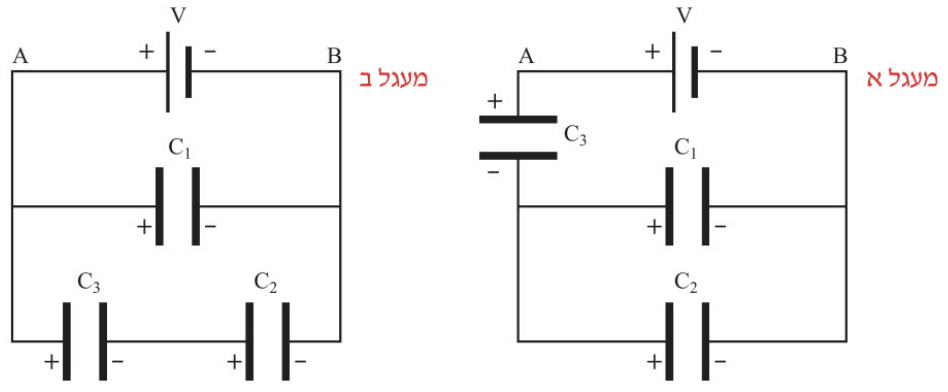
במקרה של קבלים זהים שהקיבול שלהם C, הקיבול השקול הוא: $\frac{n}{C} = \frac{1}{C_T}$ או $C_T = \frac{C}{n}$.

שימו לב:

1. יחס המתחים על הקבלים **הפוך** ליחס הקיבולים, כלומר: ככל שקיבול הקבל גדול יותר, כך המתח על הקבל קטן יותר: $Q_1 = Q_2 \Rightarrow C_1 \cdot V_1 = C_2 \cdot V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{C_2}{C_1}$.
2. הביטויים האלגבריים של חיבור **קבלים בטור** דומים לביטויים עבור חיבור **נגדים במקביל**.

חיבור מעורב של קבלים

במעגלים הפשוטים שהכרנו עד כה, קבלים היו מחוברים בטור בלבד או במקביל בלבד, לכן הם נקראו מעגלים טוריים או מעגלים מקבילים, בהתאמה. מעגלים המכילים יותר משני קבלים עשויים להיות מורכבים יותר ולהכיל באותו מעגל את שני סוגי החיבורים (טורי ומקבילי), כדוגמת מעגלים א, ב שבתרשים הבא.

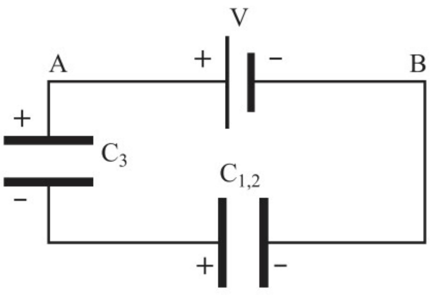


דוגמאות למעגלים עם קבלים בחיבור מעורב

נראה כעת כיצד ניתן לחשב את הקבל השקול במעגל מעורב. נעשה זאת במספר שלבים, כאשר בכל שלב נחליף קבוצת קבלים המחוברים בטור או במקביל בקבל שקול להם. בסופו של התהליך נקבל מעגל המכיל קבלים בחיבור טורי או מקבילי בלבד, וממנו נחשב את הקיבול השקול כפי שראינו.

נדגים את החישובים עבור מעגל א.

שלב א: את הקבלים C_1 ו־C_2 המחוברים במקביל, נוכל להחליף בקבל שקול $C_{1,2}$, שאת קיבולו נחשב על פי כלל חיבור קבלים במקביל: $C_{1,2}=C_1+C_2$. נחליף את זוג הקבלים המחובר במקביל במעגל א בקבל השקול שחישבנו, ונקבל מעגל חדש (א1) השקול למעגל א.



מעגל א1: מעגל חשמלי עם קבל שקול

שלב ב: נחשב את הקיבול השקול C_T על פי כלל חיבור בטור:

$$\frac{1}{C_T}=\frac{1}{C_{1,2}}+\frac{1}{C_3}$$ ונקבל: $$C_T=\frac{C_{1,2}\cdot C_3}{C_{1,2}+C_3}.$$

סיכום

1. **קיבול של מוליך** (מסומן באות C) הוא היחס בין המטען עליו לבין הפוטנציאל שלו $C = \frac{Q}{V}$.

2. היחידה של הקיבול במערכת SI היא **פאראד**, $1[F] = \frac{1[C]}{1[V]}$.

3. גודל המטען המקסימלי שניתן להוסיף לגוף מוגבל על ידי קיבולו. ככל שמוסיפים יותר מטען, כך עולה הפוטנציאל והשדה החשמלי גדל מאוד, עד שמטען יעבור מהגוף אל האוויר.

4. **הקיבול של קבל לוחות** נתון על ידי: $C = \frac{\varepsilon \cdot A}{d}$, כאשר A הוא שטח לוח הקבל, d המרחק בין הלוחות, ו-ε המקדם הדיאלקטרי של החומר המבדד בין לוחות הקבל.

5. **האנרגיה של קבל טעון** נתונה על ידי הביטוי: $U = \frac{V \cdot Q}{2} = \frac{C \cdot V^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$.

6. האנרגיה הנאגרת בקבל שווה תמיד **למחצית** האנרגיה המסופקת על ידי מקור המתח. יתר האנרגיה מומרת לחום בתילים או במקור, ללא תלות בערכי הקבל וההתנגדויות.

7. בחיבור קבלים בטור, הערך ההופכי של הקבל השקול שווה **לסכום הערכים ההופכיים** של כל הקבלים: $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots\ldots \frac{1}{C_n}$.

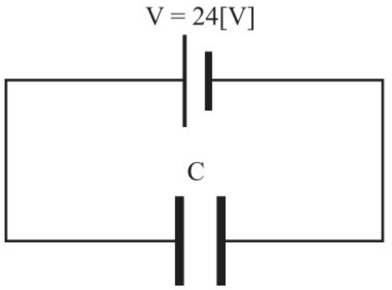
   כאשר כל הקבלים המחוברים בטור הם בעלי אותו קיבול C, הקיבול השקול הוא: $\frac{1}{C_T} = \frac{n}{C}$ או $C_T = \frac{C}{n}$.

8. בחיבור קבלים במקביל, הקבל השקול שווה **לסכום הקיבולים** של כל הקבלים: $C_T=C_1+C_2+\ldots C_n$.
   במקרה של קבלים זהים שהקיבול שלהם C, מתקיים $C_T=n \cdot C$.

9. בחיבור מעורב של קבלים מחשבים את הקבל השקול במספר שלבים, כאשר בכל שלב מחליפים קבוצה של קבלים המחוברים בטור או במקביל בקבל שקול להם, עד לקבלת מעגל טורי בלבד או מקבילי בלבד, שממנו ניתן לחשב את הקבל השקול C_T של כלל הקבלים במעגל.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)



קבל לוחות בעל שטח של $5[cm^2]$ שהמרחק בין לוחותיו הוא $d=0.4[mm]$

מחובר למקור מתח קבוע של $V=24[V]$.

א. מהו הקיבול של הקבל C?

ב. כמה מטען מצטבר על הקבל?

ג. מהי האנרגיה האגורה בקבל?

ד. כמה עבודה בוצעה על ידי הסוללה בטעינת הקבל?

ה. ממה נובע ההפרש בין התשובות לסעיפים ג ו-ד?

פתרון דוגמה מספר (1)

א. הקיבול של הקבל יהיה:
$$C=\frac{\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r\cdot A}{d}=\frac{8.85\cdot10^{-12}\cdot1\cdot5\cdot10^{-4}}{4\cdot10^{-4}}=11\cdot10^{-12}[F]$$

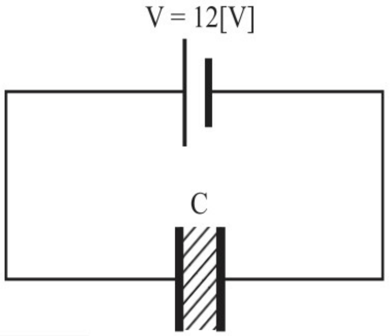
ב. המטען שמצטבר על הקבל הוא:
$$Q=C\cdot V=11\cdot10^{-12}\cdot24=265.5\cdot10^{-12}[C]$$

ג. האנרגיה האגורה בקבל:
$$U=\frac{1}{2}\cdot C\cdot V^2=\frac{1}{2}\cdot11\cdot10^{-12}\cdot24^2=3.168\cdot10^{-9}[J]$$

ד. העבודה שבוצעה על ידי הסוללה בטעינת הקבל:
$$W_s=V\cdot Q=24\cdot265.5\cdot10^{-12}=6.372\cdot10^{-9}[J]$$

ה. עבודת מקור המתח גדולה מהאנרגיה האגורה בקבל, כי במהלך טעינת הקבל התקבלה תנועה ספונטנית של מטענים. חלק מעבודת הסוללה הפך לחום וקרינה, וחלק אחר הפך לאנרגיה חשמלית האגורה בקבל.

דוגמה מספר (2)



נתון קבל לוחות בעל שטח של $8[cm^2]$ והמרחק בין הלוחות הוא $d=2[mm]$.

בין לוחות הקבל נמצא חומר מבודד בעל קבוע דיאלקטרי יחסי $\varepsilon_r=4$.

הקבל מחובר למקור מתח קבוע של $V=12[V]$.

א. מהו הקיבול של הקבל C?

ב. מהי העבודה שיש להשקיע על ידי כוח חיצוני כדי לקרב את הלוחות למרחק של $1[mm]$, אם הקבל מחובר למקור המתח?

ג. מהי העבודה שיש להשקיע על ידי כוח חיצוני כדי לקרב את הלוחות למרחק של $1[mm]$ אחרי שהקבל נותק ממקור המתח?

פתרון דוגמה מספר (2)

א. הקיבול של הקבל יהיה:

$$C=\frac{\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r\cdot A}{d}=\frac{8.85\cdot10^{-12}\cdot4\cdot8\cdot10^{-4}}{2\cdot10^{-3}}=1.416\cdot10^{-11}[F]$$

ב. כל עוד הקבל מחובר למקור המתח, **המתח עליו נשאר קבוע והמטען משתנה** במהלך שינוי המרחק בין לוחות הקבל. כאשר נקרב את הלוחות למחצית מהמרחק המקורי, הקיבול הסופי (C_T) יגדל פי 2 מערכו ההתחלתי (C_O). העבודה (המתבצעת על ידי המקור W_S והכוח החיצוני W_{ex}) שווה להפרש האנרגיות הפוטנציאליות ולכן:

$$W_s+W_{ex}=\Delta U_p=U_{p_T}-U_{p_0}=\frac{1}{2}\cdot C_T\cdot V^2-\frac{1}{2}\cdot C_0\cdot V^2$$

$$V\cdot\Delta Q+W_{ex}=\frac{1}{2}\cdot2C_0\cdot V^2-\frac{1}{2}\cdot C_0\cdot V^2$$

$$W_{ex}=\frac{1}{2}\cdot C_0\cdot V^2-V\cdot\Delta Q=\frac{1}{2}\cdot C_0\cdot V^2-V\cdot(V\cdot\Delta C)=\frac{1}{2}\cdot C_O\cdot V^2-C_O\cdot V^2$$

$$W_{ex}=-\frac{1}{2}\cdot C_0\cdot V^2=-\frac{1}{2}\cdot1.416\cdot10^{-11}\cdot12^2=-1.019\cdot10^{-9}[J]$$

התקבלה **עבודה שלילית**. בין לוחות הקבל יש משיכה חשמלית, לכן יש להפעיל כוח חיצוני נגד משיכת הלוחות.

ג. כאשר הקבל אינו מחובר למקור המתח, **המתח עליו משתנה והמטען נשאר קבוע** במהלך שינוי המרחק בין לוחות הקבל. כאשר נקרב את הלוחות למחצית מהמרחק המקורי, הקיבול יגדל פי 2. העבודה, המתבצעת הפעם **רק על ידי הכוח החיצוני** (אין מקור מתח), שווה להפרש האנרגיות הפוטנציאליות, ולכן:

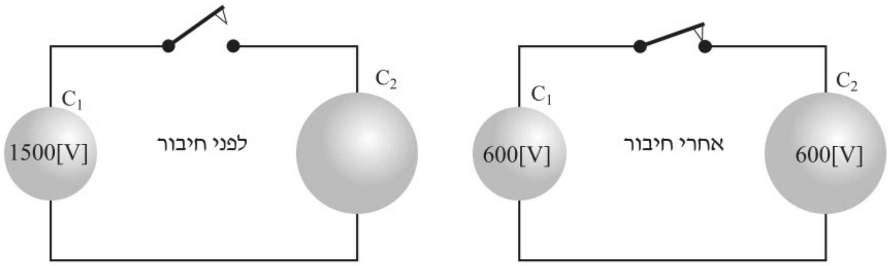
$$W=\Delta U_p=U_{p_T}-U_{p_0}=\frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C_T}-\frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C_0}$$

$$Q=C_0\cdot V=1.416\cdot10^{-11}\cdot12=1.69\cdot10^{-10}[C]$$

$$W=\frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{2\cdot C_0}-\frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C_0}=-\frac{1}{4}\cdot\frac{Q^2}{C_0}=-\frac{1}{4}\cdot\frac{(1.69\cdot10^{-10})^2}{1.416\cdot10^{-11}}=-5.04\cdot10^{-10}[J]$$

דוגמה מספר (3)

טוענים כדור אחד שקיבולו C_1 לפוטנציאל של $V_1=1500[V]$ ומחברים אותו לאחר מכן בתיל מוליך דק לכדור מוליך שני, שרדיוסו $R_2=5[cm]$ וקיבולו C_2. כתוצאה מכך יורד הפוטנציאל של הכדור הראשון ל- $V_2=600[V]$.



א. חשבו את הקיבול C_1 של הכדור הראשון ואת רדיוסו.

ב. חשבו מהו המטען החשמלי על הכדור השני, וחשבו מהו המטען על הכדור הראשון לפני ואחרי החיבור.

פתרון דוגמה מספר (3)

א. בחיבור הכדור הראשון שקיבולו C_1 לכדור השני שקיבולו C_2 עברו מטענים מן הכדור הראשון אל הכדור השני, אבל המטען הכללי נשאר קבוע. מכיוון שהחיבור בין הכדורים הוא **חיבור במקביל** (כי המתחים על פניהם שווים), הקיבול השקול שווה לסכום הקיבולים. נחשב תחילה את קיבול הכדור השני:

$$V = \frac{kQ}{R}$$

$$C_2 = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{kQ}{R}} = \frac{R}{k} = \frac{0.05}{9\cdot 10^9} = 5.55\cdot 10^{-12}[F]$$

נסמן ב- Q'_1 את מטען הכדור הראשון לאחר החיבור. משימור מטען נקבל:

$$Q_1 = Q'_1 + Q_2$$

$$V_1\cdot C_1 = V'_1\cdot C_1 + V_2\cdot C_2$$

$$1500\cdot C_1 = 600\cdot C_1 + 600\cdot 5.55\cdot 10^{-12}$$

לכן הקיבול של הכדור הראשון הוא:

$$C_1 = 3.7\cdot 10^{-12}[F]$$

נחשב את רדיוס הכדור הראשון:

$$C_1 = \frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_1}{\frac{kQ_1}{R_1}} = \frac{R_1}{k}$$

$$R_1 = C_1\cdot k = 3.7\cdot 10^{-12}\cdot 9\cdot 10^9 = 0.033[m] = 3.33[cm]$$

ב. מטען הכדור השני:

$$Q_2 = V_2\cdot C_2 = 600\cdot 5.55\cdot 10^{-12} = 3.33\cdot 10^{-9}[C]$$

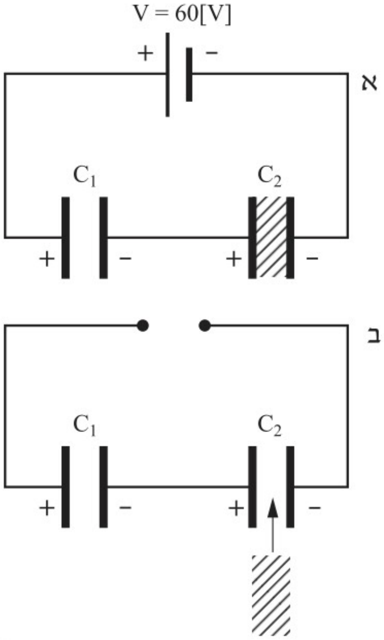
המטען על הכדור הראשון לאחר החיבור:

$$Q'_1 = V_2\cdot C_1 = 600\cdot 3.7\cdot 10^{-12} = 2.22\cdot 10^{-9}[C]$$

המטען על הכדור הראשון לפני החיבור:

$$Q_1 = V_1\cdot C_1 = 1500\cdot 3.7\cdot 10^{-12} = 5.55\cdot 10^{-9}[C]$$

דוגמה מספר (4)



במעגל המתואר בתרשים א, הקיבול של C_1 הוא $8[\mu F]$. בין הלוחות של C_2 נמצא חומר מבדד בעל קבוע דיאלקטרי יחסי $\varepsilon_r=3$. הקיבול של C_2 עם החומר המבדד הוא $24[\mu F]$.

א. חשבו את:

[1] המתח על כל אחד משני הקבלים.

[2] האנרגיה החשמלית הכוללת, האגורה בשני הקבלים הטעונים.

ב. מוציאים את החומר המבדד מבין לוחות הקבל. חשבו את:

[1] המתח על כל אחד מהקבלים במצב זה.

[2] האנרגיה החשמלית הכוללת האגורה בשני הקבלים.

ג. לאחר הוצאת החומר המבדד מבין לוחות הקבל C_2 מנתקים את מקור המתח, ולאחר מכן מחזירים את החומר המבדד אל בין הלוחות של C_2 (ראו תרשים ב).
האם החזרת החומר המבדד גורמת לשינוי במתח על כל אחד מהקבלים? הסבירו.

פתרון דוגמה מספר (4)

א. [1] נמצא תחילה את הקיבול השקול של שני הקבלים המחוברים בטור:

$$C_T=\frac{C_1\cdot C_2}{C_1+C_2}=\frac{8\cdot 24}{8+24}=6[\mu F]$$

המטען על הקבל השקול:

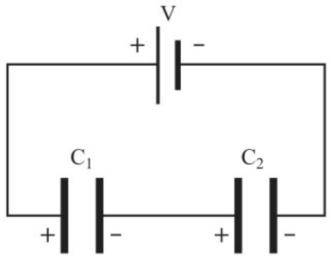
$$Q_T=V\cdot C_T=60\cdot 6\cdot 10^{-6}=3.6\cdot 10^{-4}[C]$$

מטען זה הוא גם המטען על כל אחד מהקבלים המחוברים בטור, לכן:

$$V_1=\frac{Q_T}{C_1}=\frac{3.6\cdot 10^{-4}}{8\cdot 10^{-6}}=45[V] \qquad V_2=\frac{Q_T}{C_2}=\frac{3.6\cdot 10^{-4}}{24\cdot 10^{-6}}=15[V]$$

[2] האנרגיה החשמלית הכוללת U בשני הקבלים הטעונים:

$$U=\frac{C_1\cdot {V_1}^2}{2}+\frac{C_2\cdot {V_2}^2}{2}=\frac{8\cdot 10^{-6}\cdot 45^2}{2}+\frac{24\cdot 10^{-6}\cdot 15^2}{2}=1.08\cdot 10^{-2}[J]$$



ב. [1] הקיבול החדש C'_2 הוא עתה:

$$C_2'=\frac{C_2}{3}=\frac{24\cdot 10^{-6}}{3}=8\cdot 10^{-6}[F]$$

מאחר שלשני הקבלים יש כעת קיבול זהה, המתח מתחלק עליהם באופן שווה:

$$V_1'=V_2'=30[V]$$

[2] למציאת האנרגיה החשמלית הכוללת, נמצא תחילה את הקיבול השקול החדש:

$$C_T'=\frac{8\cdot 10^{-6}\cdot 8\cdot 10^{-6}}{8\cdot 10^{-6}+8\cdot 10^{-6}}=4\cdot 10^{-6}[F]$$

$$U'=\frac{C_T'\cdot {V_T}^2}{2}=\frac{4\cdot 10^{-6}\cdot 60^2}{2}=7.2\cdot 10^{-3}[J]$$

או בדרך אחרת:

$$U'=\frac{C_1\cdot {V_1}^2}{2}+\frac{C_2\cdot {V_2}^2}{2}=\frac{8\cdot 10^{-6}\cdot 30^2}{2}+\frac{8\cdot 10^{-6}\cdot 30^2}{2}=7.2\cdot 10^{-3}[J]$$

ג. מאחר שהמעגל פתוח, כמות המטען על פני כל אחד מהקבלים אינה משתנה והיא שווה ל:

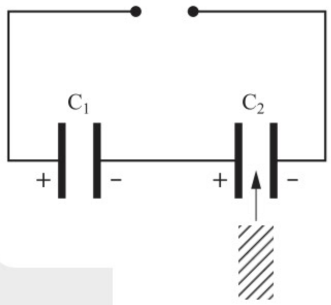
$$Q=Q_1=Q_2=V_1\cdot C_1=V_2\cdot C_2=30\cdot 8\cdot 10^{-6}=2.4\cdot 10^{-4}[C]$$

לגבי הקבל שקיבולו C_1 : המטען Q קבוע ו-C_1 קבוע, ולכן V_1 אינו משתנה, כלומר V_1=30[V].

לגבי הקבל שקיבולו C_2: המטען Q קבוע ו- C_2 משתנה עם הכנסת החומר הדיאלקטרי; לכן V_2 משתנה לאחר הגדלת הקיבול.

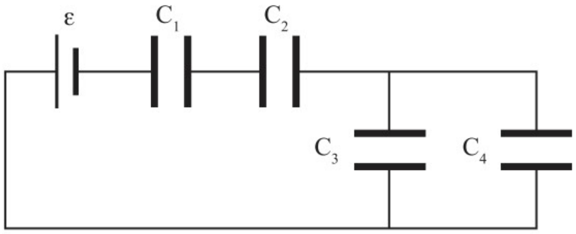
הקיבול החדש הוא שוב: $C_2=24\cdot 10^{-6}[F]$

מכאן: $V_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{2.4\cdot 10^{-4}}{24\cdot 10^{-6}}=10[V]$



לסיכום: המתח על פני הקבל C_1 יהיה 30[V] ועל פני הקבל C_2 יהיה 10[V].

דוגמה מספר (5)

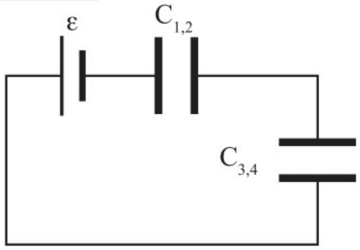


במעגל המתואר בתרשים נתונים ערכי הקבלים:
C_1=3[μF] ,C_2=6[μF] ,C_3=2[μF] ,C_4=8[μF].

הכא"מ של מקור המתח הוא ε=12[V].

חשבו את: המטען על כל קבל, המתח על כל אחד מהקבלים, האנרגיה החשמלית האגורה בכל אחד מהקבלים.

פתרון דוגמה מספר (5)



נחשב תחילה את הקיבול השקול של המעגל:

חיבור בטור:

$$C_{1,2}=\frac{C_1\cdot C_2}{C_1+C_2}=\frac{3\cdot10^{-6}\cdot6\cdot10^{-6}}{3\cdot10^{-6}+6\cdot10^{-6}}=2\cdot10^{-6}[F]$$

חיבור במקביל:

$$C_{3,4}=C_3+C_4=2\cdot10^{-6}+8\cdot10^{-6}=10\cdot10^{-6}[F]$$

חיבור בטור:

$$C_{1,2,3,4}=\frac{C_{1,2}\cdot C_{3,4}}{C_{1,2}+C_{3,4}}=\frac{2\cdot10^{-6}\cdot10\cdot10^{-6}}{2\cdot10^{-6}+10\cdot10^{-6}}=1.66\cdot10^{-6}[F]$$

המטען הכולל:

$$Q_T=C_T\cdot\varepsilon=1.66\cdot10^{-6}\cdot12=20\cdot10^{-6}[C]$$

קבלים 1 ו–2 מחוברים בטור, לכן:

$$Q_T=Q_{1,2}=Q_1=Q_2=20\cdot10^{-6}[C]$$

המתח על פני קבל 1 וקבל 2:

$$V_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{20\cdot10^{-6}}{3\cdot10^{-6}}=6.67[V]$$

$$V_2=\frac{Q_1}{C_2}=\frac{20\cdot10^{-6}}{6\cdot10^{-6}}=3.33[V]$$

האנרגיה האגורה בקבל 1 ובקבל 2:

$$U_{P1}=\frac{C_1\cdot V_1^2}{2}=\frac{3\cdot10^{-6}\cdot6.67^2}{2}=66.66\cdot10^{-6}[J]$$

$$U_{P2}=\frac{C_2\cdot V_2^2}{2}=\frac{6\cdot10^{-6}\cdot3.33^2}{2}=33.33\cdot10^{-6}[J]$$

המטען הכולל על קבלים 3 ו–4 שווה למטען הכולל במעגל:

$$Q_{3,4}=Q_T=20\cdot10^{-6}[C]$$

על פי חוק המתחים:

$$V_{3,4}=\varepsilon-V_1-V_2=12-6.67-3.33=2[V]$$

לכן:

$$V_3=V_4=2[V]$$

המטען על קבל 3:

$$Q_3=C_3\cdot V_3=2\cdot10^{-6}\cdot2=4\cdot10^{-6}[C]$$

המטען על קבל 4:

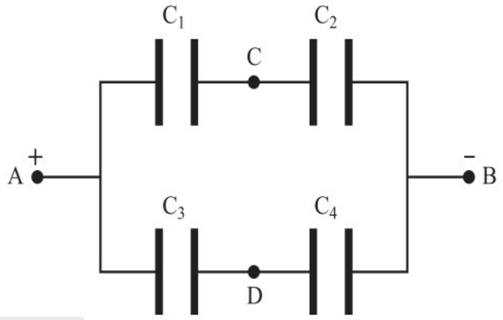
$$Q_4=C_4\cdot V_4=8\cdot10^{-6}\cdot2=16\cdot10^{-6}[C]$$

האנרגיה האגורה בקבל 3 ובקבל 4:

$$U_{P3}=\frac{C_3\cdot V_3^2}{2}=\frac{2\cdot10^{-6}\cdot2^2}{2}=4\cdot10^{-6}[J]$$

$$U_{P4}=\frac{C_4\cdot V_4^2}{2}=\frac{8\cdot10^{-6}\cdot2^2}{2}=16\cdot10^{-6}[J]$$

דוגמה מספר (6)



במעגל המתואר בתרשים נתונים מטעני הקבלים:

$C_1=6[\mu F]$, $C_2=3[\mu F]$, $C_3=20[\mu F]$, $C_4=5[\mu F]$.

המתח על פני הקבל שקיבולו C_1 הוא $V_1=5[V]$.

חשבו את המתח בין הנקודות:

א. A ו-B.

ב. C ו-D.

פתרון דוגמה מספר (6)

א. נחשב את מטען קבל 1:

$$Q_1 = C_1 \cdot V_1 = 6 \cdot 10^{-6} \cdot 5 = 30 \cdot 10^{-6}[C]$$

קבל 2 מחובר בטור אליו, לכן:

$$Q_2 = Q_1 = 30 \cdot 10^{-6}[C]$$

המתח על קבל 2:

$$V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{30 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6}} = 10[V]$$

המתח בין הנקודות A ו-B:

$$V_{AB} = V_1 + V_2 = 5 + 10 = 15[V]$$

ב. קבלים 3 ו-4 מחוברים בטור, לכן:

$$C_{3,4} = \frac{C_3 \cdot C_4}{C_3 + C_4} = \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6}} = 4 \cdot 10^{-6}[F]$$

סכום המתחים על קבלים 3 ו-4 שווה למתח בין A ל-B:

$$V_{3,4} = V_{AB} = 15[V]$$

נחשב את מטען קבל 3 וקבל 4:

$$Q_{3,4} = C_{3,4} \cdot V_{3,4} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 15 = 60 \cdot 10^{-6}[C]$$

המתח על קבל 3:

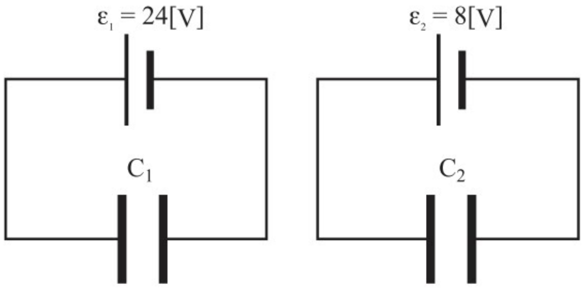
$$V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{60 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-6}} = 3[V]$$

המתח בין הנקודות C ו-D:

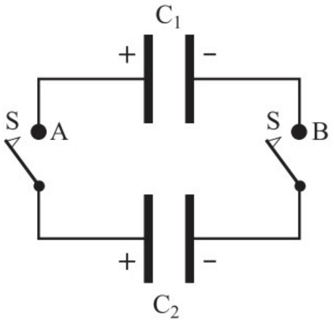
$$V_{AD} = V_3 = 3[V] \quad , \quad V_{AC} = V_1 = 5[V] \quad \Rightarrow V_{CD} = -2[V]$$

דוגמה מספר (7)

טוענים קבל אחד שקיבולו $C_1=6\cdot10^{-6}[\mu F]$ על ידי מקור מתח $V_1=24[V]$, וקבל שני שקיבולו $C_2=2\cdot10^{-6}[\mu F]$ על ידי מקור מתח $V_2=8[V]$ (תרשים א). לאחר טעינת הקבלים וניתוק מהמקורות, מחברים אותם במקביל (על ידי סגירת המפסקים), כך שהלוחות שווי הסימן מחוברים ביניהם (תרשים ב).



תרשים א



תרשים ב

א. מהו המתח על כל אחד מהקבלים:

[1] לפני ניתוק ממקור המתח?

[2] לאחר ניתוק וסגירת המפסקים?

ב. מהי האנרגיה שהייתה לקבלים:

[1] לפני ניתוק ממקור המתח?

[2] לאחר ניתוק וסגירת המפסקים?

פתרון דוגמה מספר (7)

א. [1] המתח על כל אחד מהקבלים לפני ניתוק ממקור המתח שווה למתח המקור: $V_1=24[V]$, $V_2=8[V]$

[2] נחשב את מטען קבל 1:

$$Q_1 = C_1\cdot V_1 = 6\cdot10^{-6}\cdot24 = 144\cdot10^{-6}[C]$$

נחשב את מטען קבל 2:

$$Q_2 = C_2\cdot V_2 = 2\cdot10^{-6}\cdot8 = 16\cdot10^{-6}[C]$$

לאחר סגירת המפסקים, כשהדקים **שווי סימן** מחוברים ביניהם, המטען הכולל הוא:

$$Q_{AB} = Q_1 + Q_2 = 144\cdot10^{-6} + 16\cdot10^{-6} = 160\cdot10^{-6}[C]$$

הקיבול השקול:

$$C_{A,B} = C_1 + C_2 = 6\cdot10^{-6} + 2\cdot10^{-6} = 8\cdot10^{-6}[F]$$

המתח על כל אחד מהקבלים:

$$V_1 = V_2 = V_{A,B} = \frac{Q_{A,B}}{C_{A,B}} = \frac{160\cdot10^{-6}}{8\cdot10^{-6}} = 20[V]$$

ב. [1] האנרגיה שהייתה לקבלים לפני ניתוק ממקור המתח:

$$U_{P1} = \frac{C_1\cdot V_1^2}{2} = \frac{6\cdot10^{-6}\cdot24^2}{2} = 1728\cdot10^{-6}[J]$$

$$U_{P2} = \frac{C_2\cdot V_2^2}{2} = \frac{2\cdot10^{-6}\cdot8^2}{2} = 64\cdot10^{-6}[J]$$

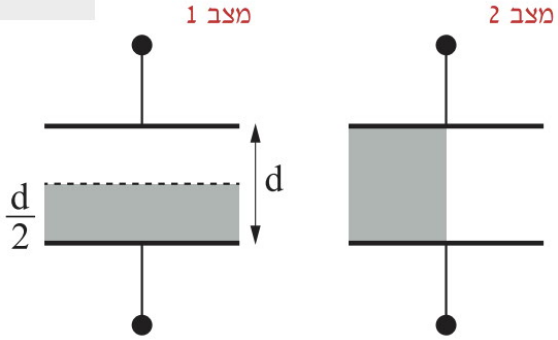
$$U_P = U_{P1} + U_{P2} = 1728\cdot10^{-6} + 64\cdot10^{-6} = 1792\cdot10^{-6}[J]$$

[2] האנרגיה לאחר ניתוקם ממקור המתח וסגירת המפסקים:

$$U_{P1} = \frac{C_1 \cdot V_1^{\,2}}{2} = \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 20^2}{2} = 1200 \cdot 10^{-6}[J]$$

$$U_{P2} = \frac{C_2 \cdot V_2^{\,2}}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 20^2}{2} = 400 \cdot 10^{-6}[J]$$

$$U_P = U_{P1} + U_{P2} = 1200 \cdot 10^{-6} + 400 \cdot 10^{-6} = 1.6 \cdot 10^{-3}[J]$$

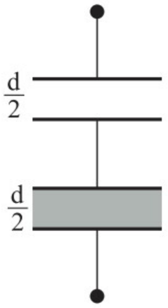


דוגמה מספר (8)

בתרשים מתוארים שני מצבים, שבכל אחד מהם הוכנס חומר דיאלקטרי בעל קבוע דיאלקטרי יחסי ε_r לתוך קבל לוחות, ששטח לוחותיו A והמרחק בין לוחותיו d. מהו הקיבול של קבל הלוחות בכל אחד משני המצבים?

פתרון דוגמה מספר (8)

מצב 1:



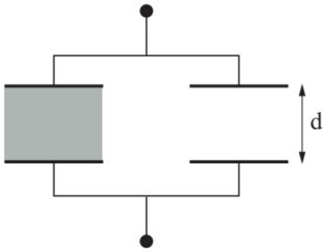
החיבור הוא חיבור טורי של שני קבלים (המרחק בין הלוחות 0.5d ושטח כל לוח A), לכן:

$$C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C_T = \frac{\dfrac{\varepsilon_0 \cdot A}{\frac{d}{2}} \cdot \dfrac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A}{\frac{d}{2}}}{\dfrac{\varepsilon_0 \cdot A}{\frac{d}{2}} + \dfrac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A}{\frac{d}{2}}} = \frac{\dfrac{\varepsilon_0 \cdot A}{\frac{d}{2}} \cdot \dfrac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A}{\frac{d}{2}}}{\dfrac{\varepsilon_0 \cdot A}{\frac{d}{2}} \cdot (1+\varepsilon_r)} = \frac{\dfrac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A}{\frac{d}{2}}}{(1+\varepsilon_r)}$$

$$C_T = \frac{\dfrac{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A}{d}}{(1+\varepsilon_r)} = \frac{\dfrac{\varepsilon_0 \cdot A}{d} \cdot 2\varepsilon_r}{(1+\varepsilon_r)} = C_0 \cdot \frac{2\varepsilon_r}{(1+\varepsilon_r)}$$

מצב 2:

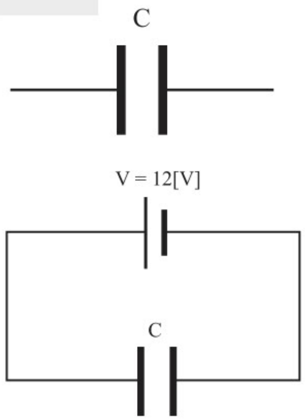


החיבור הוא חיבור מקבילי של שני קבלים (המרחק בין הלוחות d ושטח כל לוח 0.5A), לכן:

$$C_T = C_1 + C_2$$

$$C_T = \frac{\varepsilon_0 \cdot \frac{A}{2}}{d} + \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{2}}{d} = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d} \cdot \frac{1}{2}(1+\varepsilon_r) = C_0 \cdot \left(\frac{1+\varepsilon_r}{2}\right)$$

תרגילים



.1 נתון קבל לוחות בעל שטח של $10[cm^2]$ והמרחק בין הלוחות הוא $d=0.8[mm]$:

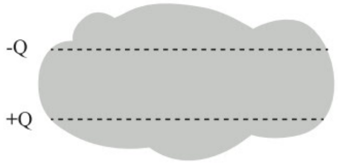
א. מהו הקיבול של הקבל?

ב. איך ישתנה הקיבול אם נקטין את המרחק בין הלוחות פי 2?

ג. מחברים את הקבל למקור מתח קבוע של $V=12[V]$.

[1] כמה מטען מצטבר על הקבל?

[2] מהי העבודה שיש להשקיע כדי לקרב את הלוחות למרחק של $0.4[mm]$, אחרי שהקבל נותק ממקור המתח?



.2 על פי מודל פשוט, אפשר להסתכל על ענן סערה כעל זוג לוחות מקבילים של קבל וביניהם חומר שהקבוע הדיאלקטרי היחסי שלו הוא 1.3. נשתמש במודל זה עבור ענן סערה מסוים, שבו השטח של כל לוח הוא $1.8\cdot10^6[m^2]$, המרחק בין הלוחות הוא $800[m]$, ובין הלוחות שורר מתח של $8\cdot10^6[V]$.

א. חשבו את קיבול ה"קבל".

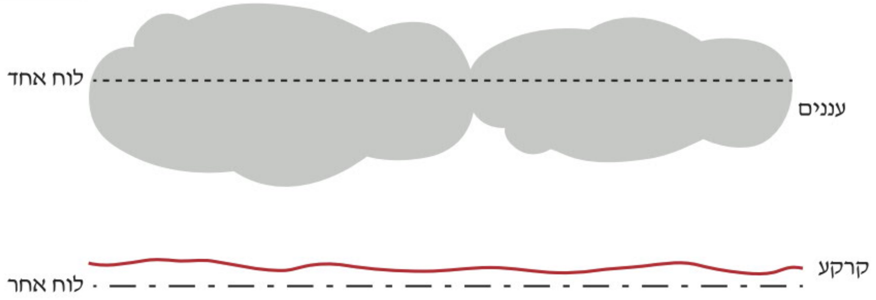
ב. חשבו את האנרגיה האגורה בקבל.

ג. חשבו את הכוח החשמלי הפועל על אלקטרון הנמצא בין לוחות הקבל.

ד. ברק עובר מהלוח האחד של הקבל ללוח האחר, והקבל נפרק לחלוטין במשך $0.02[s]$. חשבו את הזרם הממוצע של הברק.

.3 בעת סופת רעמים נמצא כי בין שכבת העננים לקרקע נוצר שדה חשמלי אנכי שעוצמתו $2000\left[\frac{N}{C}\right]$.

אפשר לתאר את השדה על פי מודל פשוט של קבל לוחות מקבילים, כמתואר בתרשים שלפניכם:



א. חשבו את המתח הנוצר בין העננים לקרקע, אם הם נמצאים בגובה של $500[m]$ מעל פני הקרקע.

ב. כאשר נוצר ברק, עובר בין שכבת העננים לקרקע זרם ממוצע של $15,000[A]$ במשך $0.002[s]$. חשבו את כמות המטען העוברת בין העננים לקרקע.

ג. חשבו את האנרגיה החשמלית המשתחררת על ידי הברק הזה בין העננים לקרקע. הניחו כי כל מטען ה"קבל" נפרק על ידי הברק.

ד. חשבו את ההספק הנוצר במעבר הברק.

4. קבל לוחות יכול להימצא בשני מצבים, בהתאם למתואר בטבלה:

	מצב 1	**מצב 2**
שטח הלוחות	A	2A
המרחק בין הלוחות	2d	d
החומר בין הלוחות	אוויר	בעל קבוע דיאלקטרי יחסי ε_r

א. מעבירים את הקבל ממצב 1 למצב 2, כאשר לוחות הקבל מחוברים למקור מתח קבוע V. פי כמה ישתנה כל אחד מהגדלים הבאים?

[1] המטען על הקבל.

[2] המתח בין לוחותיו.

[3] קיבול הקבל.

[4] האנרגיה האגורה בו.

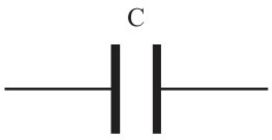
ב. מעבירים את הקבל ממצב 1 למצב 2 לאחר שלוחות הקבל נותקו ממקור המתח הקבוע V. פי כמה ישתנה כל אחד מהגדלים הבאים?

[1] המטען על הקבל.

[2] המתח בין לוחותיו.

[3] קיבול הקבל.

[4] האנרגיה האגורה בו.



5. בין שני לוחות קבל, שבו השטח של כל לוח הוא $0.04[m^2]$ והמרחק ביניהם $d=2[mm]$, פועל כוח משיכה חשמלי שגודלו $0.02[N]$.

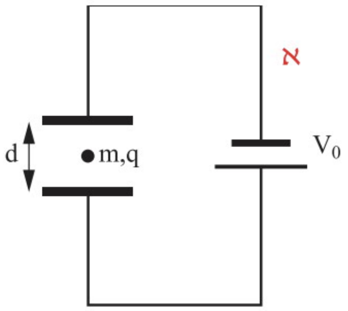
א. מה גודלו של השדה החשמלי בין הלוחות?

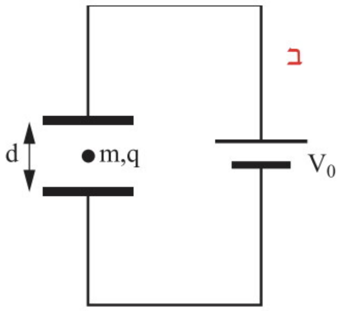
ב. מהו המתח בין הלוחות?

ג. מגדילים את המרחק בין הלוחות ב־$0.2[mm]$.

[1] מה יהיה המתח בין לוחות הקבל?

[2] מה יהיה גודלו של כוח המשיכה החשמלי הפועל בין לוחות הקבל?





6. מציבים טיפת שמן זעירה בעלת מסה m ומטען חיובי q במרכז של קבל לוחות אופקי טעון. במצב ההתחלתי הטיפה נמצאת במנוחה. המתח בין לוחות הקבל הוא V_0 והמרחק ביניהם הוא d. כיוון כוח הכובד הוא כלפי מטה, ממדי לוחות הקבל גדולים מאוד ביחס למרחק d.

א. קבעו באיזה מהתרשימים (א או ב) מקור המתח מחובר בהתאם למתואר בשאלה. נמקו.

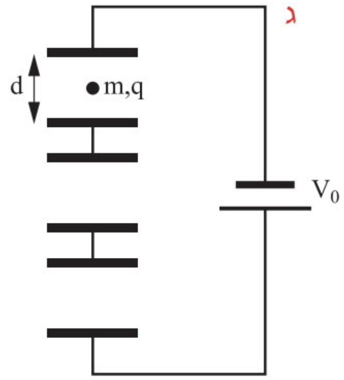
ב. בלי לשנות את מטענה, מציבים את טיפת השמן במקום קרוב יותר ללוח התחתון ועוזבים אותה. כתוצאה מפעולה זו, האם הטיפה תנוע או תישאר במקומה? נמקו.

בניסוי אחר, מחזירים את המערכת למצב ההתחלתי, אלא שהפעם המתח בין לוחות הקבל הוא $0.5V_0$.
כתוצאה מכך הטיפה יורדת ופוגעת בלוח התחתון כעבור $0.2[s]$.

ג. סרטטו תרשים של כל הכוחות הפועלים על הטיפה.

ד. הראו כי הכוח השקול על הטיפה פועל כלפי מטה, וגודל הכוח הוא $0.5\cdot m\cdot g$.

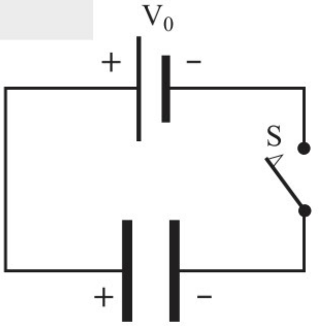
ה. חשבו את המרחק d בין לוחות הקבל (שימו לב: יש לתת תשובה מספרית).



בניסוי נוסף, בונים מעגל שכולל שלושה קבלים המחוברים בטור למקור המתח V_0. כל אחד מהקבלים זהה לקבל שבניסוי הראשון. במרכז של אחד הקבלים מציבים טיפת שמן, בעלת אותה מסה m ואותו מטען q כמו בניסוי הראשון (ראו תרשים ג).

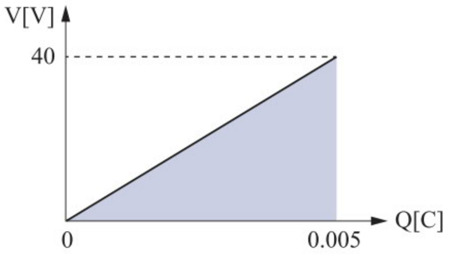
ו. קבעו מהו המתח על כל אחד מהקבלים. הסבירו את קביעתכם.

ז. האם טיפת השמן תנוע או תישאר במקומה? אם הטיפה תישאר במקומה, נמקו מדוע. אם הטיפה תנוע, ציינו מה תהיה תאוצתה (גודל וכיוון) והסבירו.



7. המערכת הנתונה בתרשים מורכבת מקבל לוחות לא טעון שקיבולו C_0, מקור מתח V_0 ומפסק פתוח S. ברגע מסוים סוגרים את המפסק והקבל מתחיל להיטען. הגרף הנתון מתאר את מתח הקבל כתלות במטענו, מרגע סגירת המפסק ועד השלמת תהליך הטעינה.

א. [1] מהו הגודל הפיזיקלי המיוצג על ידי שטח המשולש מתחת לקו?
[2] מה מייצג שיפוע הקו?

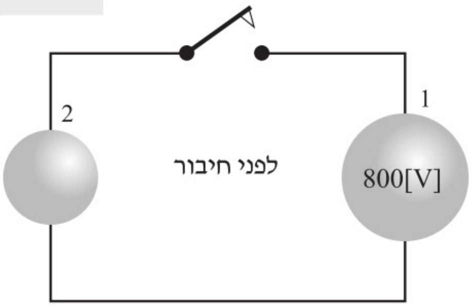


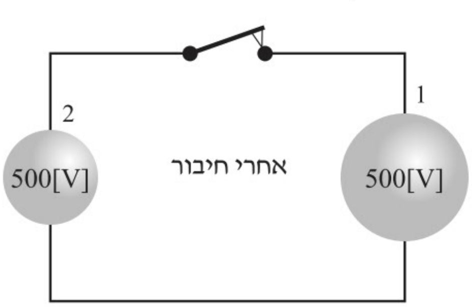
ב. חשבו בעזרת הגרף הנתון:
[1] את קיבול הקבל.
[2] את האנרגיה האגורה בקבל.
[3] את עבודת מקור המתח בתהליך הטעינה.

8. טוענים כדור (המסומן "1") שרדיוסו $R_1=5[cm]$ וקיבולו C_1 לפוטנציאל של $V_1=800[V]$, ומחברים אותו לאחר מכן בתיל מוליך דק לכדור מוליך שני (מסומן "2") שקיבולו C_2. כתוצאה מכך יורד הפוטנציאל של כדור 1 ל-$V_2=500[V]$.

א. חשבו את הקיבול C_1 של הכדור הראשון ואת הקיבול C_2 והרדיוס של הכדור השני.

ב. חשבו מהו המטען החשמלי על הכדורים לפני ואחרי החיבור.



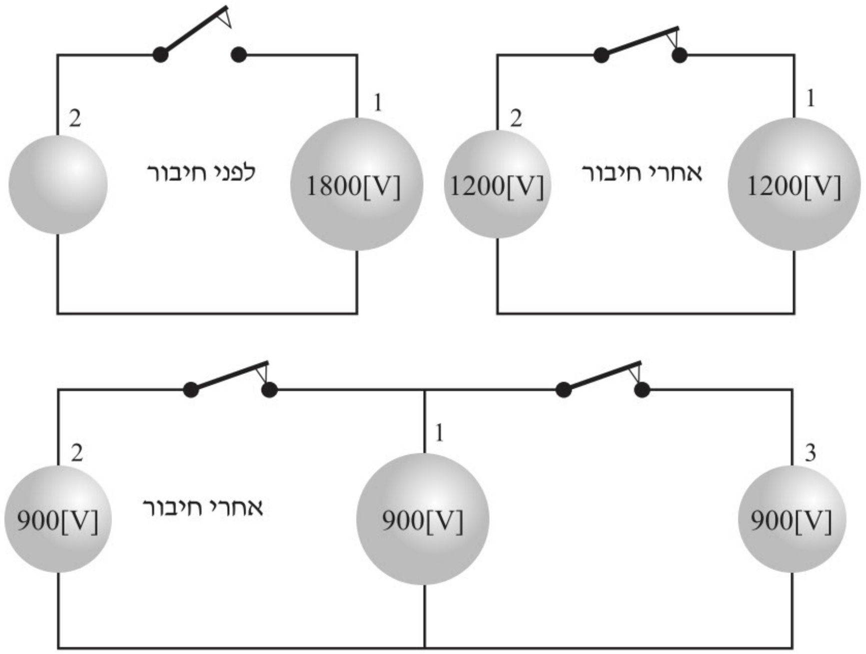


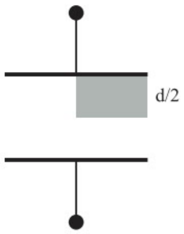
9. טוענים כדור מוליך שקיבולו C_1 לפוטנציאל של $V_1=1800[V]$, ומחברים אותו לאחר מכן בתיל מוליך דק לכדור מוליך שני שרדיוסו R_2 וקיבולו $C_2=8.88\cdot10^{-12}[F]$. כתוצאה מכך, יורד הפוטנציאל של הכדור הראשון ל־$V_2=1200[V]$.

א. חשבו את הקיבול C_1 ואת הרדיוס R_2.

ב. חשבו מהו המטען החשמלי על הכדורים לפני ואחרי החיבור.

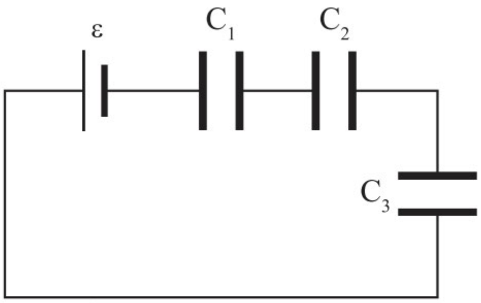
ג. מחברים כדור מוליך שלישי אל הכדורים, וכתוצאה מכך יורד הפוטנציאל של הכדור הראשון ל־$V_3=900[V]$. חשבו מהו הקיבול של הכדור השלישי C_3 ומהו רדיוסו R_3.





10. נתון קבל לוחות ששטח לוחותיו A והמרחק בין לוחותיו d, ובין לוחותיו הוכנס חומר דיאלקטרי בעל קבוע דיאלקטרי יחסי ε_r באופן שמתואר בתרשים.

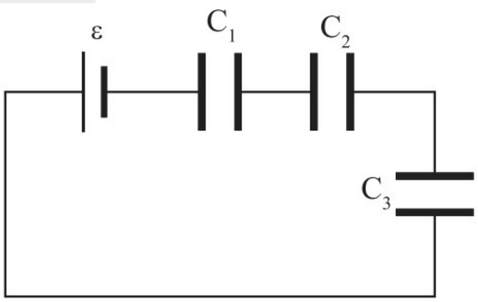
מהו הקיבול של הקבל?



11. במעגל המתואר בתרשים נתונים ערכי הקבלים $C_1=3[\mu F]$, $C_2=6[\mu F]$, $C_3=2[\mu F]$. הכא"מ של מקור המתח הוא $\varepsilon=12[V]$. חשבו את:

א. המטען על כל קבל.

ב. המתח על כל אחד מהקבלים.



12. במעגל המתואר בתרשים נתונים ערכי הקבלים: $C_1=C$, $C_2=2C$, $C_3=3C$. המתח על פני הקבל C_3 הוא V. בטאו באמצעות C ו־V את:

א. המטען על כל קבל.

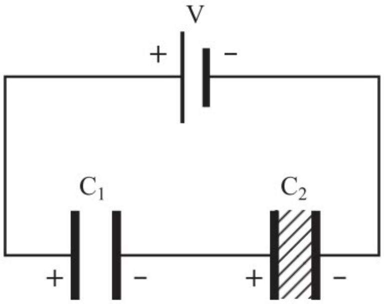
ב. המתח על כל אחד מהקבלים.

ג. הכא"מ ε.

13. במעגל שמתואר בתרשים מתח המקור הוא $V=36[V]$, הקיבול של C_1 הוא $16[\mu F]$. בין הלוחות של C_2 נמצא חומר מבדד בעל קבוע דיאלקטרי יחסי $\varepsilon_r=4$. הקיבול של C_2 עם החומר המבדד הוא $48[\mu F]$. חשבו את:

א. המתח על כל אחד משני הקבלים.

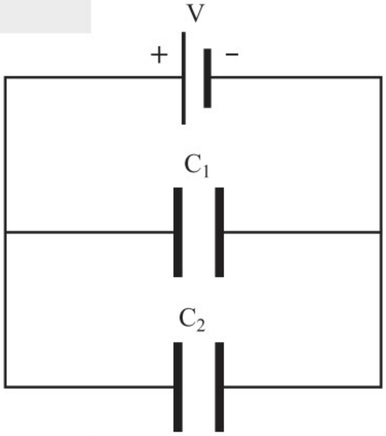
ב. האנרגיה החשמלית הכוללת, האגורה בשני הקבלים הטעונים.



14. במעגל המתואר בתרשים נתונים ערכי הקבלים $C_1=8[\mu F]$, $C_2=2[\mu F]$.
הכא"מ של מקור המתח הוא $\varepsilon=30[V]$. חשבו את:

א. המטען על כל קבל.

ב. האנרגיה החשמלית הכוללת, האגורה בשני הקבלים הטעונים.



15. במעגל המתואר בתרשים א נתונים ערכי הקבלים:
$C_2=5[\mu F]$, $C_1=20[\mu F]$. מתח מקור המתח הוא $V=16[V]$.

א. מה המטען ומה המתח על כל קבל:

[1] כאשר הקבלים מחוברים בטור למקור?

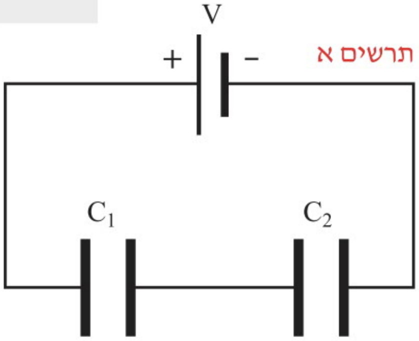
[2] כאשר מנתקים את הקבלים מהמקור ומפרידים ביניהם?

ב. מה יהיה המטען ומה יהיה המתח על כל קבל, כאשר יחברו אותם במקביל לאותו מקור המתח כמתואר בתרשים ב?

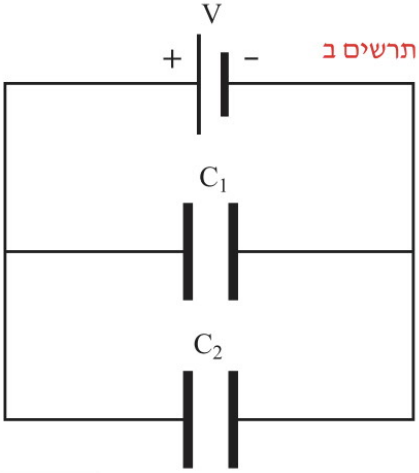
ג. כעת מנתקים את מקור המתח מהמעגל החשמלי שבתרשים ב. חשבו את:

[1] המתח על כל אחד מהקבלים.

[2] המטען על כל קבל.

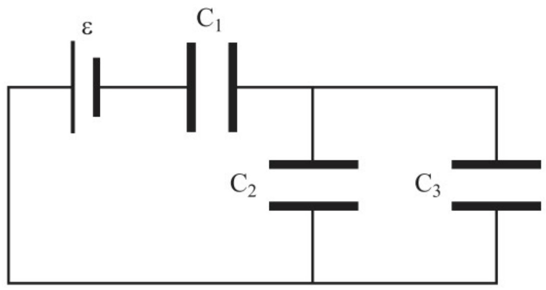


תרשים א



תרשים ב

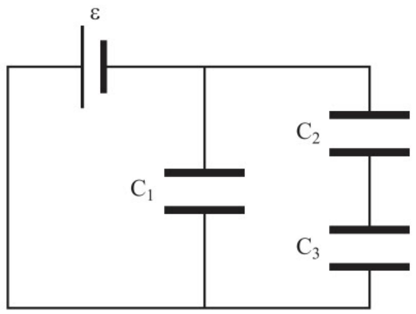
16. במעגל המתואר בתרשים נתונים ערכי הקבלים:
$C_1=9[\mu F]$, $C_2=8[\mu F]$, $C_3=10[\mu F]$.
הכא"מ של מקור המתח הוא $\varepsilon=24[V]$.



א. חשבו את:
[1] המטען על כל קבל.
[2] המתח על כל אחד מהקבלים.

ב. מהי האנרגיה החשמלית האגורה בקבלים?

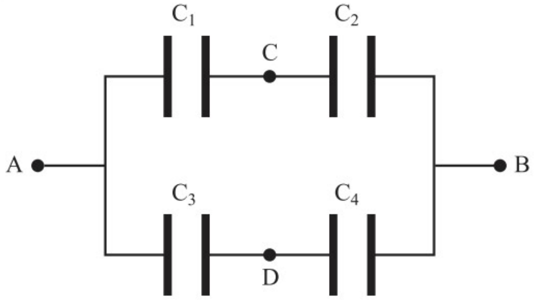
17. במעגל המתואר בתרשים נתונים ערכי הקבלים:
$C_1=6[\mu F]$, $C_2=9[\mu F]$, $C_3=18[\mu F]$. המתח על קבל C_1 הוא $V_1=24[V]$.



א. חשבו את המטען והמתח על הקבלים C_2 ו-C_3.

ב. מהי כמות המטען שעברה דרך מקור המתח?

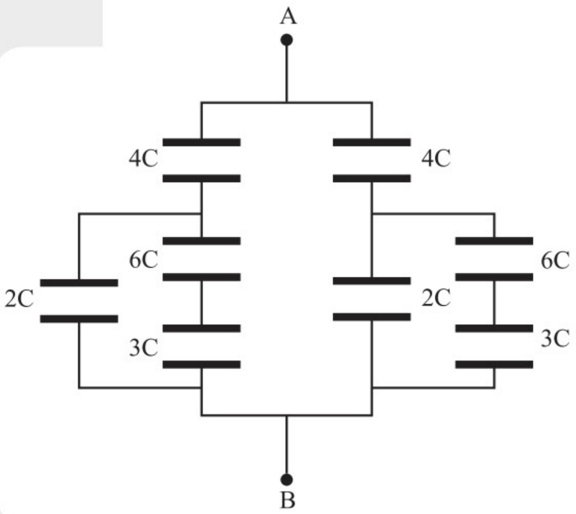
18. במעגל המתואר בתרשים נתונים ערכי הקבלים:
$C_1=12[\mu F]$, $C_2=6[\mu F]$, $C_3=40[\mu F]$, $C_4=10[\mu F]$.
המתח על פני הקבל C_4 הוא $V_4=8[V]$.
חשבו את המתח בין הנקודות:



א. A ו-B.

ב. C ו-D.

19. נתון מעגל חשמלי מורכב, כמתואר בתרשים.



א. בטאו באמצעות C את הקיבול השקול בין הנקודות A ו-B.

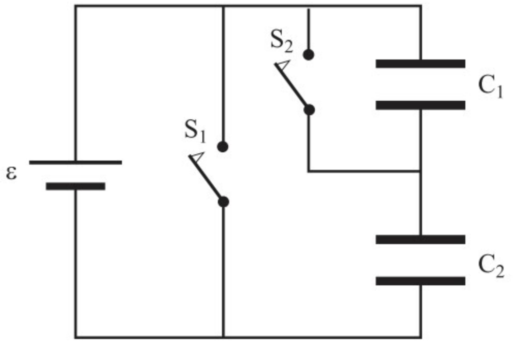
ב. נתונים $C=4[\mu F]$ ו-$V_{AB}=36[V]$. חשבו את המטען ואת המתח על פני כל אחד מהקבלים.

20. במעגל המתואר בתרשים נתון $C_1=20[\mu F]$, $C_2=5[\mu F]$.
הכא"מ של מקור המתח הוא $\varepsilon=16[V]$. חשבו את המתח על כל אחד מהקבלים כאשר:

א. שני המפסקים פתוחים.

ב. סוגרים את המפסק S_1 (המפסק S_2 נשאר פתוח).

ג. סוגרים את המפסק S_2 ופותחים את המפסק S_1.



21. במעגל שמתואר בתרשים א, הקיבול של C_1 הוא $5[\mu F]$.
בין הלוחות של C_2 נמצא חומר מבדד בעל קבוע דיאלקטרי יחסי $\varepsilon_r=4$. הקיבול של C_2 עם החומר המבדד הוא $20[\mu F]$.
בין הלוחות של C_3 נמצא חומר מבדד בעל קבוע דיאלקטרי יחסי $\varepsilon_r=2$. הקיבול של C_3 עם החומר המבדד הוא $4[\mu F]$.
הכא"מ של מקור המתח הוא $\varepsilon=20[V]$.

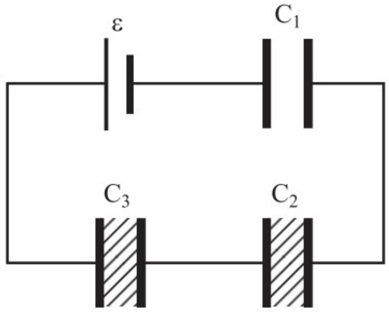
א. חשבו את המתח על כל אחד משלושת הקבלים.

ב. חשבו את האנרגיה החשמלית הכוללת, האגורה בשלושת הקבלים הטעונים.

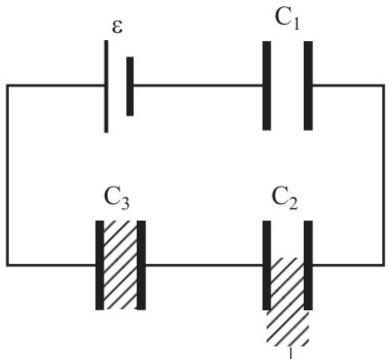
ג. מוציאים את החומר המבדד מבין לוחות הקבל C_2 (ראו תרשים ב). חשבו את המתח על כל אחד מהקבלים במצב זה.

ד. לאחר הוצאת החומר המבדד מבין לוחות הקבל C_2, מנתקים את מקור המתח ואחר כך מוציאים את החומר המבדד מבין לוחות הקבל C_3 (ראו תרשים ג). חשבו את המתח על כל אחד מהקבלים במצב זה.

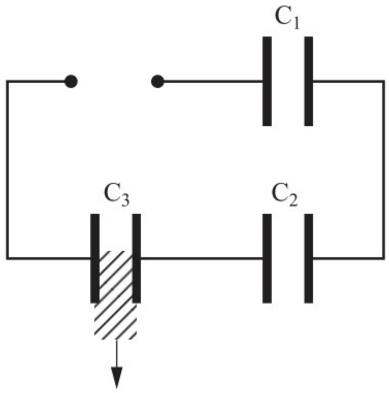
תרשים א



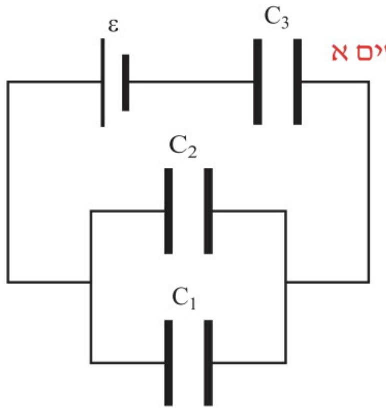
תרשים ב



תרשים ג



22. במעגל שמתואר בתרשים א, הקיבול של כל אחד מהקבלים הוא $C_1=C_2=C_3=C$. הכא"מ של מקור המתח הוא ε.
נתונים: C ו־ε.



תרשים א

א. חשבו את:

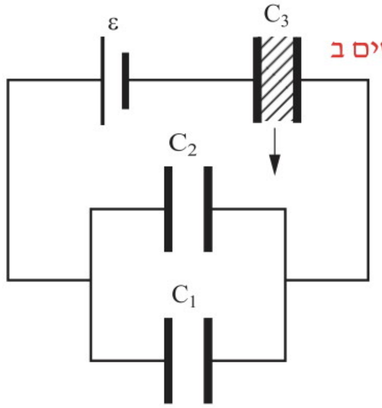
[1] המתח על כל אחד משלושת הקבלים.

[2] המטען על כל אחד משלושת הקבלים.

ב. מכניסים חומר מבדד בעל קבוע דיאלקטרי ε_r בין הלוחות של C_3 (ראו תרשים ב). חשבו את:

[1] המתח על כל אחד משלושת הקבלים.

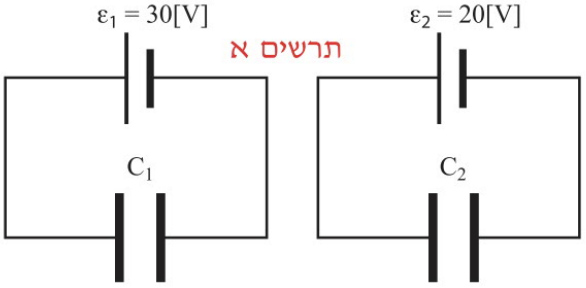
[2] המטען על כל אחד משלושת הקבלים.



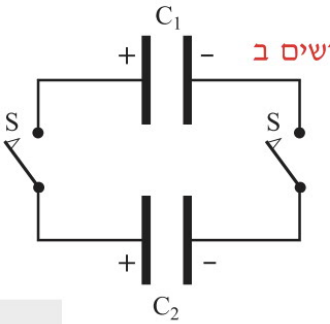
תרשים ב

ג. לאחר הכנסת החומר המבדד בין לוחות הקבל C_3, מנתקים את מקור המתח ואחר כך מוצאים את החומר המבדד מבין לוחות הקבל C_3. האם הוצאת המבדד גורמת לשינוי במתח על כל אחד מהקבלים? הסבירו.

23. טוענים קבל אחד שקיבולו $C_1=5[\mu F]$ על ידי מקור מתח $\varepsilon_1=30[V]$ וקבל שני שקיבולו $C_2=4[\mu F]$ על ידי מקור מתח $\varepsilon_2=20[V]$ (תרשים א). לאחר טעינת הקבלים וניתוקם מהמקורות, מחברים אותם במקביל על ידי סגירת המפסקים כך שהלוחות **שווי הסימן** מחוברים ביניהם (תרשים ב).



תרשים א



תרשים ב

א. מהו המתח על כל אחד מהקבלים:

[1] לפני ניתוקם ממקור המתח?

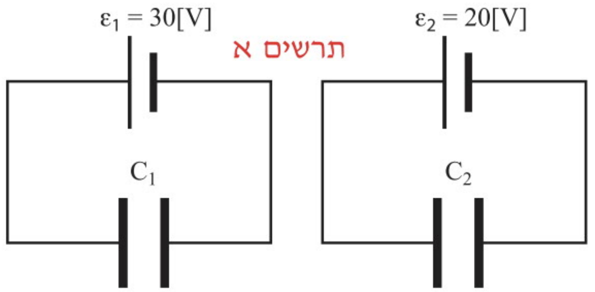
[2] לאחר ניתוקם וסגירת המפסקים?

ב. מהי האנרגיה שהייתה לקבלים:

[1] לפני ניתוקם ממקור המתח?

[2] לאחר ניתוקם וסגירת המפסקים?

24. טוענים קבל אחד שקיבולו $C_1=5[\mu F]$ באמצעות מקור מתח $\varepsilon_1=30[V]$ וקבל שני שקיבולו $C_2=4[\mu F]$ באמצעות מקור מתח $\varepsilon_2=20[V]$ (תרשים א). לאחר טעינת הקבלים וניתוקם מהמקורות, מחברים אותם במקביל על ידי סגירת המפסקים, כך שהלוחות **שוני הסימן** מחוברים ביניהם (תרשים ב).



א. מהו המתח על כל אחד מהקבלים:

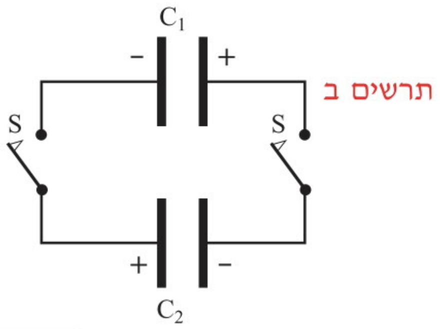
[1] לפני ניתוקם ממקור המתח?

[2] לאחר ניתוקם וסגירת המפסקים?

ב. מהי האנרגיה שהייתה לקבלים:

[1] לפני ניתוקם ממקור המתח?

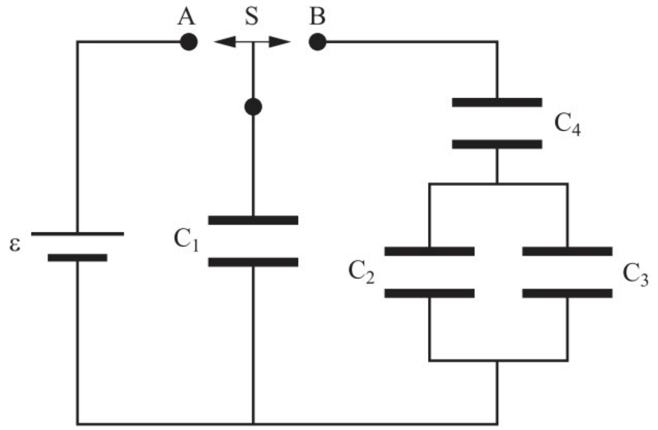
[2] לאחר ניתוקם וסגירת המפסקים?



25. במעגל המתואר בתרשים נתונים ערכי הקבלים:

$C_1=8[\mu F]$, $C_2=16[\mu F]$, $C_3=4[\mu F]$, $C_4=5[\mu F]$.

הכא"מ של מקור המתח $\varepsilon=10[V]$.



א. כאשר מעבירים את המפסק למצב A, מה יהיו המטען והמתח על כל קבל לאחר זמן רב?

ב. כאשר מעבירים את המפסק ממצב A למצב B, מה יהיו המטען והמתח על כל קבל לאחר זמן רב?

ג. מהי האנרגיה החשמלית של מערכת הקבלים:

[1] כאשר המפסק במצב A?

[2] כאשר המפסק במצב B?

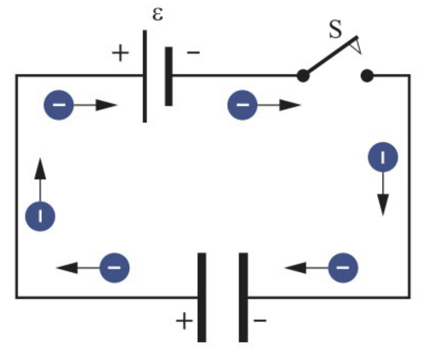
ד. הסבירו, מדוע אבדה אנרגיה חשמלית כתוצאה מהעברת המפסק ממצב A למצב B?

14 מעגלי RC, טעינה ופריקה של קבלים

רקע תיאורטי

טעינה ופריקה מהירה של קבל לוחות

טעינה מהירה של קבל **ישירות** על ידי מקור מתח



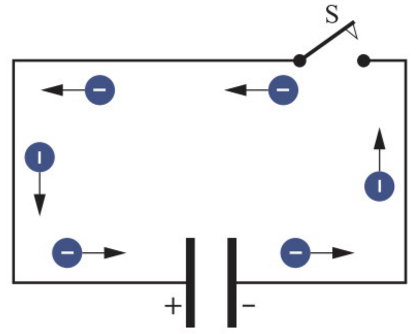
מעגל טעינה של קבל דרך מקור מתח

בפרק הקודם ראינו כיצד מתבצעת טעינה ישירה של קבל לוחות באמצעות מקור מתח שהכא"מ שלו ε, כמתואר באיור.

נניח שמקור המתח אידיאלי, כלומר חסר התנגדות פנימית, ולכן המתח על פניו שווה לכא"מ ε. עם סגירת המפסק, האלקטרונים נדחים מההדק השלילי של מקור המתח ונעים דרך תיל ההולכה, מההדק השלילי אל לוח הקבל, שכתוצאה מכך נטען במטען שלילי. בו-בזמן, אלקטרונים נעים מהלוח השני של הקבל דרך תיל ההולכה ונמשכים אל ההדק **החיובי** של מקור המתח. תהליך טעינה מהיר זה ייפסק ברגע שבו ישתוו הפוטנציאלים על לוחות הקבל לאלו של הדקי מקור המתח.

בסוף הטעינה, המתח על הקבל שווה בגודלו והפוך בסימנו למתח המקור. במהלך הטעינה ייווצר זרם לזמן קצר מאוד, שייפסק עם סיום הטעינה. בסוף הטעינה הלוח החיובי יהיה טעון במטען $Q_{\max} = C \cdot \varepsilon$ והלוח השלילי יהיה טעון במטען $-Q_{\max}$.

פריקה מהירה של קבל לוחות

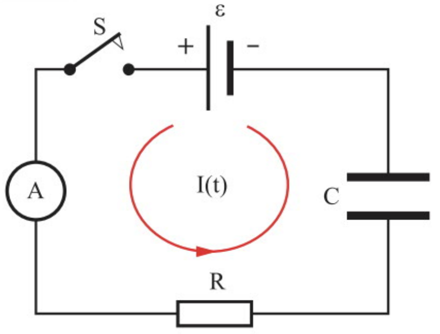


מעגל פריקה של קבל

באיור מתואר מעגל פריקה, המכיל קבל טעון, מפסק ותילים מוליכים. עם סגירת המעגל על ידי המפסק, אלקטרונים נעים מהלוח השלילי של הקבל ישירות אל הלוח החיובי, ובתוך זמן קצר לוחות הקבל יפסיקו להיות טעונים. לתהליך זה נקרא **פריקה מהירה של הקבל**.

טעינה של קבל לוחות במעגל RC

מעגל RC טורי

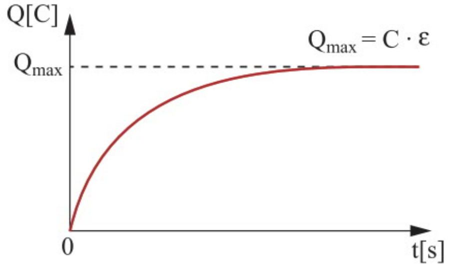


מעגל RC טורי

חיבור ישיר של קבל למקור מתח גורם לטעינתו המהירה מאוד. תוך כדי הטעינה נוצר לזמן קצר מאוד זרם גדול מאוד שיכול להגיע למאות אמפרים. זרם זה זורם כמובן גם דרך מקור המתח ויכול לגרום להריסתו. לכן נוהגים לחבר נגד בטור למעגל הטעינה. באיור מתואר מעגל המכיל חיבור טורי של נגד וקבל, אמפרמטר בעל התנגדות זניחה, מקור מתח ומפסק. מעגל זה מכונה **מעגל RC**, וטעינת הקבל דרכו איטית יותר. ננתח את תהליך הטעינה במעגל כזה.

נסמן ב-R את ההתנגדות הכוללת במעגל המתואר באיור. עם סגירת המפסק, מתחיל לזרום זרם המשתנה עם הזמן, שאותו נסמן ב- $I(t)$. המתח על הקבל, שהיה שווה לאפס בזמן $t=0$, הולך וגדל עם הזמן. נסמן מתח זה ב- $V_C(t)$. גם המתח על הנגד הולך וגדל. נסמן אותו ב- $V_R(t)$. בהתאם לחוק אוהם מתקיים: $V_R(t) = R \cdot I(t)$.

השתנות המטען על הקבל במהלך הטעינה



השתנות המטען על הקבל במהלך הטעינה

המתח על הקבל במעגל נתון על ידי $V_C(t) = \dfrac{Q(t)}{C}$, כאשר Q הוא המטען על הקבל, המשתנה כפונקציה של הזמן t.

על פי **חוק המתחים של קירכהוף**, מתקיים בכל רגע במהלך הטעינה

$\varepsilon = V_C(t) + V_R(t)$ או: $\varepsilon = \dfrac{Q(t)}{C} + R \cdot I(t)$

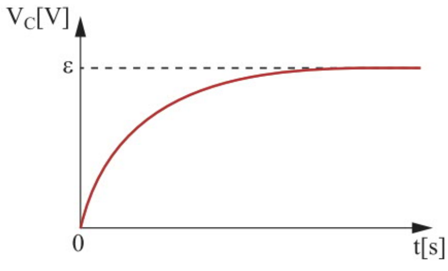
על פי הגדרת הזרם שהכרנו, הזרם שווה לשינוי במטען ביחידת זמן. מבחינה מתמטית, הזרם שווה לנגזרת של המטען לפי הזמן, כלומר: $I_{(t)} = \dfrac{dQ}{dt}$

ומכאן:
$$\varepsilon = \frac{Q(t)}{C} + R \cdot \frac{dQ}{dt}$$

קיבלנו משוואה דיפרנציאלית שמכילה פונקציה ואת הנגזרת שלה. פתרון המשוואה נתון על ידי הפונקציה המעריכית:
$$Q(t) = \varepsilon \cdot C(1 - e^{\frac{1}{RC}})$$

המכפלה $\varepsilon \cdot C$ שווה למטען המקסימלי על הקבל, שאותו נסמן ב- Q_{max} ומכאן:
$$Q(t) = Q_{max}(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

למעשה, המטען המקסימלי הוא זה שנוצר על הקבל בסיום הטעינה, והוא מתקבל באופן תיאורטי כעבור זמן t אינסופי, כפי שניתן לראות בגרף.



השתנות המתח על הקבל במהלך הטעינה

השתנות המתח על הקבל במהלך הטעינה

ראינו שבמהלך הטעינה משתנה המטען לפי הנוסחה:
$$Q(t) = Q_{max}(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

אם נחלק את המשוואה ב-C נקבל: $\dfrac{Q(t)}{C} = V_C(t) = \varepsilon(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

מכאן שבמהלך הטעינה, **המתח על הקבל משתנה עם הזמן** באופן דומה להשתנות **המטען** על הקבל, כפי שניתן לראות בגרף.

ניתן לראות כי:

- בתחילת הטעינה אין מטען על הקבל: $Q_{(t=0)} = 0$, לכן המתח עליו שווה לאפס: $V_{C(t=0)} = 0$.
- בשלבים הראשונים של הטעינה, המטען והמתח על הקבל עולים בצורה מהירה (מעריכית), ולאחר מכן הם שואפים אסימפטוטית לערכים הסופיים המקסימליים: $V_{max} = \varepsilon$, $Q_{max} = \varepsilon \cdot C$

מקובל להגדיר גודל המסומן τ (טאו), שנקרא **קבוע הזמן של מעגל RC**, השווה למכפלה בין התנגדות הנגד לקיבול הקבל: $\tau = R \cdot C$.

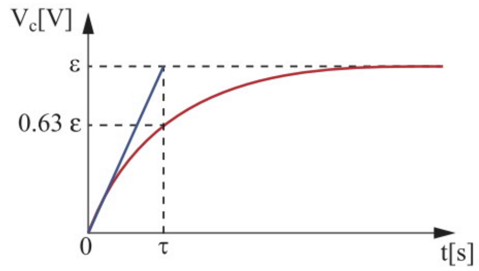
נחשב את יחידות המידה של קבוע הזמן τ: $[\tau] = [R] \cdot [C] = \Omega \cdot F = \dfrac{V}{A} \cdot \dfrac{C}{V} = \dfrac{C}{A} = \dfrac{A \cdot \sec}{A} = \sec$

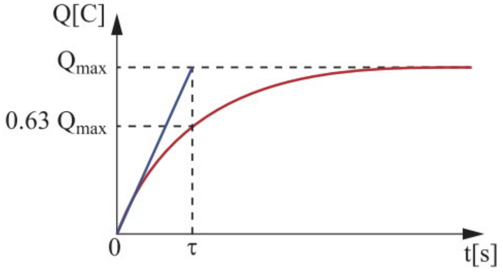
קיבלנו יחידות של זמן.

כדי להבין את המשמעות הפיזיקלית, נחשב את המטען ואת המתח על הקבל כעבור פרק זמן השווה לקבוע הזמן τ:

- המטען על הקבל יהיה: $Q_{(t=\tau)} = \varepsilon \cdot C(1-e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = \varepsilon \cdot C(1-e^{-1}) \approx 0.63\varepsilon \cdot C = 0.63Q_{\max}$
- המתח על הקבל יהיה: $V_{C(t=\tau)} = \varepsilon(1-e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = \varepsilon(1-e^{-1}) \approx 0.63\varepsilon = 0.63V_{\max}$

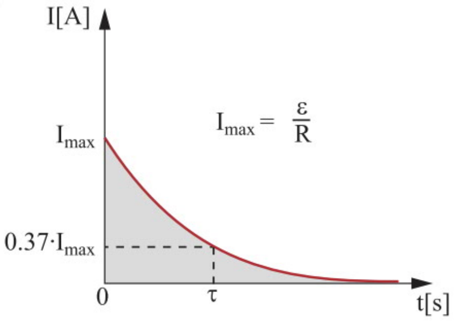
כלומר כעבור פרק זמן $t=\tau$, המטען והמתח על הקבל מגיעים לכ-63% מערכם המקסימלי, כפי שניתן לראות גם בגרפים.





- מעיון בגרפים, ניתן לראות כי קיימת משמעות פיזיקלית נוספת לקבוע הזמן τ:
  - o זהו הזמן הנדרש כדי שהמתח על הקבל יגיע לערכו הסופי ε, **אילו היה משתנה בקצב קבוע**, השווה לקצב השינוי ההתחלתי (המשיק לגרף בתחילת הטעינה).
  - o לחילופין, זהו הזמן הנדרש כדי שהמטען על הקבל יגיע לערכו המקסימלי Q_{max}, **אילו המטען על הקבל היה משתנה בקצב קבוע**, השווה לקצב השינוי ההתחלתי.
- לאחר פרק זמן השווה ל-5 קבועי זמן, הטעינה נחשבת ל**מלאה באופן מעשי** (המטען והמתח מגיעים לכ-99% מערכם הסופי).

השתנות הזרם והמתח על הנגד במהלך הטעינה



השתנות הזרם דרך הנגד במהלך הטעינה

כאמור, הנגזרת של המטען לפי הזמן מתארת את הזרם כפונקציה של הזמן.

נגזור את המשוואה: $Q(t) = \varepsilon \cdot C(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

ונקבל: $I(t) = \frac{\varepsilon \cdot C}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$, אבל $\frac{\varepsilon}{R}$ הוא הערך המקסימלי של הזרם שיכול לעבור בנגד, שאותו נסמן ב- $I_{\max}$, לכן מתקיים

$I(t) = I_{\max}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$.

השטח הכלוא מתחת לגרף הזרם במהלך הטעינה שווה בגודלו למטען שעבר במעגל. על פי **חוק אוהם**, מתקבל שהמתח על הנגד כפונקציה של הזמן $V_R(t)$ הוא:

$$V_R(t) = I(t) \cdot R = R \cdot \frac{\varepsilon}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \varepsilon \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

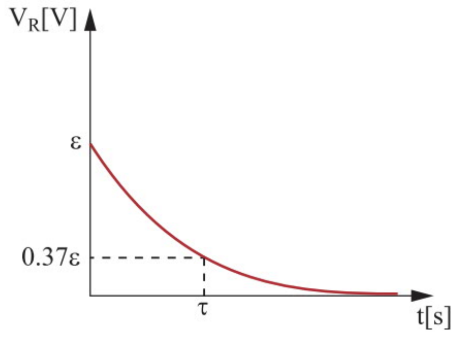
ניתן להגיע לאותה תוצאה גם על פי **חוק המתחים של קירכהוף**: $\varepsilon = V_C(t) + V_R(t)$

לכן: $V_R(t) = \varepsilon - V_C(t) = \varepsilon - \varepsilon(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) = \varepsilon \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

כצפוי, המתח על הנגד מתנהג באופן דומה לזרם דרכו, כמתואר בגרף.

ניתן לראות ש:

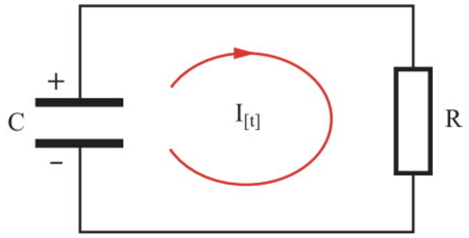
- בזמן $t=0$, הזרם דרך הנגד מקסימלי ושווה ל- $I_{\max} = \frac{\varepsilon}{R}$. לכן גם המתח על הנגד מקסימלי ושווה ל-ε.
- עם תחילת הטעינה, הזרם על הנגד וגם המתח עליו יורדים בצורה מהירה, מעריכית, ולאחר מכן שואפים אסימפטוטית לאפס, שהוא הערך הסופי.
- כעבור פרק זמן $\tau = RC$, הזרם והמתח יורדים לכ–37% מערכיהם ההתחלתיים (המקסימליים).



השתנות המתח על הנגד במהלך טעינת הקבל

פריקה של קבל במעגל RC

המטען והמתח על הקבל במהלך הפריקה



מעגל RC לפריקה של קבל

פריקה של קבל הטעון במטען מקסימלי שערכו $Q_{\max} = \varepsilon \cdot C$ מתבצעת דרך הנגד, במעגל החשמלי המתואר באיור (ללא מקור מתח).

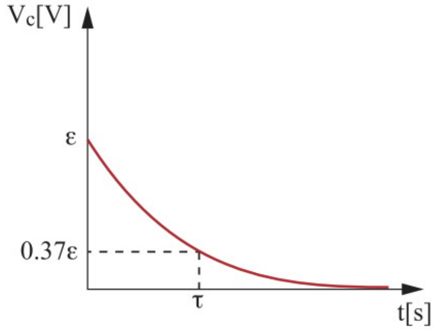
במהלך פריקת הקבל מתקיים בכל רגע שימור אנרגיה (חוק המתחים של קירכהוף), כלומר $V_R(t) + V_C(t) = 0$, או $R \cdot I(t) + \frac{Q(t)}{C} = 0$.

ניזכר שוב שהזרם הוא נגזרת לפי הזמן של המטען,

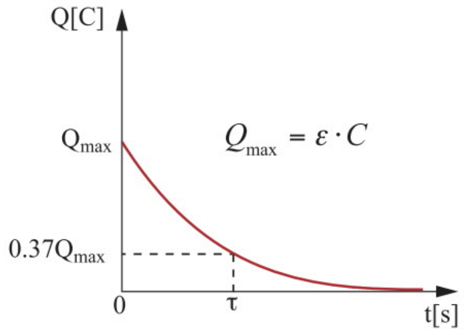
ולכן: $R \cdot \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} = 0$.

זוהי משוואה דיפרנציאלית שפתרונה הוא $Q(t) = Q_{\max} e^{-t/\tau}$ ומשמעותה היא דעיכה מעריכית של המטען עם קבוע זמן $\tau = RC$, כמתואר בגרף.

המתח על הקבל מקיים: $V_C(t) = \frac{Q(t)}{C}$. אם נציב את הפונקציה שקיבלנו עבור המטען נקבל: $V_C(t) = \varepsilon \cdot e^{-t/\tau}$, כאשר ε הוא המתח המקסימלי על הקבל בסיום הטעינה.



השתנות המתח על הקבל במהלך פריקתו



השתנות המטען על הקבל במהלך פריקתו

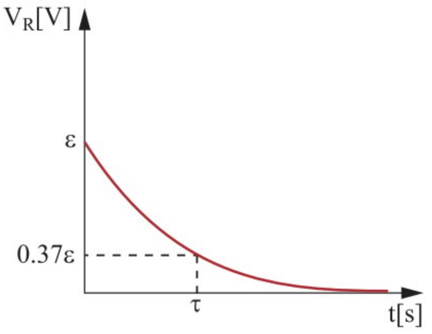
מהניתוח ומהגרפים ניתן להסיק כי:

- בזמן t=0 המטען והמתח על הקבל מקסימליים וערכיהם: $V_{C,\max} = \varepsilon$, $Q_{\max} = \varepsilon \cdot C$.
- עם תחילת הפריקה, המטען והמתח על קבל דועכים בצורה מהירה (מעריכית), ולאחר מכן שואפים אסימפטוטית לאפס, הערך הסופי.
- כעבור זמן $\tau = R \cdot C$, המטען והמתח דועכים לכ-37% מערכיהם ההתחלתיים (המקסימליים).

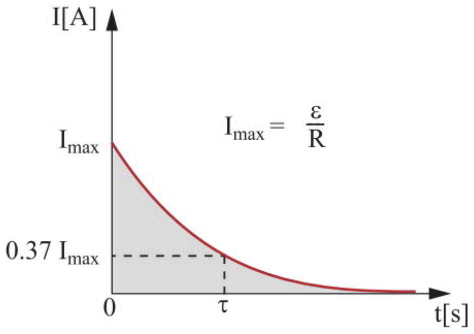
הזרם והמתח על הנגד במהלך הפריקה

במהלך הפריקה המטען דועך מעריכית לפי הפונקציה $Q(t) = Q_{\max} e^{-t/\tau}$. הזרם במעגל שווה בכל רגע לערך הנגזרת של המטען לפי הזמן, לכן מתקיים $I(t) = -I_{\max} e^{-t/\tau}$, כאשר $I_{\max} = \frac{\varepsilon}{R}$ (בגרף מתואר הערך המוחלט של הזרם במעגל).

המתח על הנגד מתקבל מתוך חוק אוהם $V_R(t) = R \cdot I(t)$ ולכן: $V_R(t) = -\varepsilon \cdot e^{-t/\tau}$. בגרף מתואר **הערך המוחלט** של המתח על הנגד. שימו לב: המשמעות של סימן המינוס במשוואות של זרם הפריקה ושל המתח על פני הנגד היא **שזרם פריקת הקבל הוא בכיוון הפוך לזרם הטעינה שלו**.



השתנות המתח (בערכו המוחלט) על הנגד במהלך פריקת הקבל במעגל RC



השתנות הזרם (בערכו המוחלט) על הנגד במהלך פריקת הקבל במעגל RC

מהגרפים נוכל להסיק כי במהלך פריקת הקבל במעגל RC מתקיים:

- בזמן $t=0$, הזרם דרך הנגד מקסימלי ושווה ל- $\frac{\varepsilon}{R}$. לכן גם המתח עליו מקסימלי ושווה ל-ε.
- עם תחילת הפריקה, גודל הזרם על הנגד והמתח עליו דועכים בצורה מהירה, מעריכית, ולאחר מכן שואפים אסימפטוטית לאפס, הערך הסופי.
- במהלך הפריקה, **כיווני הזרם והמתח על הנגד הפוכים בכיוונם לזרם ולמתח במהלך הטעינה**.
- כעבור זמן $\tau = RC$, גודל הזרם והמתח יורדים לכ-37% מערכיהם ההתחלתיים, המקסימליים.
- השטח הכלוא מתחת לגרף הזרם בתלות בזמן במהלך הפריקה, שווה בגודלו למטען שעבר במעגל.

סיכום:

1. **טעינה – מטען ומתח על הקבל**

א. במהלך הטעינה ועד לסיומה מתקיים חוק שימור האנרגיה, ולכן ניתן להשתמש בחוק המתחים של קירכהוף, כלומר $\varepsilon = V_C(t) + V_R(t)$.

ב. במהלך הטעינה ועד לסיומה, המטען והמתח על הקבל משתנים עם הזמן בצורה דומה, מכיוון שלפי ההגדרה $V_C(t) = \frac{Q(t)}{C}$.

ג. בתחילת הטעינה $V_{C(t=0)} = 0$, $Q_{(t=0)} = 0$. כצפוי אין מטען על הקבל ולכן המתח עליו שווה לאפס.

ד. מיד עם תחילת הטעינה, המטען והמתח על הקבל עולים בצורה מהירה, מעריכית, ולאחר מכן שואפים אסימפטוטית לערכים הסופיים, שהם מקסימליים: $Q_{\max} = \varepsilon \cdot C$, $V_{C,\max} = \varepsilon$, בהתאמה.

2. **טעינה – זרם ומתח על הנגד**

א. במהלך הטעינה ועד לסיומה, הזרם דרך הנגד והמתח עליו משתנים עם הזמן בצורה דומה, מכיוון שלפי חוק אוהם: $V_R = R \cdot I$.

ב. בזמן t=0, הזרם דרך הנגד מקסימלי ושווה ל- $\frac{\varepsilon}{R}$. לכן גם המתח עליו מקסימלי ושווה ל- ε.

ג. מיד עם תחילת הטעינה, הזרם על הנגד וגם המתח עליו יורדים בצורה מהירה, מעריכית, ולאחר מכן שואפים אסימפטוטית לאפס, הערך הסופי.

3. **פריקה – מטען ומתח על הקבל**

א. במהלך פריקת קבל טעון דרך התנגדות ועד לסיומה, מתקיים בכל רגע שימור אנרגיה, ולכן ניתן להשתמש בחוק המתחים של קירכהוף, כלומר $V_R(t) + V_C(t) = 0$.

ב. במהלך פריקת הקבל ועד לסיומה, המטען והמתח על הקבל משתנים עם הזמן בצורה דומה, מכיוון שלפי ההגדרה: $V_C(t) = \frac{Q(t)}{C}$.

ג. בזמן t=0, המטען והמתח על הקבל מקסימליים ושווים ל- $Q_{\max} = \varepsilon \cdot C$, $V_{C,\max} = \varepsilon$, בהתאמה.

ד. עם תחילת הפריקה, המטען והמתח על הקבל דועכים בצורה מהירה, מעריכית, ולאחר מכן שואפים אסימפטוטית לאפס, הערך הסופי.

4. **פריקה – זרם ומתח על הנגד**

א. בזמן t=0, הזרם דרך הנגד מקסימלי ושווה ל- $\frac{\varepsilon}{R}$. לכן גם המתח עליו מקסימלי ושווה ל-ε.

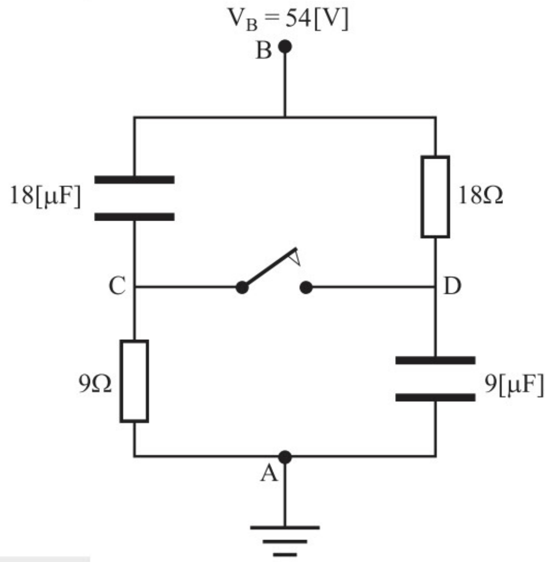
ב. במהלך הפריקה ועד לסיומה, הזרם דרך הנגד והמתח עליו משתנים עם הזמן בצורה דומה, מכיוון שלפי חוק אוהם: $V_R = R \cdot I$.

ג. עם תחילת הפריקה, גודל הזרם על הנגד והמתח עליו דועכים בצורה מהירה, מעריכית, ולאחר מכן שואפים אסימפטוטית לאפס, הערך הסופי.

ד. במהלך הפריקה, כיווני הזרם והמתח על הנגד הפוכים בכיוונם לזרם ולמתח במהלך הטעינה.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)



נתון המעגל החשמלי המופיע בתרשים. הנקודה A מוארקת, והנקודה B מוחזקת בפוטנציאל של V_B=54[V].

א. מהו הפוטנציאל בנקודה C ובנקודה D כשהמפסק פתוח?

ב. מהו הפוטנציאל בנקודה C ובנקודה D כשהמפסק סגור?

ג. מהו המטען על כל אחד מהקבלים:

[1] כשהמפסק פתוח?

[2] כשהמפסק סגור?

פתרון דוגמה מספר (1)

א. כאשר הקבלים טעונים לא זורם זרם דרך הנגדים, כי הקבלים מהווים נתק.

הפוטנציאל בנקודה C כשהמפסק פתוח שווה לאפס. לא זורם זרם דרך הנגד של 9Ω (V_A=V_C).

הפוטנציאל בנקודה D כשהמפסק פתוח שווה ל-54[V]. לא זורם זרם דרך הנגד של 18Ω (V_B=V_D).

ב. כאשר המפסק סגור, הפוטנציאל בנקודה C שווה לזה שבנקודה D:

$$V = V_{18} + V_9 = I \cdot R_{18} + I \cdot R_9$$

$$54 = I \cdot 18 + I \cdot 9 \Rightarrow I = \frac{54}{27} = 2[A]$$

$$V_D = V_C = V_9 = I \cdot R_9 = 2 \cdot 9 = 18[V]$$

ניתן לפתור גם בדרך אחרת:

מפל המתח על פני הנגד של 18Ω הוא:

$$V_{18} = I \cdot R_{18} = 2 \cdot 18 = 36[V]$$

כלומר, הפוטנציאל בנקודה D נמוך מזה שבנקודה B ב-36[V]:

$$V_B - V_D = 36$$

$$54 - V_D = 36 \Rightarrow V_D = 18[V]$$

ג. נחשב את המטענים על כל אחד מהקבלים:

[1] כשהמפסק פתוח, המתח על פני כל אחד מהקבלים שווה ל-54[V]:

$$Q_9 = V_9 \cdot C_9 = 54 \cdot 9 \cdot 10^{-6} = 486 \cdot 10^{-6}[C]$$

$$Q_{18} = V_{18} \cdot C_{18} = 54 \cdot 18 \cdot 10^{-6} = 972 \cdot 10^{-6}[C]$$

[2] כשהמפסק סגור, מפל המתח על פני הקבל של 18[μF] הוא 36[V]:

$$Q_{18} = V_{18} \cdot C_{18} = 36 \cdot 18 \cdot 10^{-6} = 648 \cdot 10^{-6}[C]$$

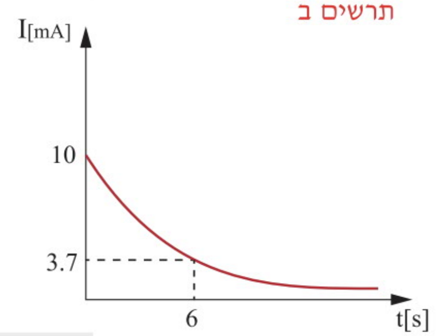
ומפל המתח על פני הקבל של 9[μF] הוא 18[V]:

$$Q_9 = V_9 \cdot C_9 = 18 \cdot 9 \cdot 10^{-6} = 162 \cdot 10^{-6}[C]$$

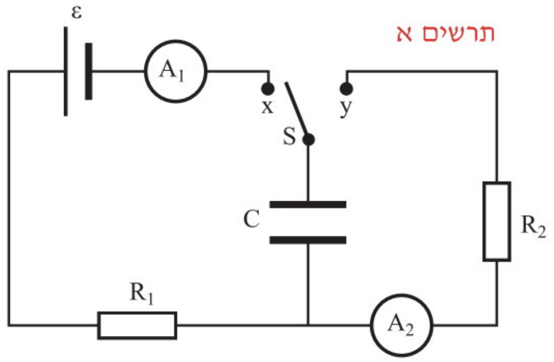
דוגמה מספר (2)

בתרשים א מתואר מעגל חשמלי שבנתה תלמידה. המעגל כולל מקור מתח אידיאלי שהכא"מ שלו $\varepsilon=30[V]$, קבל שקיבולו C, נגד שהתנגדותו $R_1=3000\Omega$, נגד שהתנגדותו $R_2=6000\Omega$ ומדי-זרם שהתנגדותם ניתנת להזנחה.

תרשים ב



תרשים א



התלמידה טענה את הקבל (קצה המפסק נגע ב-x) ולאחר מכן פרקה את הקבל (קצה המפסק נגע ב-y).

תרשים ב מתאר גרף של הזרם I כפונקציה של t, אותו סרטטה התלמידה בהתאם למדידות הזרם שביצעה.

א. האם הגרף שבתרשים ב עשוי להתאים לזרם שנמדד באמצעות מד-הזרם A_1, או לזרם שנמדד באמצעות מד-הזרם A_2? נמקו.

ב. חשבו את קיבול הקבל C.

ג. סרטטו גרף מקורב של הזרם בתלות בזמן במהלך פריקת הקבל עבור מד-הזרם האחר (זה שתרשים ב אינו מתאים לו).

ד. מהי כמות החום המשתחררת בנגד R_2 בתהליך הפריקה של הקבל? האם כמות חום זו תלויה בהתנגדותו של הנגד R_2?

פתרון דוגמה מספר (2)

א. הזרם המרבי בתחילת תהליך טעינת הקבל נמדד על ידי A_1:

$$I_{max}=\frac{V}{R_1}=\frac{30}{3000}=1\cdot10^{-2}[A]=10[mA]$$

הזרם המרבי בתחילת תהליך פריקת הקבל נמדד על ידי A_2:

$$I_{max}=\frac{V}{R_2}=\frac{30}{6000}=5\cdot10^{-3}A=5[mA]$$

מכאן שהגרף מתאים לזרם שנמדד על ידי A_1.

ב. קבוע זמן הטעינה הוא $\tau=6[s]$, לכן:

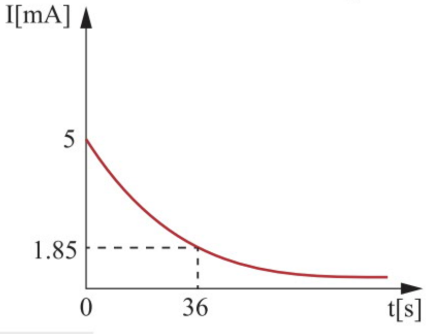
$$\tau=R_1\cdot C\Rightarrow C=\frac{\tau}{R_1}=\frac{6}{3000}=0.002[F]=2[mF]$$

ג. הזרם המרבי בתחילת תהליך פריקת הקבל:

$$I_{max}=\frac{V}{R_2}=\frac{30}{6000}=5\cdot10^{-3}[A]=5[mA]$$

$$0.37I_0=0.37\cdot5=1.85[mA]$$

$$\tau=R_2\cdot C=6000\cdot0.006=36[s]$$

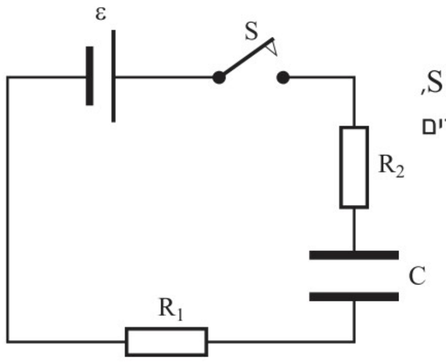


ד. בתהליך הפריקה של הקבל, האנרגיה שהייתה אגורה בקבל הומרה כולה לאנרגיית חום שהשתחררה בנגד R_2.

$$U_P = \frac{C \cdot V^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 30^2}{2} = 0.9[J]$$

כמות חום זו אינה תלויה בהתנגדותו של הנגד R_2.

דוגמה מספר (3)

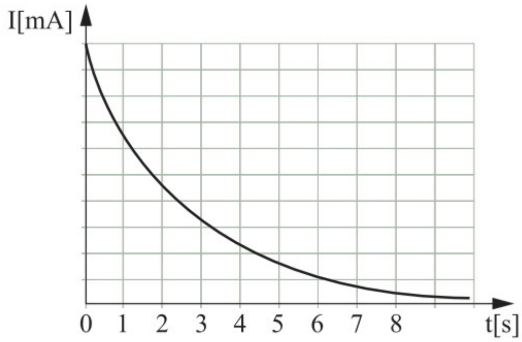


בתרשים מתואר מעגל חשמלי של טעינת קבל. המעגל החשמלי כולל: מפסק S, מקור מתח שערך הכא"מ שלו ε=4[V] והתנגדותו הפנימית ניתנת להזנחה, נגדים R_1=750Ω, R_2=250Ω וקבל C.

ברגע t=0 סגרו את המפסק S.

א. מהו הזרם במעגל החשמלי ברגע t=0?

ב. בגרף שלפניכם מתואר הזרם כפונקציה של הזמן.
מצאו את קבוע הזמן τ.



ג. חשבו את קיבול הקבל C.

ד. חשבו את המטען של הקבל לאחר שהוא נטען לחלוטין.

ה. המטען שחישבתם בסעיף ד שווה למטען שעבר במקור הכא"מ. הסבירו מדוע.

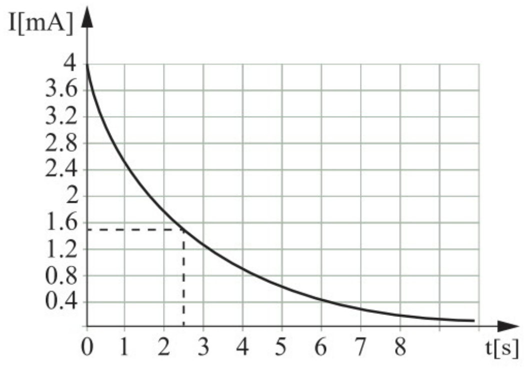
ו. כמה אנרגיה סיפק המקור בתהליך הטעינה?

פתרון דוגמה מספר (3)

א. ברגע t=0, הזרם עובר דרך שני הנגדים המחוברים בטור:

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} = \frac{4}{750+250} = 0.004[A] = 4[mA]$$

ב. קבוע זמן הטעינה הוא הזמן שעבורו הזרם שווה ל-37% מערכו ההתחלתי: $0.37 I_0 = 0.37 \cdot 4 = 1.48[mA]$



לפי הגרף, הזמן המתאים ל-1.48[mA] הוא t=τ≅2.5[s].

ג.

$$\tau = R_T \cdot C \Rightarrow$$

$$C = \frac{\tau}{R_T} = \frac{2.5}{750+250} = 0.0025[F] = 2.5[mF]$$

ד. מטען הקבל בטעינה מלאה (כשהמתח עליו שווה למתח המקור):

$$Q = V \cdot C = 4 \cdot 0.0025 = 0.01[C]$$

ה. המטען שחושב הוא המטען על לוח אחד של הקבל. מטען זה עבר מלוח אחד של הקבל אל משנהו דרך מקור המתח.

ו. דרך מקור המתח ε עבר מטען Q, לכן האנרגיה שהמקור סיפק:

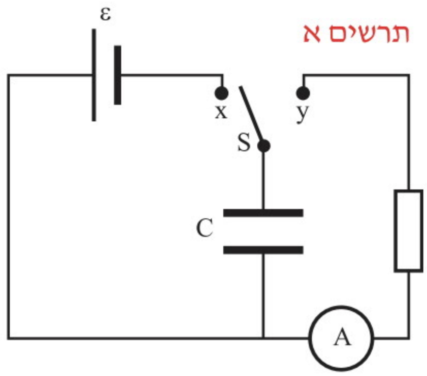
$$U = \varepsilon \cdot Q = 4 \cdot 0.01 = 0.04[J]$$

דוגמה מספר (4)

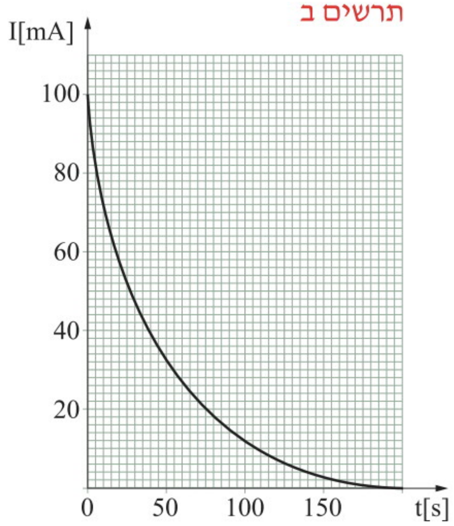
בתרשים א מתואר מעגל חשמלי שבנתה תלמידה. המעגל כולל מקור מתח שהכא"מ שלו $20[V]$, קבל שקיבולו C, נגד שהתנגדותו R, ואמפרמטר שהתנגדותו ניתנת להזנחה. התלמידה טוענה את הקבל (קצה המפסק נגע ב- x), ולאחר מכן פרקה את הקבל (קצה המפסק נגע ב-y).

בתרשים ב מתוארת עקומה של הזרם I (ביחידות מילי-אמפר), שמדדה התלמידה באמצעות האמפרמטר כפונקציה של הזמן, במהלך פריקת הקבל. הפריקה החלה ברגע $t = 0$. התלמידה בדקה ומצאה שבין העקומה לבין הצירים יש 500 משבצות קטנות.

תרשים א



תרשים ב



א. הסבירו מדוע במהלך הפריקה, הזרם I הולך וקטן כפונקציה של הזמן.

ב. חשבו את:

[1] המטען הכולל שעבר דרך הנגד במהלך הפריקה.

[2] את הקיבול C.

[3] את ההתנגדות R.

פתרון דוגמה מספר (4)

א. בתהליך הפריקה, מטען חשמלי עובר דרך המעגל מלוח אחד של הקבל ללוח האחר, לכן המתח בין לוחות הקבל קטן וכתוצאה מכך גם הזרם I הולך וקטן.

ב.

[1] השטח שמתחת לגרף מייצג את המטען הכולל שעבר דרך הנגד. מאחר שמתחת לגרף יש 500 משבצות וכל אחת מייצגת מטען של $2 \cdot 5 = 10[mC]$, המטען שעבר דרך הנגד הוא:

$$Q = 500 \cdot 10 = 5000[mC] = 5[C]$$

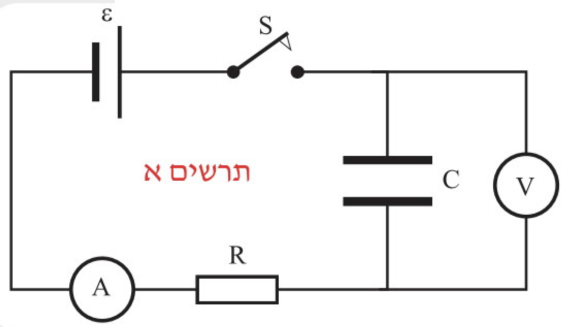
[2]

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{5}{20} = 0.25[F]$$

[3] ברגע $t=0$, כל המתח היה על הנגד והזרם היה $100[mA]$ (לפי הגרף), לכן:

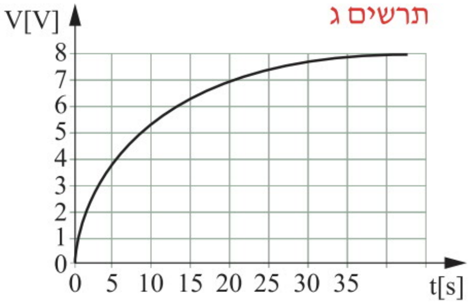
$$R = \frac{V}{I} = \frac{20}{0.1} = 200\,\Omega$$

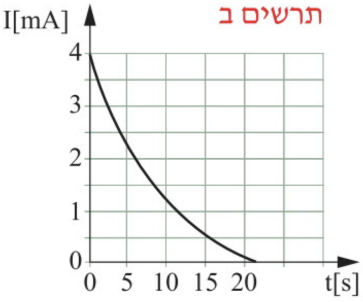
דוגמה מספר (5)



בתרשים א מתואר מעגל חשמלי המאפשר טעינת קבל. המעגל החשמלי כולל: מפסק S, מכשירי מדידה אידיאליים, מקור כא"מ ε שהתנגדותו הפנימית ניתנת להזנחה, נגד R, וקבל C. ברגע $t=0$ סגרו את המפסק S.

תוצאות המדידה מתוארות בתרשים ב ובתרשים ג.





א. השתמשו בתרשים ב ובתרשים ג כדי לחשב את הגדלים הבאים:

[1] הזרם החשמלי ברגע $t=0$.

[2] הכא"מ של הסוללה.

[3] התנגדות הנגד R.

[4] קבוע הזמן.

[5] קיבול הקבל.

[6] מטען הקבל לאחר שהוא נטען סופית.

ב. אילו הטעינה הייתה נעשית דרך נגד בעל התנגדות גדולה מ-R, האם האנרגיה החשמלית האגורה בקבל הייתה גדלה, קטנה או נותרת ללא שינוי? נמקו.

ג. מחליפים את הקבל C בקבל שקיבולו גדול יותר וחוזרים על הניסוי. קבעו לגבי כל אחד מהגדלים הבאים, האם הוא גדל, קטן או אינו משתנה:

[1] קבוע הזמן.

[2] המתח הסופי בין לוחות הקבל.

[3] האנרגיה החשמלית האגורה בקבל.

[4] מטען הקבל.

פתרון דוגמה מספר (5)

א. חישוב הגדלים הנדרשים:

[1] על פי תרשים ב, ברגע $t=0$ הזרם דרך הנגד הוא מקסימלי וערכו $I_0=4[mA]$.

[2] על פי תרשים ג, המתח בין לוחות הקבל בסיום תהליך הטעינה שווה לכא"מ, $\varepsilon=8[V]$.

[3] בזמן $t=0$, הזרם דרך הנגד מקסימלי והמתח עליו שווה לכא"מ.

לפי חוק אוהם: $R=\frac{\varepsilon}{I_{max}}=\frac{8}{0.004}=2000\,\Omega$

[4] קבוע זמן הטעינה הוא הזמן שעבורו הזרם שווה לכ-37% מערכו ההתחלתי.

לפי הגרף, הזמן המתאים ל- $1.48[mA]$ הוא $t=\tau\cong 10[s]$.

[5] את קיבול הקבל נמצא בעזרת τ ו-R: $\tau=R\cdot C\Rightarrow C=\frac{\tau}{R}=\frac{10}{2000}=0.005[F]=5[mF]$

[6] מטען הקבל לאחר שהוא נטען סופית: $Q=V\cdot C=8\cdot 0.005=0.04[C]$

ב. האנרגיה החשמלית האגורה בקבל תלויה בקיבול ובמתח המקור, ולכן היא לא תשתנה.

ג. לאחר החלפת הקבל בקבל אחר, שקיבולו גדול יותר:

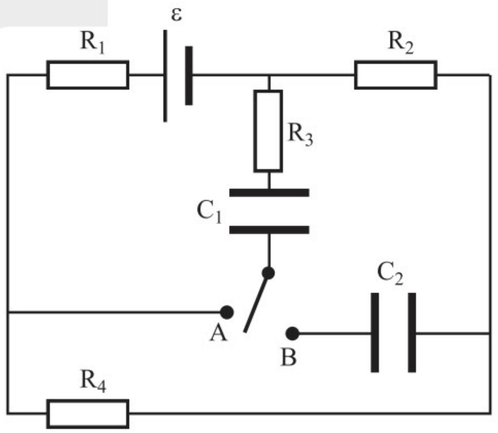
[1] קבוע הזמן **יגדל** ($\tau=R\cdot C$).

[2] המתח בין לוחות הקבל **לא ישתנה** (שווה לכא"מ ε).

[3] האנרגיה החשמלית האגורה בקבל **תגדל** ($U_P=\frac{C\cdot V^2}{2}$).

[4] המטען **יגדל** ($Q=V\cdot C$).

דוגמה מספר (6)



המעגל החשמלי המתואר בתרשים כולל מקור מתח של $\varepsilon=12[V]$ שהתנגדותו הפנימית זניחה, ארבעה נגדים $R_1=R_2=R_3=R_4=4\Omega$, שני קבלים שאינם טעונים $C_1=18\cdot 10^{-6}[F]$, $C_2=36\cdot 10^{-6}[F]$ ומתג.

מעבירים את המתג למצב A, ומחכים זמן רב.

א. חשבו את עוצמת הזרם העובר בנגד R_1.

ב. חשבו את המטען על **כל אחד** משני הקבלים.

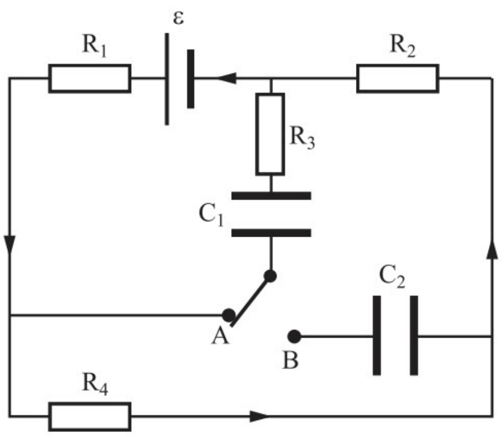
פורקים את הקבלים, מעבירים את המתג למצב B, ומחכים זמן רב.

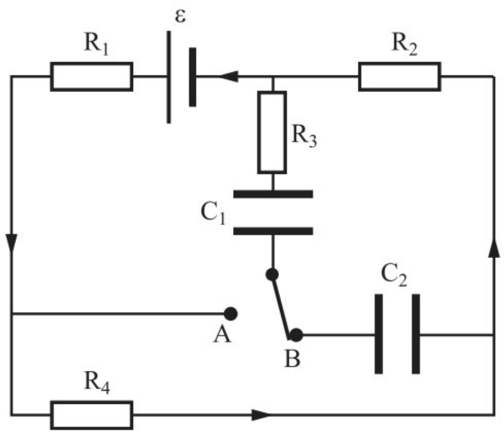
ג. מצאו את עוצמת הזרם העובר בנגד R_1.

ד. חשבו את המטען על **כל אחד** משני הקבלים.

ה. איזה מהנגדים אינו משפיע על עוצמת הזרם העובר בנגד R_1? נמקו.

פתרון דוגמה מספר (6)





א. כאשר המתג במצב A, דרך הנגד R_3 לא זורם זרם, לכן:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_4 = 12\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T} = \frac{12}{12} = 1[A]$$

ב.

$$V_1 = \varepsilon - I \cdot R_1 = 12 - 1 \cdot 4 = 8[V]$$

$$Q_1 = C_1 \cdot V_1 = 18 \cdot 10^{-6} \cdot 8 = 144[\mu C]$$

הקבל C_2 אינו נטען ולכן: $Q_2 = 0$.

ג. כאשר המתג במצב B:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_4 = 12\Omega \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_T} = \frac{12}{12} = 1[A]$$

ד.

$$C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{18 \cdot 10^{-6} \cdot 36 \cdot 10^{-6}}{18 \cdot 10^{-6} + 36 \cdot 10^{-6}} = 12[\mu F]$$

סכום המתחים על שני הקבלים:

$$V = I \cdot R_2 = 1 \cdot 4 = 4[V]$$

$$Q = C_T \cdot V = 12 \cdot 4 = 48[\mu C]$$

הקבלים מחוברים בטור, לכן המטענים על כל אחד מהקבלים שווים, כלומר:

$$Q_1 = 48[\mu C], Q_2 = 48[\mu C]$$

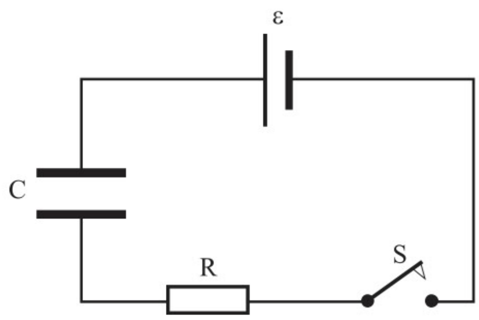
ה. הנגד R_3 אינו משפיע על עוצמת הזרם העובר בנגד R_1. כאשר הקבלים טעונים בענף שבו נמצא הנגד R_3, לא זורם זרם כי הקבלים מהווים נתק.

תרגילים

1. במעגל המתואר בתרשים נתונים ערכי הקבל והנגד: $R=10{,}000\Omega$, $C=2{,}200[\mu F]$. הכא"מ של מקור המתח $\varepsilon=3[V]$. חשבו את:

א. המתח והמטען על הקבל זמן רב לאחר סגירת המפסק.

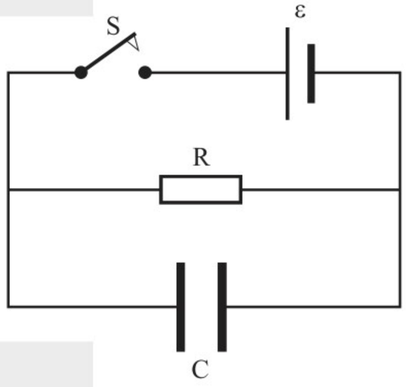
ב. המתח על הנגד והזרם דרכו מיד עם סגירת המפסק.



2. במעגל המתואר בתרשים נתונים ערכי הקבל והנגד: $C=2{,}200[\mu F]$, $R=10{,}000\Omega$. הכא"מ של מקור המתח $\varepsilon=3[V]$.

א. חשבו את המתח על הקבל ועל הנגד זמן רב לאחר סגירת המפסק.

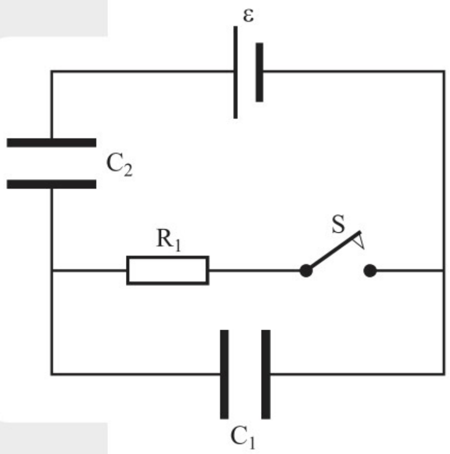
ב. כעת פותחים את המפסק. חשבו את המתח על הנגד כאשר המתח על הקבל הוא 63% מערכו המרבי.



3. במעגל המתואר בתרשים נתון ש: $C_1=6\ [\mu F]$, $C_2=3[\mu F]$, $R_1=4\Omega$. הכא"מ של מקור המתח $\varepsilon=24[V]$. חשבו את:

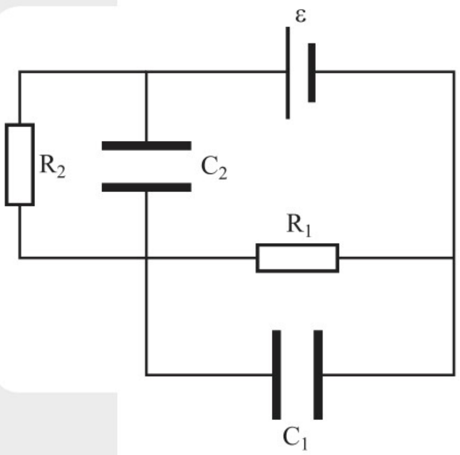
א. המתח והמטען על כל קבל כשהמפסק פתוח.

ב. המתח והמטען על כל קבל זמן רב לאחר סגירת המפסק.



4. במעגל המתואר בתרשים נתון ש:
$C_1=5[\mu F]$, $C_2=20[\mu F]$, $R_1=4\Omega$, $R_2=4\Omega$. הכא"מ של מקור המתח $\varepsilon=12[V]$.

חשבו את המתח והמטען על כל קבל זמן רב לאחר סגירת המפסק.



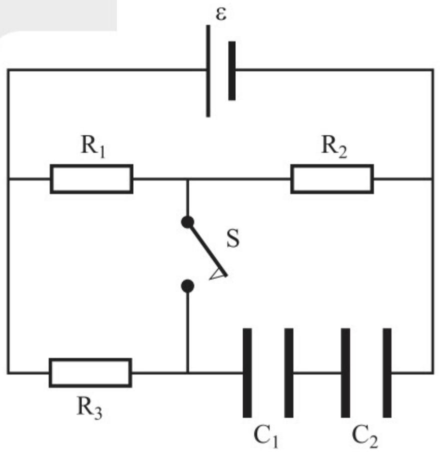
5. במעגל המתואר בתרשים נתונים: $C_1=9[\mu F]$, $C_2=18[\mu F]$

$R_3=40\Omega$, $R_2=5\Omega$, $R_1=10\Omega$.

הכא"מ של מקור המתח $\varepsilon=20[V]$. חשבו את:

א. המתח והמטען על כל קבל כשהמפסק פתוח.

ב. המתח והמטען על כל קבל זמן רב לאחר סגירת המפסק.

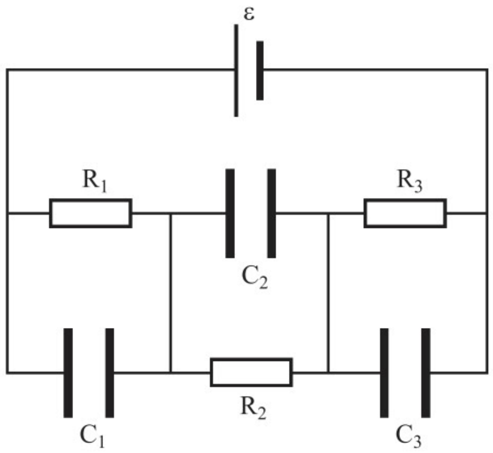


6. במעגל שמתואר בתרשים, הקיבול של כל אחד מהקבלים הוא $C_1=C_2=C_3=C$, וההתנגדות של כל אחד מהנגדים היא $R_1=R_2=R_3=R$. הכא"מ של מקור המתח הוא ε.

נתונים: R, C ו-ε. חשבו את:

א. המתח על כל אחד משלושת הקבלים.

ב. המטען על כל אחד משלושת הקבלים.



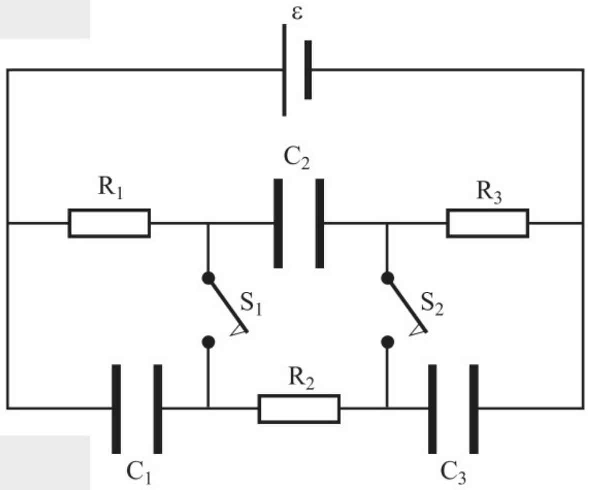
7. במעגל שמתואר בתרשים, הקיבול של כל אחד מהקבלים הוא $C_1=C_2=C_3=C$, וההתנגדות של כל אחד מהנגדים היא $R_1=R_2=R_3=R$. הכא"מ של מקור המתח הוא ε. נתונים: R, C ו-ε.

חשבו את המתח על כל אחד משלושת הקבלים:

א. כאשר שני המפסקים פתוחים.

ב. כאשר S_1 סגור ו-S_2 פתוח.

ג. כאשר שני המפסקים סגורים.



8. במעגל המתואר בתרשים נתונים $R_1=3\Omega$, $C=4[\mu F]$,
$R_2=6\Omega$. הכא"מ של מקור המתח $\varepsilon=12[V]$.

א. כאשר המפסק S סגור:

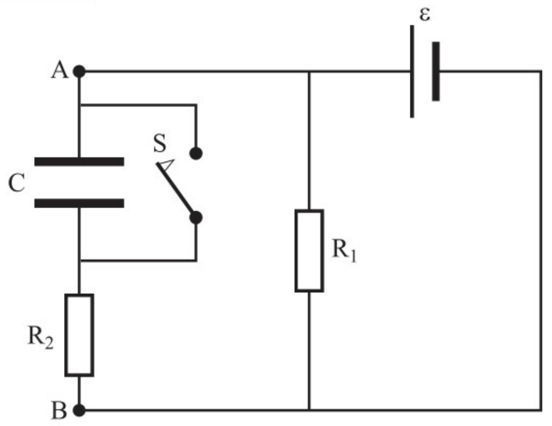
[1] מהם הזרמים (גודל וכיוון) העוברים בנגדים?

[2] מהו המתח V_{AB}?

ב. כאשר המפסק S פתוח:

[1] מהם הזרמים (גודל וכיוון) העוברים בנגדים?

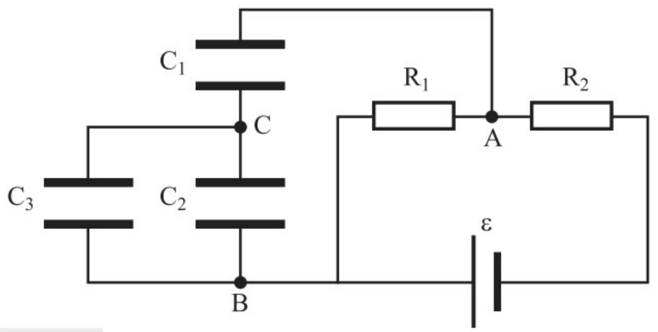
[2] מהו המתח, מהו המטען ומהי האנרגיה של הקבל?



9. במעגל המתואר בתרשים נתונים: $R_1=20\Omega$,
$C_3=20[\mu F]$,$C_2=20[\mu F]$,$C_1=10[\mu F]$,
$R_2=20\Omega$. הכא"מ של מקור המתח $\varepsilon=40[V]$.
חשבו את:

א. המתחים: V_{CB} ,V_{AC} ,V_{AB}.

ב. המטען על כל קבל לאחר זמן רב.



10. המעגל החשמלי המתואר בתרשים כולל: מקור מתח בעל כא"מ $\varepsilon=24[V]$, שלושה נגדים שהתנגדותם $R_1=R_2=R_3 = 5000\Omega$, קבל שקיבולו $C=3000[\mu F]$, אמפרמטר A, וולטמטר V ושני מפסקים S_1 ו- S_2.

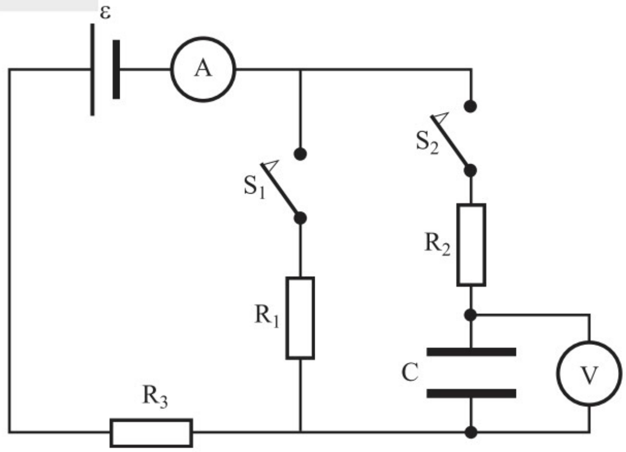
מבצעים בזו אחר זו שלוש פעולות:

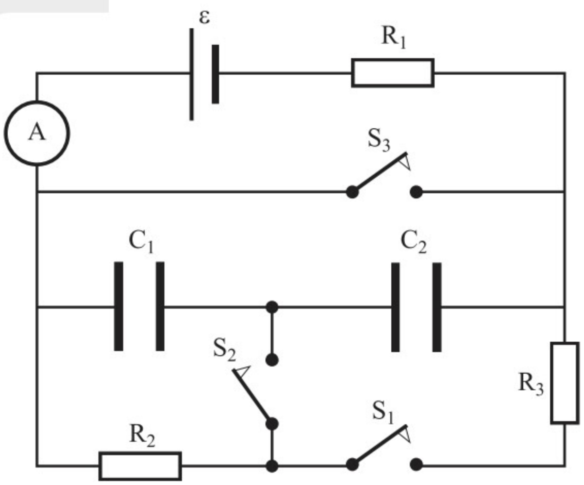
א. סוגרים את המפסק S_1 (המפסק S_2 נשאר פתוח).
מה מורים האמפרמטר והוולטמטר? הסבירו.

ב. סוגרים את המפסק S_2 (המפסק S_1 נשאר סגור).
מה מורים האמפרמטר והוולטמטר? הסבירו.

ג. פותחים את המפסק S_1 (המפסק S_2 נשאר סגור).
מה מורים האמפרמטר והוולטמטר בזמנים: $t=0$
(רגע פתיחת המפסק S_1), $t=30[s]$,$t=60[s]$,$t=150[s]$?

ד. סרטטו גרף של המתח על הקבל כפונקציה של הזמן, וגרף של הזרם כפונקציה של הזמן עבור הנתונים שבסעיף ג.





11. המעגל החשמלי המתואר בתרשים מורכב מ: מקור מתח ε, שני קבלים C_1, C_2 שלושה נגדים R_1, R_2, R_3, שלושה מפסקים S_1, S_2, S_3 אמפרמטר A.

נתונים הערכים: $R_1=50\Omega$, $R_2=100\Omega$, $R_3=150\Omega$

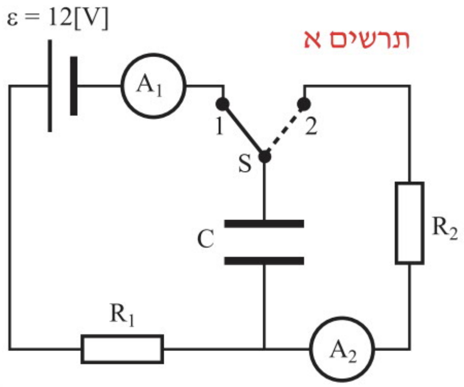
$\varepsilon=50[V]$, $C_1=6[\mu F]$, $C_2=8[\mu F]$.

חשבו את המטען על כל אחד מהקבלים ואת הזרם שמורה האמפרמטר A (לאחר זמן אינסופי) בכל אחד מהמקרים הבאים:

א. מפסק S_1 בלבד סגור.

ב. מפסקים S_1 ו-S_2 סגורים.

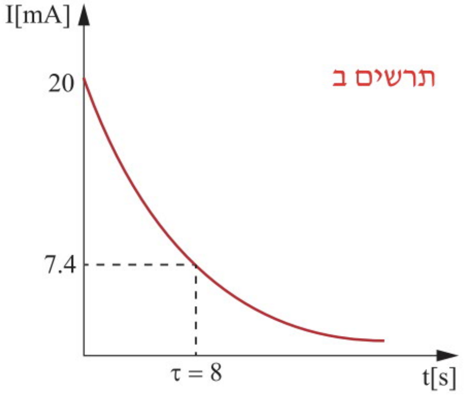
ג. מפסקים S_1, S_2, S_3 סגורים.

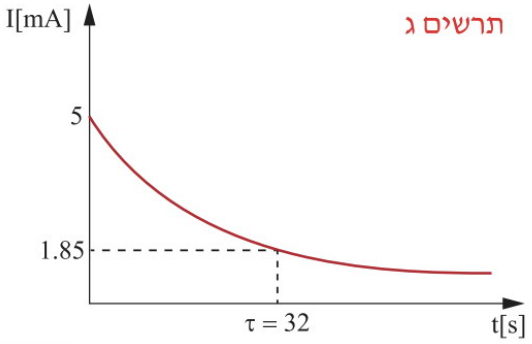


12. בתרשים א מתואר מעגל חשמלי, המאפשר טעינה ופריקה של קבל באמצעות מפסק S דו-כיווני (מצב 1 – טעינה, מצב 2 – פריקה). התנגדות האמפרמטרים ומקור המתח זניחים.

תרשים ב מתאר את קריאת האמפרמטר A_1 בעת הטעינה כפונקציה של הזמן.

תרשים ג מתאר את קריאת האמפרמטר A_2 בעת פריקה כפונקציה של הזמן.





א. השתמשו בתרשים ב ובתרשים ג כדי לחשב את הגדלים הבאים:

[1] התנגדות הנגדים R_1 ו-R_2.

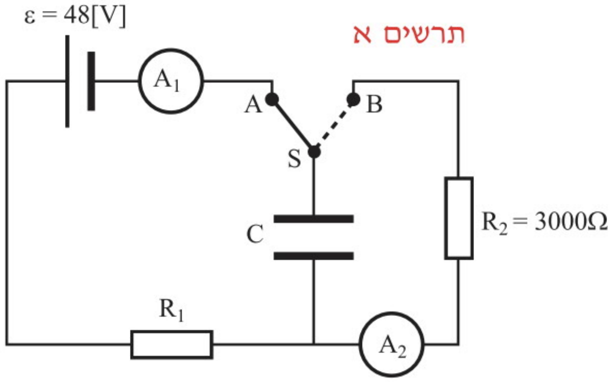
[2] קיבול הקבל.

[3] מטען הקבל לאחר שהוא נטען סופית.

ב. האם ההספק המתפתח בנגד R_1 במהלך הטעינה גדול, קטן או שווה להספק המתפתח בנגד R_2 במהלך הפריקה? הסבירו.

ג. האם השטח המוגבל בין הגרף בתרשים ב לבין הצירים גדול, קטן או שווה ביחס לשטח המוגבל בין הגרף שבתרשים ג לבין הצירים? נמקו.

13. בתרשים א מתואר מעגל חשמלי המאפשר טעינה ופריקה של קבל. התנגדות המקור ומד-הזרם זניחים.



א. מחברים את המתג S ל-A. מהו המתח על הקבל C לאחר זמן רב?

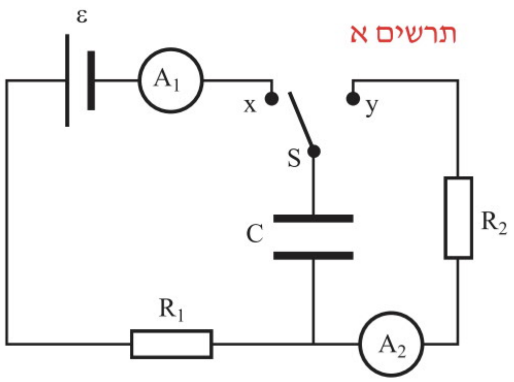
ב. לאחר זמן רב מעבירים את המתג S מ-A ל-B. מהו הזרם המרבי שיראה האמפרמטר A_2?

ג. הגרף בתרשים ב מתאר את הזרם שנמדד על ידי אחד האמפרמטרים כפונקציה של הזמן. האם גרף זה עשוי להתאים לזרם שנמדד על ידי האמפרמטר A_1 או לזרם שנמדד על ידי האמפרמטר A_2? נמקו.

ד. חשבו את קיבול הקבל C.

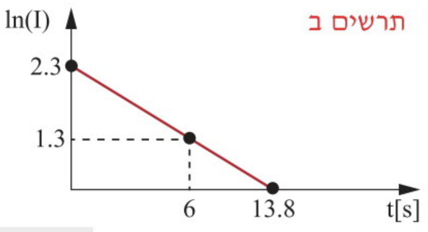
ה. מחליפים את הקבל C בקבל אחר שקיבולו גדול יותר, וחוזרים על הניסוי. האם השטח המוגבל בין הגרף שבתרשים ב ובין הצירים, גדל, קטן או אינו משתנה? נמקו.

14. בתרשים א מתואר מעגל חשמלי שבנתה תלמידה. המעגל כולל מקור מתח אידיאלי שהכא"מ שלו 10[V], קבל שקיבולו C, נגד שהתנגדותו $R_1=1000\Omega$, נגד שהתנגדותו $R_2=2000\Omega$.



התלמידה טענה את הקבל (קצה המפסק נגע ב-x), ולאחר מכן פרקה את הקבל (קצה המפסק נגע ב-y).

הגרף בתרשים ב מתאר את $\ln(I)$ (לוגריתם טבעי של הזרם) כפונקציה של t, גרף שאותו סרטטה התלמידה בהתאם למדידות הזרם שביצעה. הזרם I נמדד ביחידות מילי-אמפר [mA].



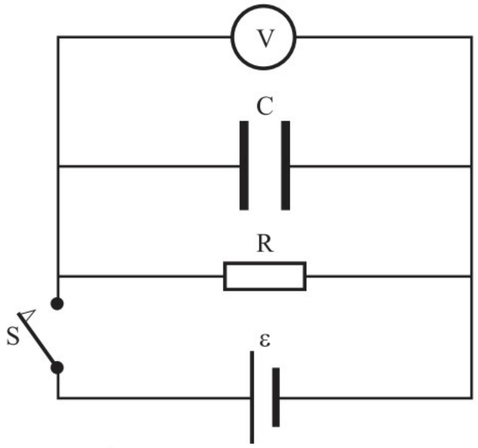
א. האם הגרף שבתרשים ב עשוי להתאים לזרם שנמדד על ידי מד-הזרם A_1, או לזרם שנמדד על ידי מד-הזרם A_2? נמקו.

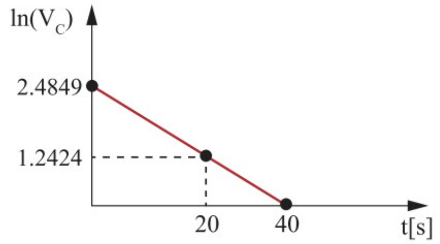
ב. חשבו את קיבול הקבל C.

ג. העתיקו את תרשים ב, והוסיפו לתרשים סרטוט מקורב של הקו הישר שיתקבל עבור מד-הזרם שאינו מתואר בגרף הנתון.

ד. מהי כמות החום המשתחררת בנגד R_2 בתהליך הפריקה של הקבל? האם כמות חום זו תלויה בהתנגדותו של הנגד R_2?

15. בתרשים מתואר מעגל חשמלי לפריקת קבל $C=5000[\mu F]$ דרך נגד R.
התנגדות המקור ε זניחה. S הוא מפסק סגור שנפתח ברגע $t=0$.
תלמיד מדד את המתח על הקבל V_C במעגל בזמנים שונים, החל מפתיחת המפסק. על פי מדידותיו סרטט התלמיד גרף של $\ln(V_C)$ כפונקציה של הזמן t. המתח נמדד ביחידות V והזמן t בשניות.





א. כידוע, מתקיים הקשר: $I(t)=I_0e^{-t/RC}$. בהסתמך על משוואה זו, הסבירו מדוע המתח בין לוחות הקבל בשעת פריקתו משתנה כפונקציה של הזמן לפי הנוסחה: $V(t)=V_0e^{-t/RC}$

ב. חשבו בעזרת הגרף את:

[1] המתח על הקבל ברגע פתיחת המפסק.

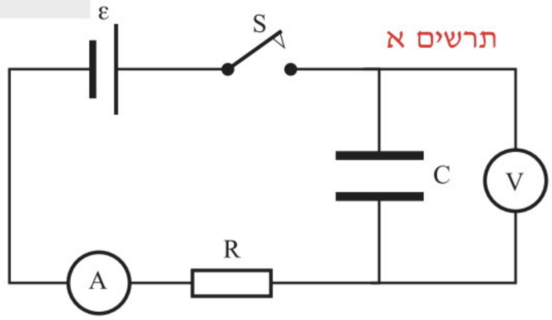
[2] התנגדות הנגד R.

[3] הזרם במעגל:

- ברגע פתיחת המפסק.
- ברגע $t=20[s]$.

ג. מחליפים את הקבל C בקבל **אחר** שקיבולו קטן יותר וחוזרים על הניסוי. האם המטען הכולל של הקבל גדל, קטן או נשאר ללא שינוי? נמקו.

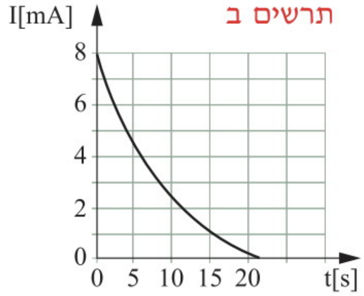
תרשים א



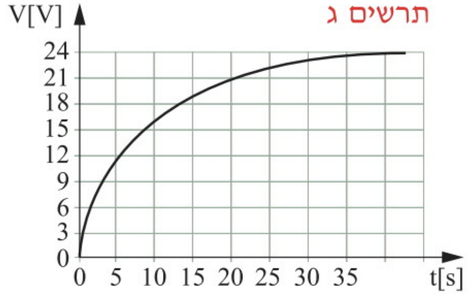
16. בתרשים א מתואר מעגל חשמלי המאפשר טעינת קבל. המעגל החשמלי כולל: מפסק S, מכשירי מדידה אידיאליים, מקור כא"מ ε שהתנגדותו הפנימית ניתנת להזנחה, נגד R וקבל C.

ברגע $t=0$ סגרו את המפסק S. תוצאות המדידה מתוארות בתרשים ב ובתרשים ג.

תרשים ב



תרשים ג



א. השתמשו בתרשים ב ובתרשים ג כדי לחשב את הגדלים הבאים: הזרם החשמלי ברגע $t=0$, הכא"מ של הסוללה, התנגדות הנגד R, קבוע הזמן, קיבול הקבל, מטען הקבל לאחר שהוא נטען סופית.

ב. אילו הטעינה הייתה נעשית דרך קבל בעל קיבול גדול מ-C, האם האנרגיה החשמלית האגורה בקבל הייתה גדלה, קטנה או נותרת ללא שינוי? נמקו.

ג. מחליפים את הנגד R בנגד שהתנגדותו גדולה יותר וחוזרים על הניסוי. קבעו לגבי כל אחד מהגדלים הבאים אם הוא גדל, קטן או אינו משתנה:

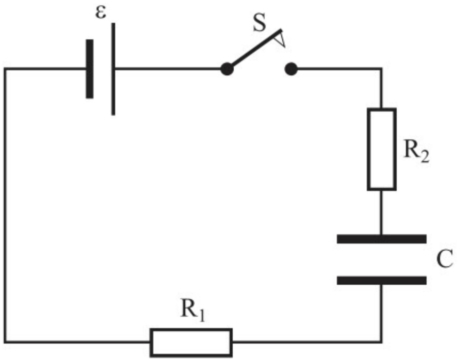
[1] קבוע הזמן.

[2] המתח הסופי בין לוחות הקבל.

[3] האנרגיה החשמלית האגורה בקבל.

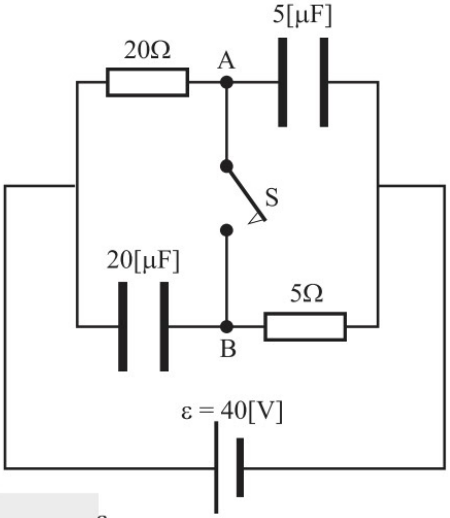
[4] מטען הקבל.

17. בתרשים מתואר מעגל חשמלי של טעינת קבל. המעגל החשמלי כולל: מפסק S, מקור כא"מ $\varepsilon=20[V]$ שהתנגדותו הפנימית ניתנת להזנחה, נגדים $R_1=1000\Omega$, $R_2=3000\Omega$, וקבל C.
ברגע $t=0$ סגרו את המפסק S. נתון שקבוע זמן הטעינה $\tau=15[s]$.



א. מהו הזרם במעגל החשמלי ברגע $t=\tau$?
ב. מצאו את קיבול הקבל C.
ג. סרטטו גרף של המתח על הקבל כפונקציה של הזמן מרגע $t=0$ עד לרגע $t=5\tau$.
ד. סרטטו גרף של הזרם כפונקציה של הזמן מרגע $t=0$ עד לרגע $t=5\tau$.

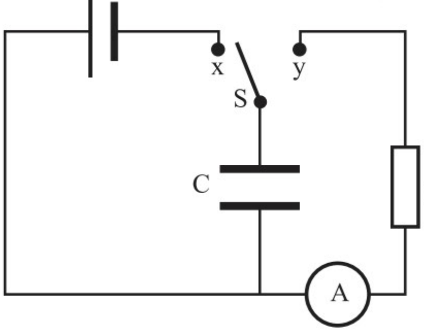
18. בתרשים מתואר מעגל חשמלי שבו פוטנציאל ההדק השלילי הוא אפס.



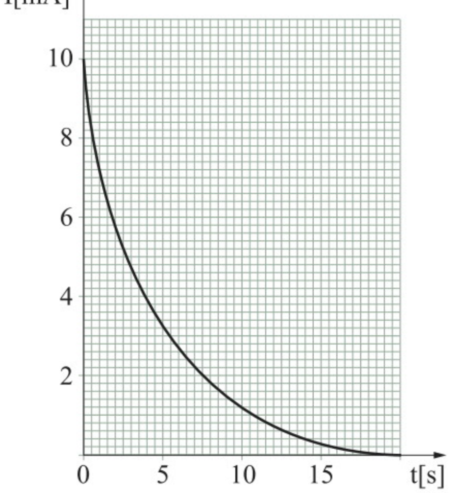
א. מהו המתח על כל אחד מהנגדים כשהמפסק פתוח?
ב. מהו המתח על כל אחד מהקבלים כשהמפסק פתוח?
ג. מהו הפוטנציאל בנקודה A ובנקודה B כשהמפסק פתוח?
ד. מהו המתח על כל אחד מהנגדים כשהמפסק סגור?
ה. מהו המתח על כל אחד מהקבלים כשהמפסק סגור?
ו. מהו הפוטנציאל בנקודה A ובנקודה B כשהמפסק סגור?
ז. מהי האנרגיה האגורה בכל אחד מהקבלים:
[1] כשהמפסק פתוח?
[2] כשהמפסק סגור?

19. המעגל החשמלי בתרשים א כולל מקור מתח שהכא"מ שלו ε, קבל שקיבולו C, נגד שהתנגדותו $R=800\Omega$, ואמפרמטר שהתנגדותו ניתנת להזנחה.
תלמידה טענה את הקבל (קצה המפסק נגע ב-x), ולאחר מכן פרקה את הקבל (קצה המפסק נגע ב-y).
בתרשים ב מתוארת עקומה של זרם I (במילי-אמפר) כפי שמדדה התלמידה (באמצעות האמפרמטר), כפונקציה של הזמן במהלך פריקת הקבל. הפריקה מתחילה ברגע $t=0$.
התלמידה מצאה שבין העקומה לבין הצירים יש 500 משבצות קטנות.

תרשים א



תרשים ב

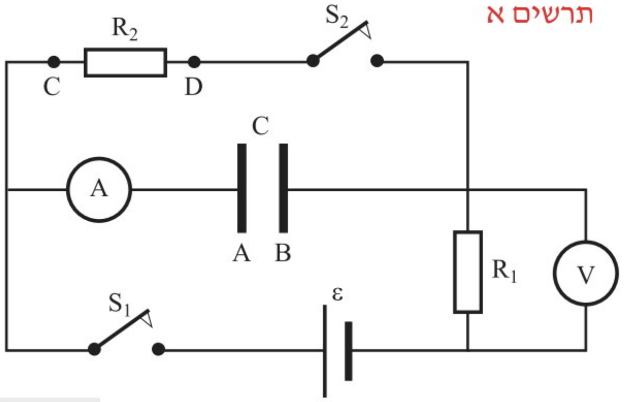


א. חשבו את הכא"מ ε.
ב. חשבו את הקיבול C.
ג. חשבו בשתי דרכים שונות את המטען הכולל Q, שעבר דרך הנגד במהלך הפריקה.

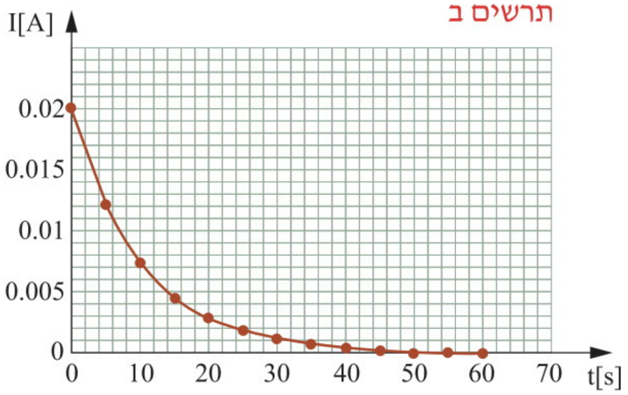
20. בתרשים א מוצג מעגל חשמלי הכולל מקור מתח שהכא"מ שלו $\varepsilon=20[V]$ והתנגדותו הפנימית ניתנת להזנחה, שני נגדים שהתנגדויותיהם R_1 ו-R_2, קבל שקיבולו C, אמפרמטר A, וולטמטר V ושני מפסקים פתוחים S_2 , S_1.

סוגרים את מפסק S_1 ברגע $t=0$ (מפסק S_2 נשאר פתוח), ומודדים את המתח על הנגד R_1 כפונקציה של הזמן. לאחר זמן ארוך, ברגע מסוים $t_1=0$, פותחים את מפסק S_1 וסוגרים את מפסק S_2, ומודדים את עוצמת הזרם דרך הנגד R_2 כפונקציה של הזמן. הזרם דרך הנגד R_2 כפונקציה של הזמן מוצג בתרשים ב, והמתח על הנגד R_1 כפונקציה של הזמן מוצג בתרשים ג.

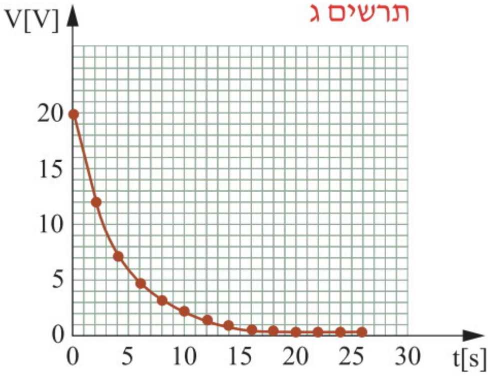
תרשים א



תרשים ב



תרשים ג



א. חשבו את התנגדות הנגד R_2.

ב. חשבו את קבוע זמן הפריקה τ.

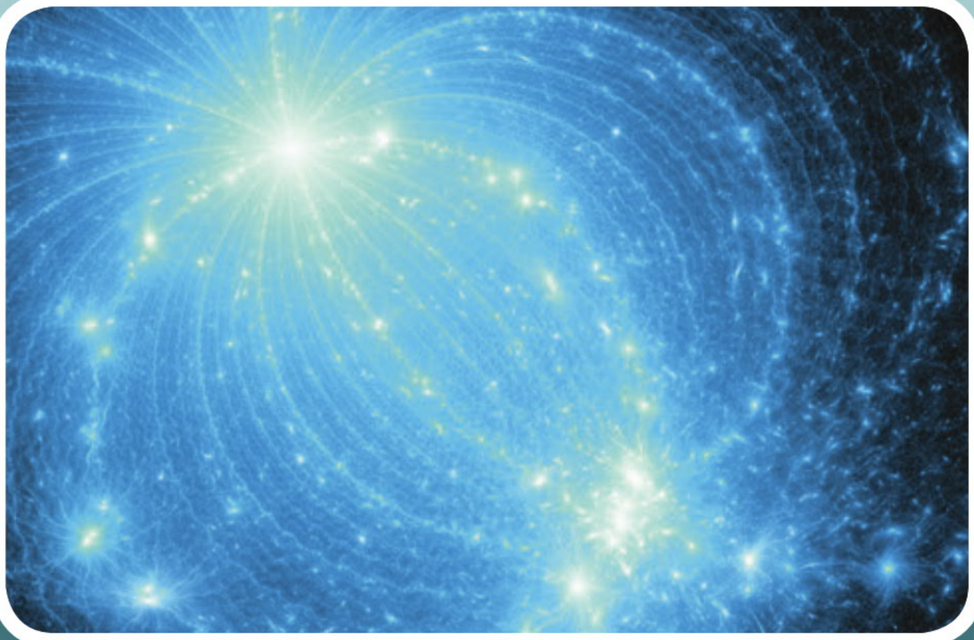
ג. חשבו את הקיבול C של הקבל.

ד. חשבו את התנגדות הנגד R_1.

ה. חשבו את המטען שעל **כל אחד** מלוחות הקבל לפני שסוגרים את מפסק S_2.

ו. לאיזה כיוון זורם הזרם בנגד R_2 לאחר פתיחת מפסק S_1 וסגירת מפסק S_2: מ-C ל-D או מ-D ל-C? נמקו.

חלק ג



אלקטרומגנטיות

פרק 15 הכוח המגנטי, שדה מגנטי של תיל, כריכה וסילונית

פרק 16 כוח על חלקיק טעון בשדה מגנטי

פרק 17 יישומי כוח לורנץ

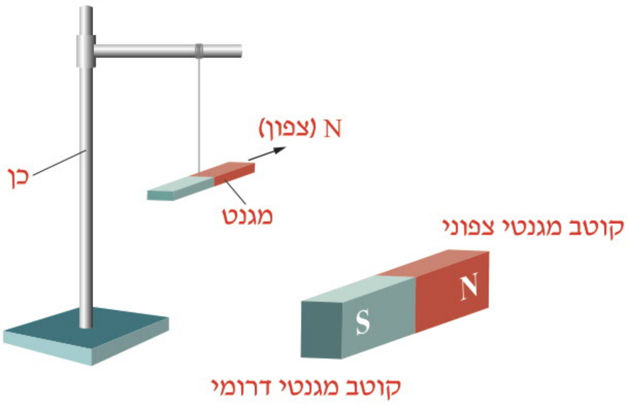
פרק 18 כא"מ מושרה, חוק פאראדיי וחוק לנץ

פרק 19 יישומים טכנולוגיים וסיכום

15 הכוח המגנטי, שדה מגנטי של תיל, כריכה וסילונית

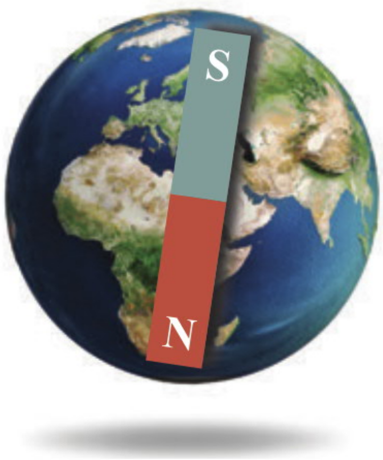
רקע תיאורטי

הכוח המגנטי



קטבים מגנטיים

כבר ביוון העתיקה היו נוהגים למכור סלעים טבעיים בעלי יכולת משיכה ודחייה. הסלעים הללו נקראו **מגנטים** על שם העיר שבה הם נמצאו, מגנסיה. עם השנים התברר כי מגנט בצורת מוט דק, התלוי על כן באמצעות חוט, ינוע מעט ולבסוף ייעצר תמיד באותו מצב. קצה אחד שלו יצביע לכיוון הצפון הגיאוגרפי של כדור הארץ, שנקרא **קוטב מגנטי צפוני** וסימונו (North) **N**, וקצהו הנגדי יצביע לכיוון הדרום הגיאוגרפי, שנקרא **קוטב מגנטי דרומי** וסימונו (South) **S**.



הפיזיקאי האנגלי ויליאם גילברט הבין שכנראה גם לכדור הארץ תכונות של מגנט, ובספרו "המגנט" משנת 1600 הוא טען שכדור הארץ עצמו פועל כמו מגנט, כאשר **הקוטב המגנטי הדרומי** של כדור הארץ **נמצא דווקא קרוב לצפון הגיאוגרפי**, ולהיפך – **הקוטב המגנטי הצפוני נמצא קרוב לדרום הגיאוגרפי**.

חומרים פרומגנטיים

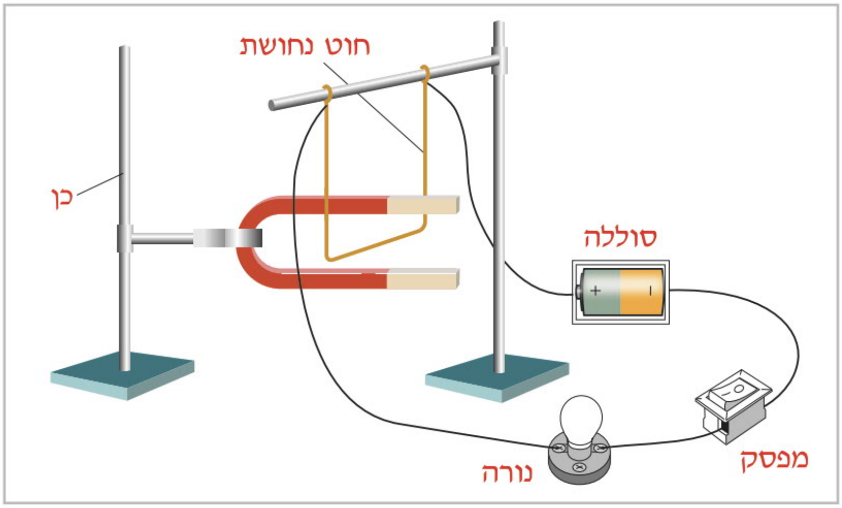
מתברר שמגנט מושך ונמשך גם לחומרים כמו ברזל, ניקל קדמיום ואחרים. חומרים אלה נקראים **חומרים פרומגנטיים** (**Ferromagnetic**). למעשה, בהשפעת מגנט קבוע או אף בהשפעת המגנטיות של כדור הארץ, חומר פרומגנטי יכול להפוך למגנט.

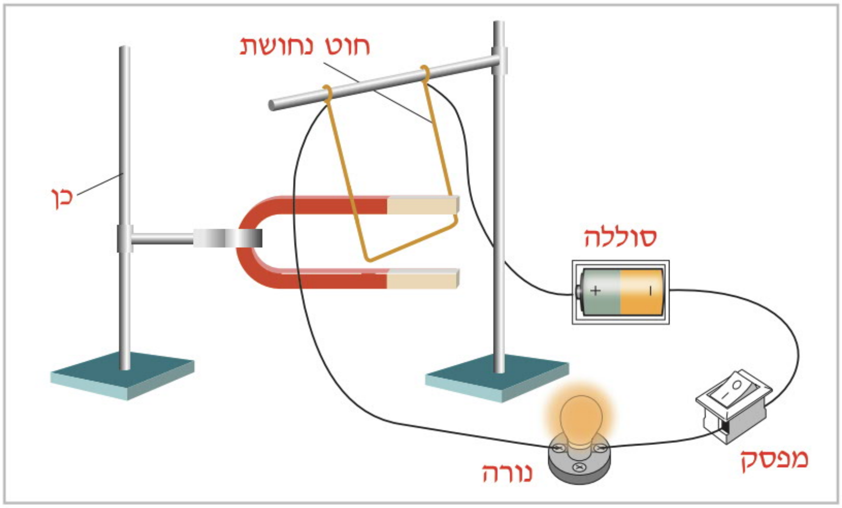
מאפייני הכוח המגנטי

בין קטבים מגנטיים פועלים כוחות שנקראים **כוחות מגנטיים**, שאלו המאפיינים שלהם:

- בין שני קטבים **זהים** של מגנטים קיים כוח **דחייה**.
- בין שני קטבים **שונים** של מגנטים קיים כוח **משיכה**.
- מגנטים מושכים (נמשכים אל) חומרים פרומגנטיים.
- כוחות מגנטיים מקיימים את החוק השלישי של ניוטון.

באיור הבא מתואר ניסוי, שבו מציבים מסגרת מלבנית העשויה נחושת, המהווה חלק ממעגל חשמלי, בין שני קטביו של מגנט פרסה. המעגל חשמלי מכיל: סוללה, מפסק, תילי הולכה ונורה.





במצב הראשון, שבו המפסק פתוח ולא זורם זרם במעגל, מסגרת הנחושת נותרה ללא שינוי, ומכאן נוכל להסיק כי מגנט לא מושך נחושת (נחושת אינה חומר פרומגנטי).

כאשר סוגרים את המפסק, זורם זרם במעגל ודרך מסגרת הנחושת בכיוון החוצה מהדף. מסגרת הנחושת נעה ימינה, מה שמעיד שפועל עליה כוח בכיוון ימינה. כשמחליפים את כיוון הזרם במעגל, מסגרת הנחושת נעה שמאלה (כלומר, פועל עליה כוח בכיוון שמאלה).

מסקנה: מגנט מפעיל כוח על מסגרת הנחושת, שעשויה מחומר לא פרומגנטי, רק כאשר זורם בה זרם.

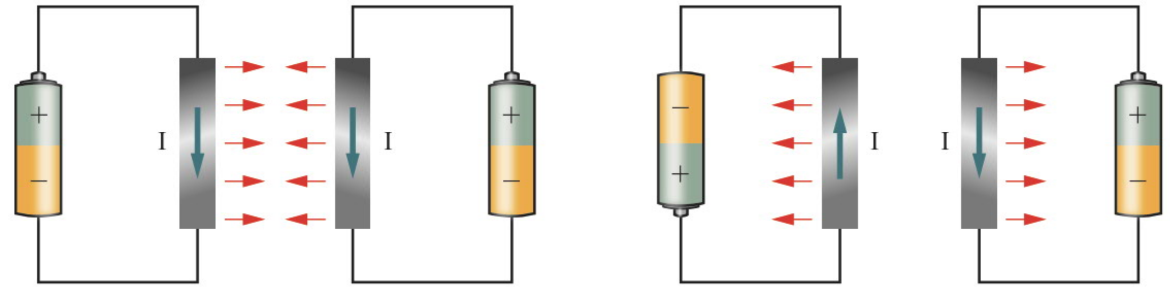
בשנת 1820 גילה המדען הדני **האנס כריסטיאן אורסטד** באופן מקרי (תוך כדי הרצאה) תופעה הפוכה: מחט מגנטית סוטה מכיוונה הרגיל (צפון–דרום) כאשר היא נמצאת בסביבת חוט תיל הנושא זרם חשמלי.

מסקנה: תיל מוליך שבו זורם זרם נוהג כמגנט!

ואכן, ניסויים נוספים הראו ששני תילים מקבילים שזורם בהם זרם מפעילים כוחות זה על זה, כלומר נוהגים כמגנטים, כל עוד זורם בהם זרם חשמלי.

כיוון הכוח, דחייה או משיכה, נקבע על פי כיווני הזרמים:

זרמים באותו כיוון מושכים זה את זה. זרמים בכיוונים מנוגדים – דוחים זה את זה. ננתח תופעה זו באופן מתמטי בפרק 17.

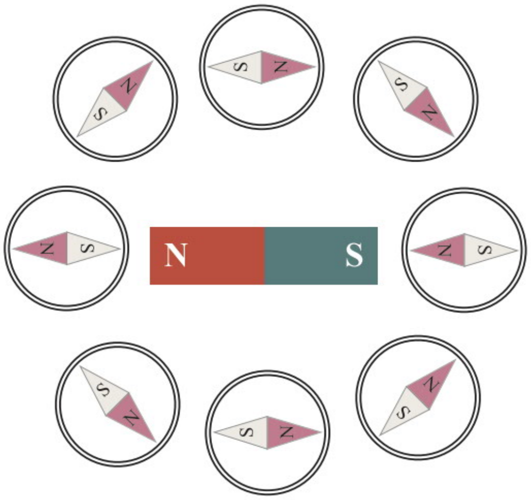


מימין: תילים ובהם זרמים בכיוונים מנוגדים דוחים זה את זה. משמאל: תילים ובהם זרמים באותו כיוון מושכים זה את זה.

אם כך, הכוח המגנטי אינו כוח יסודי חדש אלא כוח הנובע ממטענים חשמליים בתנועה, כפי שהכוח האלקטרוסטטי נובע מקיומם של מטענים חשמליים במנוחה או בתנועה.

השדה המגנטי

כדי להסביר את השפעתם מרחוק של כוחות כמו הכוח החשמלי והכוח המגנטי, ניתן להיעזר במושג שדה, שאותו הציע הפיזיקאי **מייקל פרדיי** (Faraday) וכבר הכרנו בהקשר של כוח חשמלי. כמו שנוצר שדה חשמלי כתוצאה מהימצאותם של מטענים חשמליים, כך כאשר מניחים במקום כלשהו מגנט, נוצר בכל המרחב סביבו "**שדה מגנטי**".



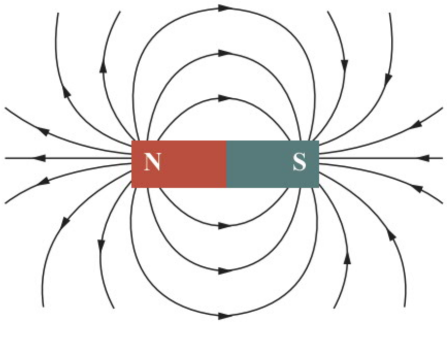
את קיומו ועוצמתו של השדה בנקודה מסוימת נוכל למצוא אם נניח באותה נקודה **מגנט קטן** (למשל מחט מגנטית במצפן) ונבדוק את השפעת השדה עליו (שימו לב: **מגנט** קטן ולא קוטב מגנטי בודד, **כי עד היום לא הוכחה אפשרות קיומו של קוטב מגנטי בודד**. בכל פעם שחותכים מגנט לשניים, מתקבלים שני מגנטים קטנים יותר, שלכל אחד מהם שני קטבים).

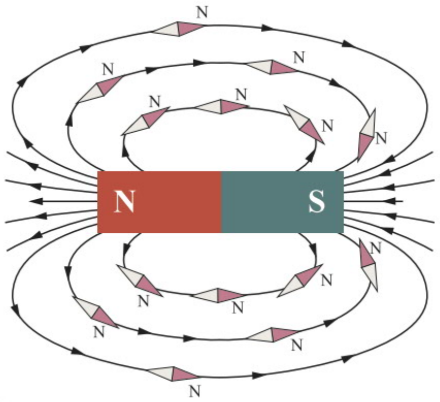
מקובל לסמן את השדה המגנטי באות B.

יחידת המידה של עוצמת השדה המגנטי נקראת **טסלה** (Tesla) על שמו של הפיזיקאי והמהנדס ניקולה טסלה, ומסומנת באות T.

קווי השדה המגנטי

בדומה למה שעשינו בקשר לשדה החשמלי, גם את השדה המגנטי ממפים באמצעות קווי שדה. **הכיוון שאליו פונה הקוטב הצפוני של המחט המגנטית לאחר ההתייצבות מוגדר ככיוון השדה באותה נקודה.**

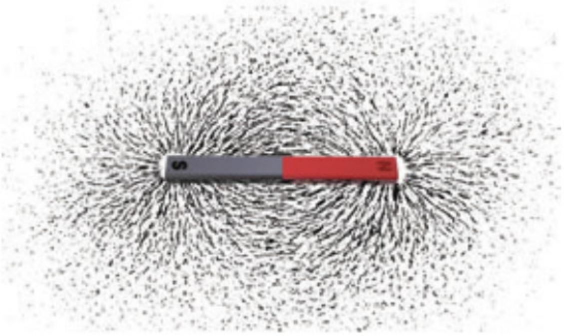


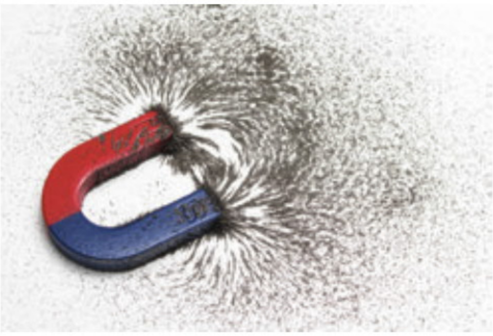


מאפייני קווי השדה המגנטי וצפיפותם

כדי למפות קווי שדה של מגנט כלשהו, ניתן להניח אותו מתחת לדף נייר דק ומתוח או מתחת למשטח זכוכית שקוף. במקום מחטים מגנטיות נפזר נסורת ברזל על הנייר או על הזכוכית. נזכיר שברזל הנמצא בקרבת קוטב מגנטי הופך למגנט. כאשר נקיש קלות על הנייר או על משטח הזכוכית, הנסורת תסתדר בהשפעת המגנט בצורה מסוימת, לפי קווי השדה המגנטי.

באיורים מתוארות הדגמות, שמהן ומניסויים דומים ניתן **לאפיין את קווי השדה המגנטי**:



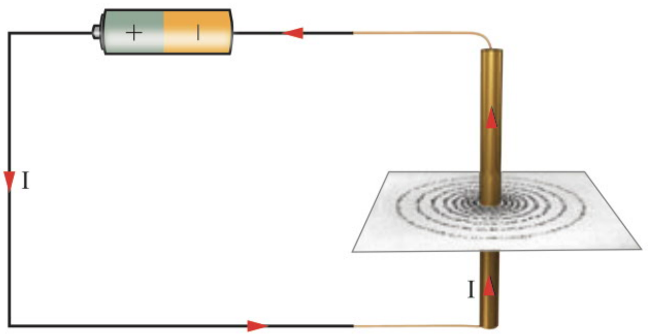


נסורת מגנטית סביב מוט מגנטי (מימין) וסביב מגנט פרסה (משמאל)

- בכל נקודה, **כיוון השדה הוא ככיוון המשיק** באותה נקודה.
- קווי השדה **אינם חותכים זה את זה**.
- לא ניתן לתאר קווי שדה של קוטב מגנטי בודד כי **לא ניתן ליצור קוטב מגנטי בודד**. לכן קווי השדה המגנטי (בין הקטבים) הם **קווים סגורים**.
- קווי השדה **יוצאים מהקוטב הצפוני** של המגנט ו**נכנסים לקוטב הדרומי** שלו, וסוגרים את המסלול בתוך המגנט. זאת **בשונה מקווי השדה החשמלי** המתחילים במטען חיובי ומסתיימים במטען שלילי או באינסוף.
- צפיפות קווי השדה המגנטי מייצגת את עוצמתו של השדה המגנטי. **ככל שקווי השדה צפופים יותר, כך העוצמה של השדה המגנטי חזקה יותר**.
- צפיפות קווי השדה המגנטי גדולה ליד הקטבים – שם עוצמת השדה גבוהה, וקטנה מאוד במרכז המוט המגנטי – שם עוצמת השדה נמוכה מאוד.

(!) שאלת חשיבה: בהינתן מוט ברזל ומוט מגנטי הזהה לו בצורתו, האם תוכלו לזהות, על ידי פעולה אחת בלבד, איזה מהם הוא המוט המגנטי?

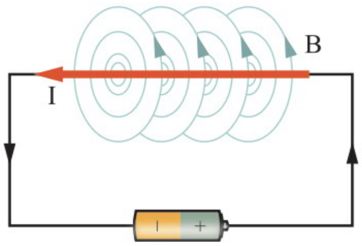
שדה מגנטי סביב תיל ישר ארוך מאוד שנושא זרם חשמלי



ניסוי: נחבר לסוללה תיל ישר העשוי מחומר מוליך חשמל, ונעביר אותו דרך לוח זכוכית או קרטון, שעליו נפזר נסורת ברזל.

הנסורת מסתדרת בדגם ברור מאוד: עיגולים סביב התיל. תוצאה זאת מעידה על כך שסביב התיל נושא הזרם נוצר שדה מגנטי. קווי השדה הם מעגלים, שמרכזם בציר התיל וצפיפותם הולכת ופוחתת עם ההתרחקות מהתיל. בקרבת התיל צפיפות הקווים גדולה יותר.

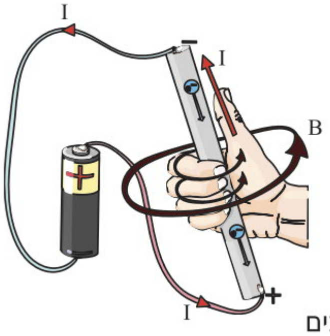
כיוון השדה



בעזרת מחט של מצפן ניתן למצוא שכיוון השדה המגנטי בכל נקודה על מעגל כלשהו משיק למעגל, שבמרכזו עובר התיל נושא הזרם.

כאשר הופכים את כיוון הזרם במעגל, סידור נסורת הברזל לא ישתנה אך מחט המצפן תסטה באותה המידה לכיוון השני.

לצורך פתרון בעיות הקשורות למציאת כיוון השדה המגנטי, נשתמש בכלל הבא:

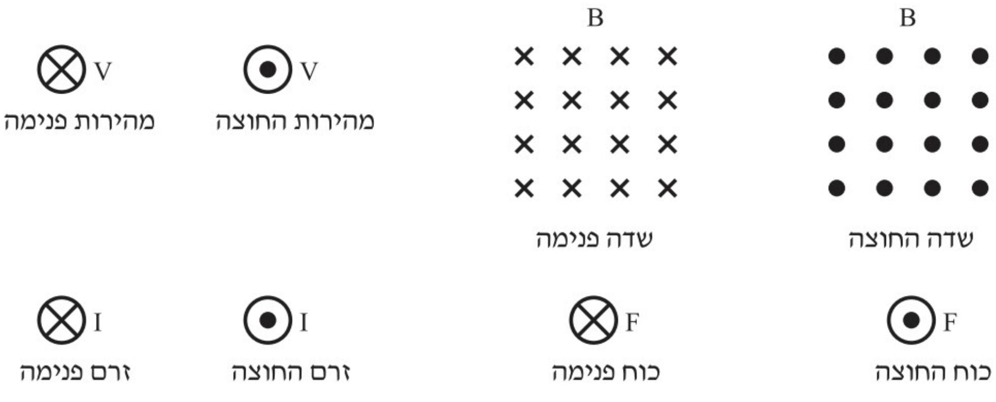


כלל היד הימנית: אם נניח את יד ימין כך שהאצבעות סוגרות על התיל נושא הזרם והאגודל מופנה בכיוון הזרם, האצבעות יראו את כיוון השדה המגנטי שנוצר על ידי הזרם.

כללים לסימון שדה מגנטי, זרם, מהירות וכוח במרחב

כפי שניתן להיווכח, סרטוט במישור אינו מספק מכיוון שיש צורך בתיאור מרחבי (שלושה כיוונים הניצבים זה לזה). מכאן, שיש להגדיר כללים לתיאור של כיוון נוסף: "פנימה" (אל תוך הדף) או "החוצה" (מתוך הדף).

ההסכם המקובל הוא: **X** (זנב החץ) פירושו **אל תוך הדף**. • (ראש החץ) פירושו **מחוץ לדף**. לדוגמה:



עוצמת השדה

מהתבוננות בצפיפות של נסורת הברזל ומניסויים נוספים שנערכו עבור עוצמות זרם שונות, ניתן להיווכח שעוצמת השדה המגנטי B שנוצר מזרם חשמלי בתיל ישר:

- קטנה ככל שנתרחק מתיל שעוצמת הזרם (I) בו קבועה, $B \propto \frac{1}{r}$.
- גדלה ככל שנגביר את עוצמת הזרם החשמלי בתיל, כאשר המרחק מהתיל (r) קבוע, $B \propto I$.
- קבועה בכל נקודה שנמצאת במרחק זהה מהתיל.

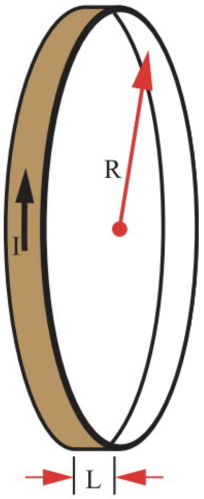
התלות הליניארית של עוצמת השדה במרחק מהתיל קשורה בקבוע שנקרא "**מקדם הפֶּרְמֵאַבִּילִיּוּת** (**permeability** – חַלְחַלוּת) **של הריק**" (נקרא לעיתים גם "חדירות"):

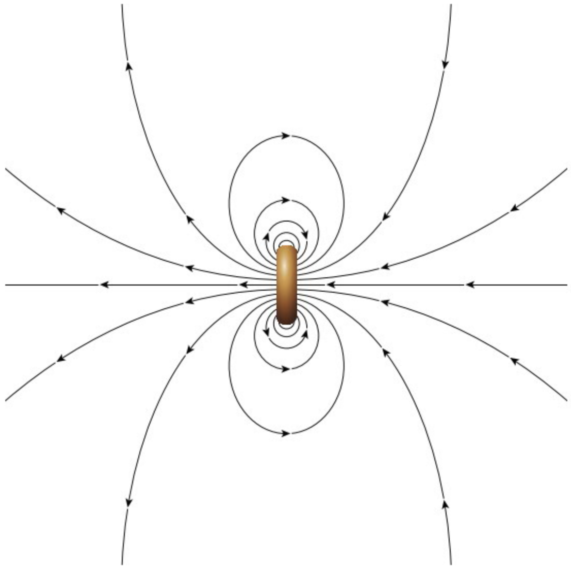
$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{V \cdot s}{A \cdot m} \right]$$

עוצמת השדה המגנטי סביב תיל ישר ארוך מאוד שנושא זרם, נמצאת ביחס ישר לעוצמת הזרם החשמלי שזורם בתיל וביחס הפוך למרחק מהתיל, ומחושבת על ידי הביטוי:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{r}$$

שדה מגנטי במרכז טבעת (סליל מעגלי דק נושא זרם)





נבחן כעת מקרה חשוב נוסף: השדה המגנטי שנוצר על ידי טבעת מעגלית, סליל מעגלי דק נושא זרם, שרדיוסו R ורוחבו L קטן בהרבה מהרדיוס (L<<R).

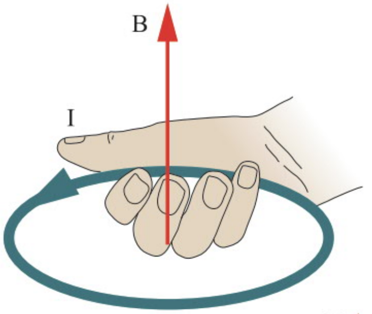
כאשר מפזרים אבקת חומר פרומגנטי סביב הטבעת, שדרכה זורם זרם, גרגרי האבקה מסתדרים לאורך קווי השדה המגנטי, וניתן לראות שצפיפות קווי השדה גבוהה ביותר במרכז הטבעת, כלומר עוצמת השדה שם היא מקסימלית.

ניתן להראות שעוצמת השדה במרכז הטבעת היא $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R}$.

כאשר N טבעות כרוכות יחדיו, הן יוצרות סליל מעגלי דק, שרוחבו L קטן מאוד ביחס לרדיוסו R. סליל כזה קרוי גם "**כריכה**".

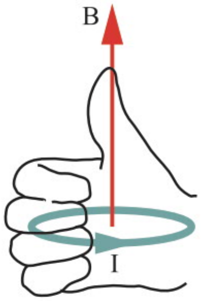
לפי עקרון הסופרפוזיציה, עוצמת השדה המגנטי במרכז הכריכה היא: $B = N \cdot \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R}$.

כיוון השדה המגנטי



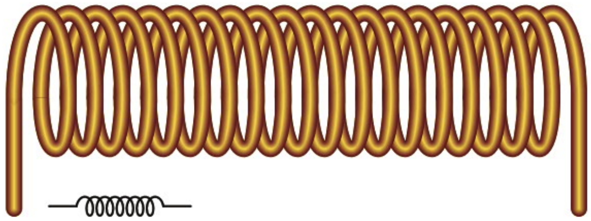
לקביעת הכיוון של השדה המגנטי במרכז הכריכה המעגלית, נשתמש שוב ב**כלל יד ימין** שהכרנו קודם:

מניחים את יד ימין כך שהאצבעות סוגרות על התיל נושא הזרם, והאגודל מופנה בכיוון הזרם. כאמור, באופן זה האצבעות מראות את כיוון השדה המגנטי שנוצר על ידי הזרם.



שימו לב: לעיתים נוח יותר לקבוע את כיוון השדה המגנטי כאשר האצבעות והאגודל מחליפים תפקידים: האצבעות סוגרות על הכריכה בכיוון הזרם, ואז האגודל מופנה לכיוון השדה המגנטי.

שדה מגנטי בתוך סילונית ארוכה נושאת זרם



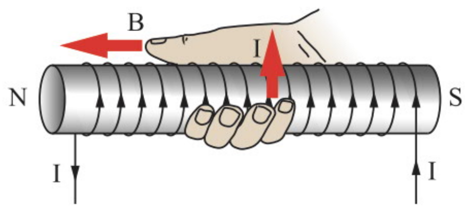
סליל שאורכו גדול בהרבה מרדיוסו נקרא **סילונית**. כאשר זורם דרך הסליל זרם חשמלי, נוצר בתוכו שדה מגנטי אחיד למדי, ומחוץ לסליל השדה נחלש ככל שמתרחקים מהקטבים.

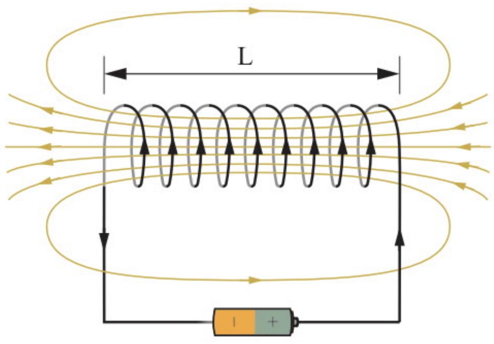
באמצעות פיזור אבקה פרומגנטית ניתן לראות שצורת השדה המגנטי של סילונית דומה לזה שנוצר בקרבת מוט מגנטי. למעשה, השדה המגנטי הכולל של סילונית הוא השקול הווקטורי של כל השדות, הנוצרים על ידי N הלולאות הבודדות המרכיבות את הסילונית. השדות המגנטיים **בתוך** הסילונית **מחזקים** זה את זה, **ומחוץ** לסליל הם **מחלישים** זה את זה. ככל שמספר הליפופים גדול יותר, כך עוצמת השדה גדולה יותר.

ניתן להראות שעבור סילונית שמורכבת מ-N לולאות, ושרדיוסה R קטן מאוד ביחס לאורכה L, השדה המגנטי בתוכה (לא קרוב מדי לקטבים) הוא שדה אחיד (בקירוב), שגודלו נתון על ידי המשוואה: $B=\mu_0\cdot\frac{N}{L}\cdot I$.

כיוון השדה המגנטי

לקביעת הכיוון של השדה המגנטי במרכז הסילונית, נשתמש שוב בכלל היד הימנית. אם מניחים את יד ימין כך שהאצבעות סוגרות על הסליל בכיוון הזרם, אז האגודל מופנה בכיוון השדה.





סיכום

1. מגנט מושך (נמשך) גם לחומרים כמו ברזל, ניקל קדמיום ואחרים. חומרים אלה נקראים **חומרים פרומגנטיים** (**Ferromagnetic**).
2. מאפייני הכוחות המגנטיים:
   - בין שני קטבים זהים של מגנטים קיים כוח דחייה.
   - בין שני קטבים שונים של מגנטים קיים כוח משיכה.
   - מגנטים מושכים (נמשכים אל) חומרים פרומגנטיים.
   - כוחות מגנטיים מקיימים את החוק השלישי של ניוטון.
3. הכוח המגנטי נובע מ**מטענים חשמליים בתנועה**, בעוד שהכוח החשמלי נובע מקיומם של מטענים חשמליים במנוחה או בתנועה.
4. במרחב סביב מגנט נוצר "**שדה מגנטי**", שאותו ניתן לתאר על ידי **קווי שדה**. מאפייני השדה:
   - כיוון השדה בכל נקודה הוא הכיוון שאליו פונה הקוטב הצפוני של מחט מגנטית המוצבת בנקודה זו לאחר התייצבותה.
   - קווי השדה אינם חותכים זה את זה.
   - קווי השדה הם קווים **סגורים**, היוצאים מהקוטב הצפוני של המגנט ונכנסים לקוטב הדרומי שלו, וסוגרים את המסלול בתוך המגנט.
   - **צפיפות** קווי השדה המגנטי מייצגת את **עוצמתו** של השדה המגנטי. צפיפות קווי השדה המגנטי גדולה ליד הקטבים המגנטיים, שם עוצמת השדה גבוהה, וקטנה מאוד במרכז המוט המגנטי, שם עוצמת השדה נמוכה מאוד.
5. **סביב תיל נושא זרם**:
   - קווי השדה המגנטי הם מעגליים.
   - צפיפות קווי השדה הולכת ופוחתת עם ההתרחקות מהתיל.
   - עוצמת השדה קטנה ככל שמתרחקים מהתיל, וגדלה עם הגדלת עוצמת הזרם. ניתן לחשב את עוצמת השדה באמצעות המשוואה: $B=\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I}{r}=2\cdot10^{-7}\frac{I}{r}$.
   - את כיוון השדה המגנטי ניתן למצוא בעזרת כלל היד הימנית.
6. **טבעת** היא סליל מעגלי דק הנושא זרם, שאורכו L קטן מאוד ביחס לרדיוסו R.

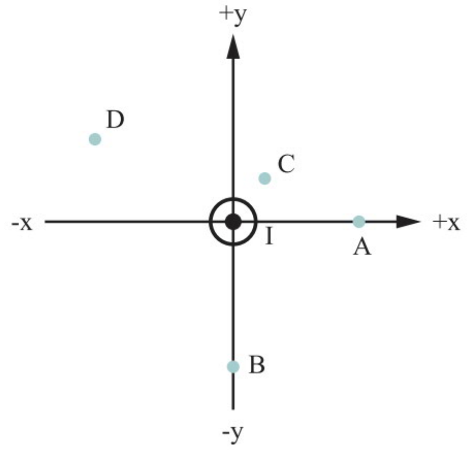
   עוצמת השדה מקסימלית במרכז הטבעת וגודלה נתון על ידי: $B=\frac{\mu_0\cdot I}{2\cdot R}$.

   כריכה היא סליל מעגלי דק המורכב מכמה טבעות (שמספרן N).

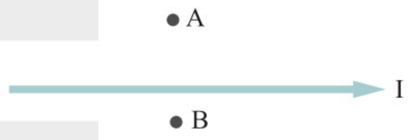
   עוצמת השדה המגנטי במרכז הכריכה היא: $B=N\cdot\frac{\mu_0\cdot I}{2\cdot R}$.
7. עבור **סילונית** (סליל שרדיוסו R קטן ביחס לאורכו L), השדה המגנטי בתוכה (לא קרוב מדי לקטבים) הוא שדה אחיד (בקירוב), שגודלו נתון על ידי: $B=\mu_0\cdot\frac{N}{L}\cdot I$, כאשר N הוא מספר הליפופים.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)



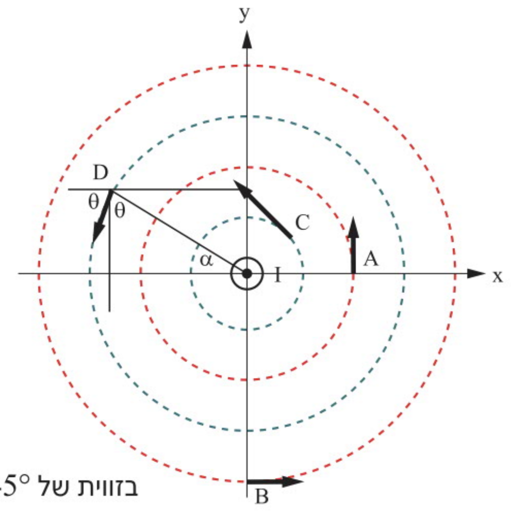
א. התיל שבתרשים הוא ארוך מאוד וזורם בו זרם שעוצמתו I=2[A] בכיוון החוצה מהדף. מצאו את גודל וכיוון השדה המגנטי בכל אחת מהנקודות: $A=(2,0), B=(0,-4), C=(1,1), D=(-3,2)$.



ב. התיל שבתרשים הוא ארוך מאוד וזורם בו זרם שעוצמתו I=4[A] בכיוון ימינה. מצאו את גודל וכיוון השדה המגנטי בכל אחת מהנקודות: $A=(0,4), B=(0,-3)$.

פתרון דוגמה מספר (1)

א. קווי השדה הם מעגלים שמרכזם בציר התיל. על פי כלל יד ימין:



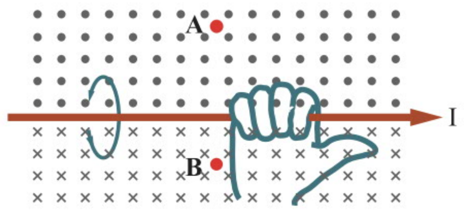
$$B_A=\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I}{r_A}=\frac{4\cdot\pi\cdot10^{-7}}{2\cdot\pi}\cdot\frac{2}{2}=2\cdot10^{-7}[T]$$

$$B_B=\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I}{r_B}=\frac{4\cdot\pi\cdot10^{-7}}{2\cdot\pi}\cdot\frac{2}{4}=10^{-7}[T]$$

$$B_C=\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I}{r_C}=\frac{4\cdot\pi\cdot10^{-7}}{2\cdot\pi}\cdot\frac{2}{\sqrt{1^2+1^2}}=2.82\cdot10^{-7}[T]$$

בזווית של 45° מעל לציר ה־x השלילי.

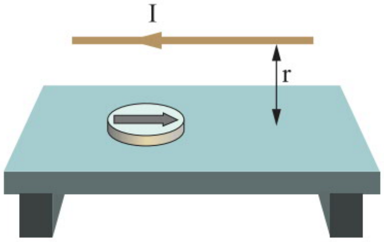
$$B_D=\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I}{r_D}=\frac{4\cdot\pi\cdot10^{-7}}{2\cdot\pi}\cdot\frac{2}{\sqrt{3^2+2^2}}=1.1\cdot10^{-7}[T]$$ בזווית של 56.3° מתחת לציר ה־x השלילי.



ב. $B_A=\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I}{r_A}=\frac{4\cdot\pi\cdot10^{-7}}{2\cdot\pi}\cdot\frac{4}{4}=2\cdot10^{-7}[T]$ החוצה מהדף.

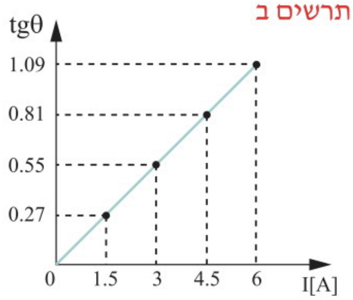
$B_B=\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I}{r_B}=\frac{4\cdot\pi\cdot10^{-7}}{2\cdot\pi}\cdot\frac{4}{3}=2.66\cdot10^{-7}[T]$ פנימה אל תוך הדף.

דוגמה מספר (2)



מצפן מונח על שולחן אופקי. בגובה מסוים מעל מחט המצפן ($r=0.05[m]$) נמצא תיל ישר וארוך מאוד, המקביל למחט המצפן (ראו תרשים א). כאשר מזרימים זרם I דרך התיל, מחט המצפן סוטה בזווית θ.

משנים את הזרם I ומודדים את הזווית θ. תלמיד סרטט על פי ממצאי הניסוי גרף של $tg(\theta)$ כפונקציה של I (ראו תרשים ב).



א. סרטטו את מחט המצפן ואת הכיוונים של כל אחד מהשדות המגנטיים הפועלים עליה. סמנו בסרטוט את הזווית θ.

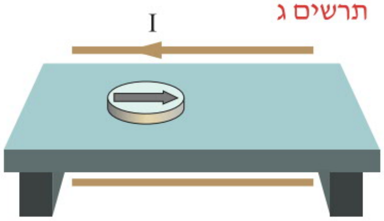
ב. רשמו ביטוי ל-$tg(\theta)$ כפונקציה של I, וחשבו בעזרת הגרף את הרכיב האופקי של השדה המגנטי של כדור הארץ.

ג. מה צריך להיות ערכו של I כדי שמחט המצפן תסטה בזווית $\theta=30^\circ$?

ד. מותחים במקביל לתיל העליון ובמרחק $0.05[m]$ **מתחת** למצפן תיל אחר ארוך מאוד (ראו תרשים ג). אם בתיל העליון זורם זרם של $1[A]$, מהו הזרם (גודל וכיוון) בתיל התחתון שיגרום לכך שמחט המצפן:

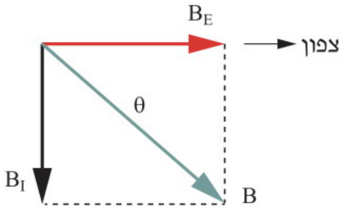
[1] לא תסטה ($\theta=0^\circ$)?

[2] תסטה בזווית של 30°?



פתרון דוגמה מספר (2)

א. סרטוט:



ב. $$tg(\theta)=\frac{B_I}{B_E}=\frac{\frac{\mu_0\cdot I}{2\pi\cdot r}}{B_E}=\frac{\mu_0}{2\pi\cdot B_E\cdot r}\cdot I$$

שיפוע הגרף שווה ל: $\frac{\mu_0}{2\pi\cdot B_E\cdot r}$. השיפוע מהגרף: $\frac{0.81-0.27}{4.5-1.5}=0.18\left[\frac{1}{A}\right]$

נציב בביטוי לשיפוע:

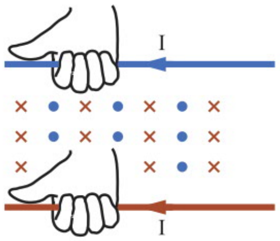
$$\frac{\mu_0}{2\pi\cdot B_E\cdot r}=0.18\Rightarrow\frac{4\cdot\pi\cdot10^{-7}}{2\pi\cdot B_E\cdot0.05}=0.18\Rightarrow B_E=2.22\cdot10^{-5}[T]$$

ג. נציב בביטוי מסעיף ב:

$$tq\theta=\frac{\mu_0}{2\pi\cdot B_E\cdot r}\cdot I\Rightarrow tg30^\circ=\frac{4\cdot\pi\cdot10^{-7}}{2\pi\cdot2.22\cdot10^{-5}\cdot0.05}\cdot I\Rightarrow I=3.2[A]$$

ד. נחשב את הזרמים בשני המקרים:

[1] מכיוון שמרחק התילים מהמצפן הוא שווה, הרי שכדי לבטל את השדה המגנטי שיוצר התיל העליון באזור שבו המצפן ממוקם, גם בתיל התחתון צריך לזרום זרם שעוצמתו $1[A]$, שבהתאם לכלל היד הימנית כיוונו צריך להיות שמאלה.



[2] בסעיף ג התקבל שבזרם של $3.2[A]$ מחט המצפן תסטה ב-30° מעלות. אם כעת הזרם בתיל העליון הוא $1[A]$, אז בתיל התחתון צריך לזרום זרם בעוצמה של $2.2[A]$ בכיוון ימינה כדי שיחזק את השדה המגנטי. אפשרות נוספת היא שמחט המצפן תסטה ב-30° מעלות לכיוון השני. במקרה זה בתיל התחתון צריך לזרום זרם בעוצמה של $4.2[A]$ בכיוון שמאלה.

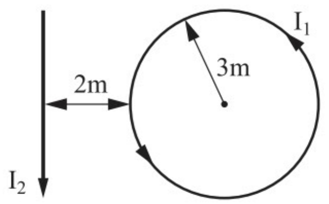
דוגמה מספר (3)

בכריכה מעגלית זורם זרם שעוצמתו $I_1=2[A]$ נגד כיוון השעון, כמתואר בתרשים א. משמאלה של הכריכה נמצא תיל ארוך שבו זורם זרם שעוצמתו $I_2=4[A]$. התיל נמצא במישור הכריכה.

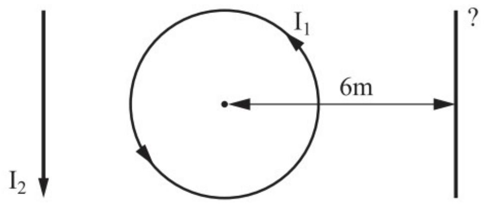
א. מצאו את גודל וכיוון השדה המגנטי שיוצר התיל במרכז הכריכה.

ב. מצאו את גודל וכיוון השדה המגנטי שיוצרת הכריכה במרכזה, ואת גודל וכיוון השדה המגנטי השקול במרכזה.

תרשים א

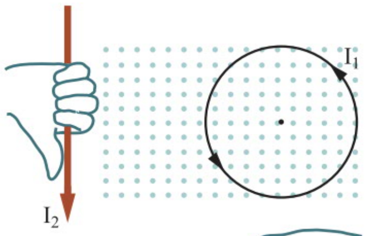


תרשים ב



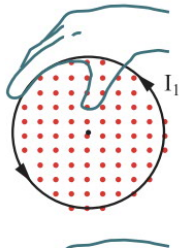
ג. מוסיפים תיל ארוך נוסף מימין לכריכה ובמישור הכריכה (ראו תרשים ב). מה צריך להיות גודל וכיוון הזרם בתיל הנוסף (מעלה או מטה) כדי שהשדה השקול במרכז הכריכה יהיה שווה אפס?

פתרון דוגמה מספר (3)



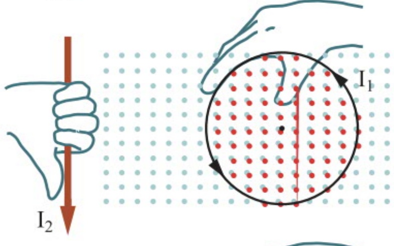
א. על פי כלל היד הימנית, כיוון השדה המגנטי שיוצר התיל במרכז הכריכה הוא החוצה:

$$B_2=\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_2}{r}=\frac{4\cdot\pi\cdot10^{-7}}{2\cdot\pi}\cdot\frac{4}{5}=1.6\cdot10^{-7}[T]$$



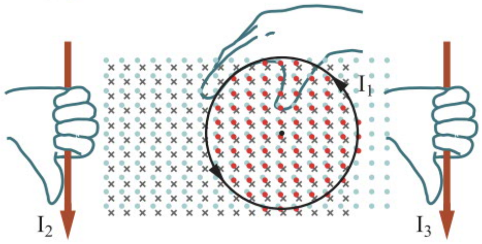
ב. על פי כלל היד הימנית, כיוון השדה המגנטי שיוצרת הכריכה במרכזה הוא החוצה:

$$B_1=\frac{\mu_0}{2}\cdot\frac{I_1}{R}=\frac{4\cdot\pi\cdot10^{-7}}{2}\cdot\frac{2}{3}=4.188^{-7}[T]$$



מכאן שכיוון השדה המגנטי השקול במרכז הכריכה הוא החוצה:

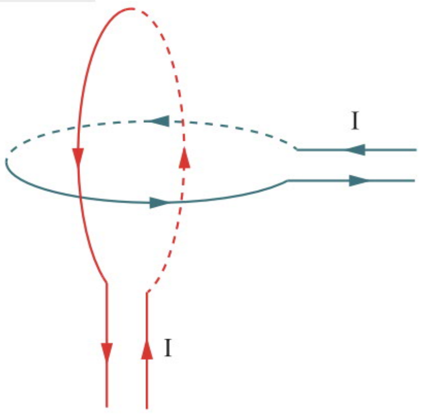
$$B_T=B_1+B_2=4.188^{-7}+1\cdot6^{-7}=5.788^{-7}[T]$$



ג. התיל הארוך הימני צריך ליצור שדה בכיוון פנימה במרכז הכריכה המעגלית, כדי שהשדה השקול במרכז הכריכה יהיה שווה אפס. לכן, על פי כלל יד ימין, כיוון הזרם בתיל הימני הוא בכיוון מטה. גודלו:

$$B_3=\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_3}{r}=B_T\Rightarrow5.788\cdot10^{-7}=\frac{4\cdot\pi\cdot10^{-7}}{2\cdot\pi}\cdot\frac{I_3}{6}\Rightarrow I_3=17.36[A]$$

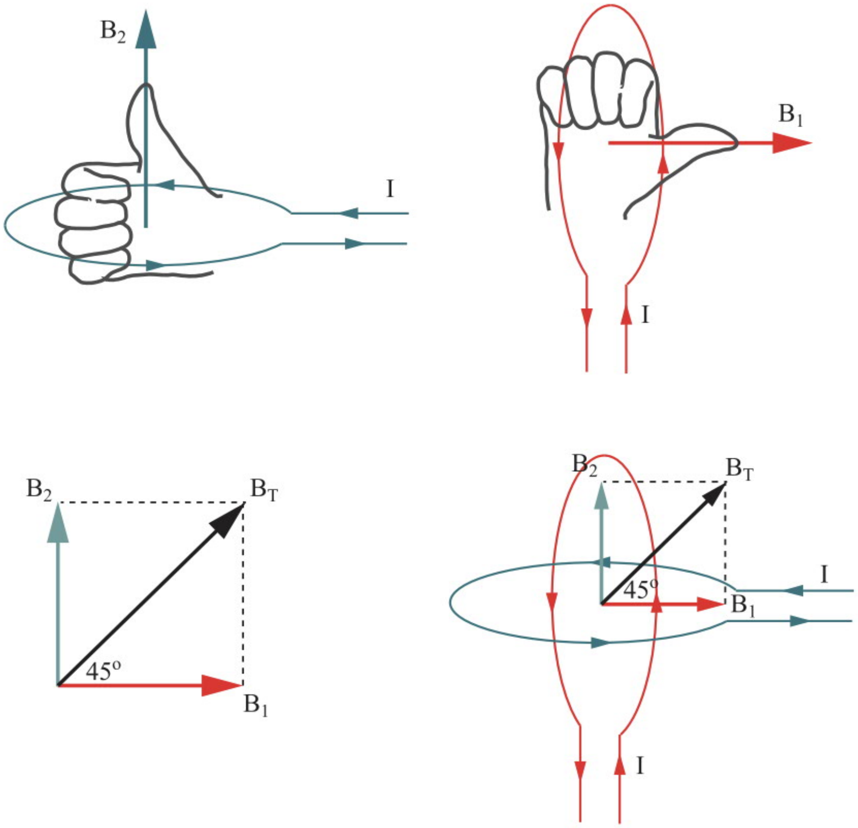
דוגמה מספר (4)



יש למצוא את כיוון השדה המגנטי במרכזן של שתי כריכות מעגליות זהות בעלות מרכז משותף, שמישוריהן ניצבים זה לזה, כאשר זורם בכל אחת מהן זרם שעוצמתו I (כמתואר בתרשים).

פתרון דוגמה מספר (4)

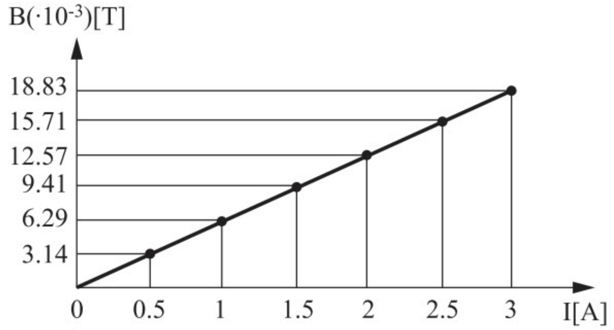
נמצא על פי כלל יד ימין את כיוון השדה המגנטי במרכזה של כל כריכה, מאחר שמרכז זה הוא משותף, נמצא את הכיוון של השדה השקול.

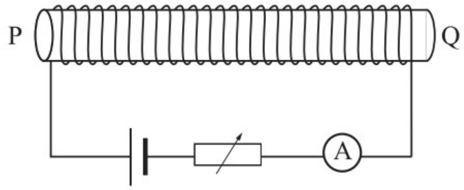


כיוון השדה השקול הוא בזווית של 45° ביחס לכל אחד ממישורי הכריכות.

דוגמה מספר (5)

תלמיד חיבר למקור מתח סילונית שאורכה 0.4 מטר, נגד משתנה ואמפרמטר. הוא מדד את עוצמת השדה המגנטי במרכז הסילונית כפונקציה של עוצמת הזרם שעבר בה. התלמיד סרטט את הגרף הבא של עוצמת השדה המגנטי B, כפונקציה של עוצמת הזרם בסילונית I.





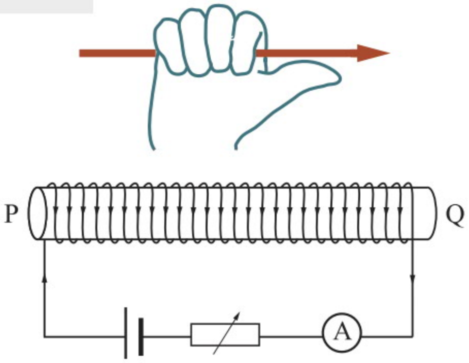
א. מה כיוון השדה המגנטי, מ-P ל-Q או מ-Q ל-P?

ב. איזה גודל מייצג שיפוע הגרף?

ג. [1] מצאו בעזרת הגרף את צפיפות הליפופים בסילונית $\frac{N}{L}$ (מספר ליפופים ליחידת אורך).

[2] מהו מספר הליפופים בסילונית N?

פתרון דוגמה מספר (5)



א. כיוון השדה המגנטי הוא מ-P ל-Q על פי כלל היד הימנית.

ב. משוואת השדה המגנטי: $B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{L} = \mu_0 \cdot n \cdot I$.

שיפוע הגרף הוא: $\frac{\Delta B}{\Delta I} = \mu_0 \cdot n$ כאשר $n = \frac{N}{L}$.

ג. [1] נחשב את השיפוע על פי שתי נקודות מהגרף:

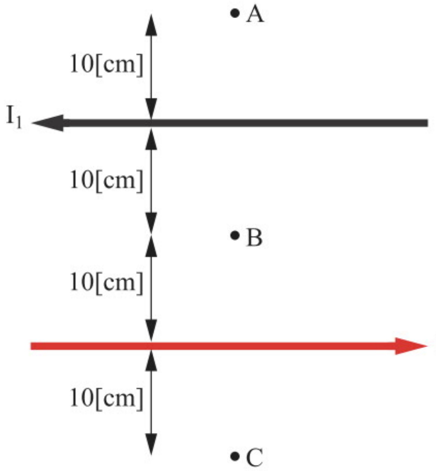
$$\frac{\Delta B}{\Delta I} = \frac{18.83 \cdot 10^{-3} - 0}{3 - 0} = 6.27 \cdot 10^{-3} \left[\frac{T}{A}\right]$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta I} = \mu_0 \cdot n \Rightarrow n = \frac{\frac{\Delta B}{\Delta I}}{\mu_0} = \frac{6.27 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 0.5 \cdot 10^4 = 5000 \left[\frac{1}{m}\right]$$

[2] נחשב את מספר הליפופים:

$$n = \frac{N}{L} \Rightarrow N = n \cdot L = 5000 \cdot 0.4 = 2000$$

דוגמה מספר (6)

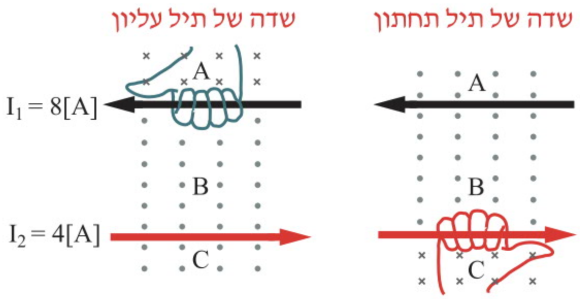


שני תילים ארוכים ומקבילים זה לזה נושאים זרמים שעוצמתם I_1=8[A], I_2=4[A] (ראו תרשים).

א. האם השדה המגנטי השקול, שנוצר על ידי הזרמים, יכול להתאפס באחד האזורים A, B או C? אם כן - הסבירו היכן, אם לא - נמקו מדוע.

ב. מהי העוצמה ומהו הכיוון של השדה המגנטי שנוצר בנקודות A, B ו-C שבתרשים?

פתרון דוגמה מספר (6)



א. באזור A, השדה המגנטי בהשפעת הזרם בתיל העליון הוא פנימה אל תוך מישור הדף, ובהשפעת הזרם בתיל התחתון הוא ממישור הדף החוצה.

באזור B, השדה המגנטי בהשפעת הזרם משני התילים הוא ממישור הדף החוצה.

באזור C, השדה המגנטי בהשפעת הזרם בתיל העליון הוא ממישור הדף החוצה, ובהשפעת הזרם בתיל התחתון הוא פנימה אל תוך מישור הדף.

השדה יכול להתאפס רק באזור C, מכיוון שהוא קרוב לתיל התחתון שבו הזרם קטן יותר, ורחוק מהתיל העליון שבו הזרם גדול יותר, ולא באזור A הקרוב יותר לתיל שבו הזרם גדול יותר.

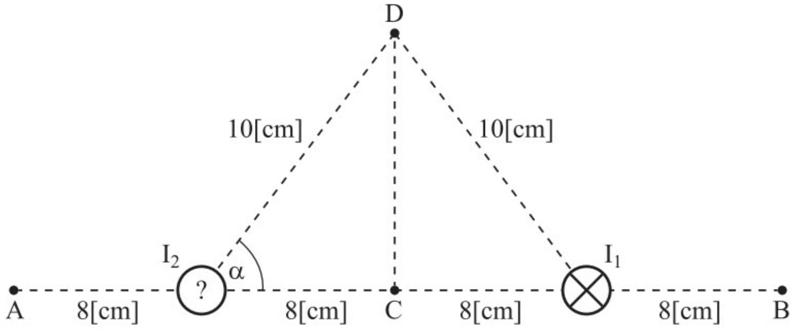
ב. בנקודה A: $B_A = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_1}{r_1} - \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_2}{r_2} = \frac{4\pi\cdot10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{8}{0.1}-\frac{4}{0.3}\right) = 1.33\cdot10^{-5}[T]$ פנימה.

בנקודה B: $B_B = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_1}{r_1} + \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_2}{r_2} = \frac{4\pi\cdot10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{8}{0.1}+\frac{4}{0.1}\right) = 2.4\cdot10^{-5}[T]$ החוצה.

בנקודה C: $B_C = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_1}{r_1} - \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_2}{r_2} = \frac{4\pi\cdot10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{8}{0.3}-\frac{4}{0.1}\right) = -2.66\cdot10^{-6}[T]$ פנימה.

דוגמה מספר (7)

שני תילים ארוכים, ישרים ומקבילים מרוחקים r=16[cm] זה מזה. התיל הימני נושא זרם I_1=4[A] במגמה אל תוך מישור הדף (ראו תרשים).



א. מה גודלו ומה מגמתו של הזרם I_2 בתיל השמאלי, אם השדה המגנטי השקול בנקודה A הנמצאת במרחק 8 ס"מ מהתיל השמאלי שווה לאפס?

ב. בתנאים שמצאתם בסעיף א, מהו השדה השקול:

[1] בנקודה B הנמצאת במרחק 8 ס"מ מהתיל הימני?

[2] בנקודה C הנמצאת באמצע המרחק בין התילים?

[3] בנקודה D הנמצאת במרחק 10 ס"מ מכל אחד מהתילים?

פתרון דוגמה מספר (7)

א. כיוון הזרם על פי כלל היד הימנית הוא החוצה.

$$B_{1A} = B_{2A}$$

$$\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_1}{r_1} = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_2}{r_2} \Rightarrow \frac{4}{0.24} = \frac{I_2}{0.08} \Rightarrow I_2 = 1.33[A]$$

ב. [1] (בכיוון מטה)

$$B_{TB} = B_{1B} - B_{2B}$$

$$B_{TB} = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_1}{r_1} - \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_2}{r_2} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1}{r_1} - \frac{I_2}{r_2}\right) = \frac{4\pi\cdot10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{4}{0.08} - \frac{1.33}{0.24}\right) = 8.89\cdot10^{-6}[T]$$

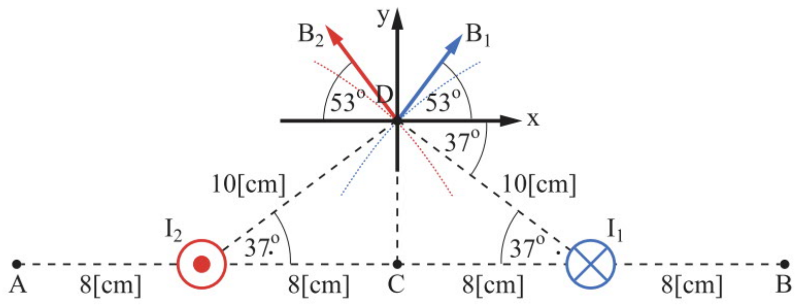
[2] (בכיוון מעלה)

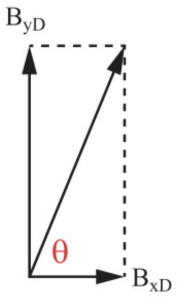
$$B_{TC} = B_{1C} + B_{2C}$$

$$B_{TC} = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_1}{r_1} + \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_2}{r_2} = \frac{4\pi\cdot10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{4}{0.08} - \frac{1.33}{0.08}\right) = 1.33\cdot10^{-5}[T]$$

[3]

$$\cos\alpha = \frac{8}{10} \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$





$$B_{xD} = B_{1xD} - B_{2xD} = B_1\cdot\cos53^\circ - B_2\cos53^\circ$$

$$B_{xD} = \frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot4}{2\pi\cdot0.1}\cdot\cos53^\circ - \frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot1.33}{2\pi\cdot0.1}\cdot\cos53^\circ = 3.2\cdot10^{-6}[T]$$

$$B_{YD} = B_{1yD} + B_{2yD} = B_1\cdot\sin53^\circ + B_2\sin53^\circ$$

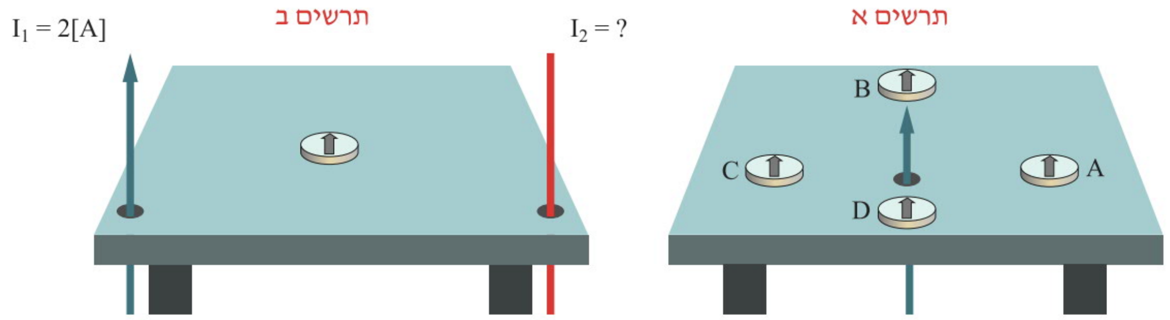
$$B_{YD} = \frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot4}{2\pi\cdot0\ 1}\cdot\sin53^\circ + \frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot1.33}{2\pi\cdot0\ 1}\cdot\sin53^\circ = 8.52\cdot10^{-6}[T]$$

$$B_D = \sqrt{B_{XD}^2 + B_{yD}^2} = \sqrt{(3.2\cdot10^{-6})^2 + (8.52\cdot10^{-6})^2} = 9.1\cdot10^{-6}[T]$$

$$tg\theta = \frac{B_{Dy}}{B_{Dx}} = \frac{8.528\cdot10^{-6}}{3.2\cdot10^{-6}} = 2.665 \Rightarrow \theta = 69.43^\circ$$

דוגמה מספר (8)

תלמיד העביר תיל ישר וארוך דרך חור בשולחן אופקי בניצב לשולחן, והציב ארבעה מצפנים, כל אחד במרחק 10 ס"מ מהתיל. כאשר בתיל לא זורם זרם, ארבעת המצפנים מצביעים אל הצפון המגנטי (ראו תרשים א).



א. כאשר בתיל זורם זרם $I=2[A]$ בכיוון אנכי מעלה, סרטטו את מצב המחט של כל אחד מהמצפנים: A, B, C ו-D.

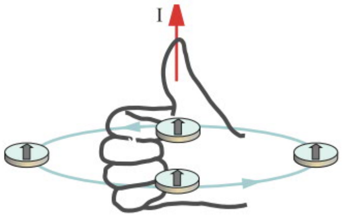
ב. בכמה מעלות סטתה המחט מכיוון צפון בכל אחד מהמצפנים A, B, C ו-D (נתון שהרכיב האופקי של השדה המגנטי של כדור הארץ $B_E = 5\cdot10^{-5}[T]$)?

ג. תלמיד אחר העביר שני תילים מקבילים, ישרים וארוכים דרך חורים בפינות השולחן ובניצב לשולחן, והציב את המצפן במרכז השולחן. השולחן הוא אופקי וצורתו ריבועית. אורך צלע הריבוע $50[cm]$. המצפן מצביע אל הצפון המגנטי (ראו תרשים ב). כאשר בתיל השמאלי זורם זרם $I_1=2[A]$ בכיוון אנכי מעלה, ובתיל הימני זורם זרם I_2, מחט המצפן אינה סוטה מכיוון צפון. מה גודלו ומה כיוונו של הזרם I_2?

פתרון דוגמה מספר (8)

א. מצב המחט של כל אחד מהמצפנים:

ב. כיוון השדה המגנטי שיוצר התיל הוא בכיוון הפוך לכיוון תנועת מחוגי השעון, לכן מצפנים B ו-D יסטו בהתאם לתרשים על פי כלל יד ימין.



מצפן A לא יסטה, כי השדה המגנטי מכוון לאורכה של מחט המצפן בכיוון הרכיב האופקי של השדה המגנטי של כדור הארץ.

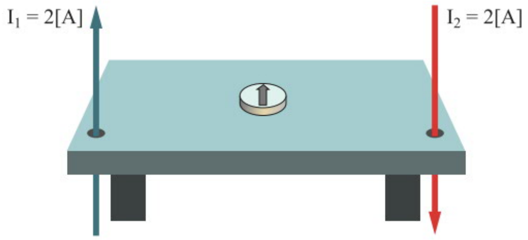
מצפן C – או שלא יסטה או שיתהפך, בהתאם לעוצמת השדה המגנטי שהתיל יוצר.

נוסחת השדה של תיל ישר וארוך: $B_I = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$.

הסטייה במעלות של מחט B ומחט D שווה בגודלה.

ננתח את מחט B:

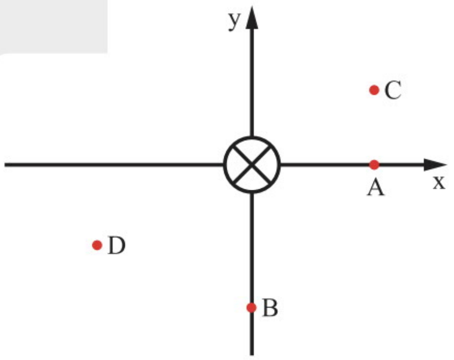
$$tg(\alpha) = \frac{B_I}{B_E} = \frac{\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}}{B_E} = \frac{\mu_0}{2\pi \cdot B_E} \cdot \frac{I}{r} = \frac{2\cdot10^{-7}\cdot2}{5.1\cdot10^{-5}\cdot0.1} = 0.0784 \Rightarrow \alpha = 4.48°$$



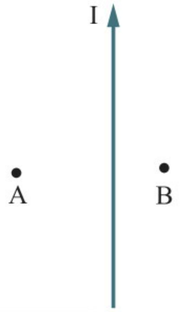
ג. גודל הזרם I_2 צריך להיות שווה לגודלו של הזרם I_1, כלומר $2[A]$, ועל פי כלל היד הימנית כיוונו כלפי מטה.

תרגילים

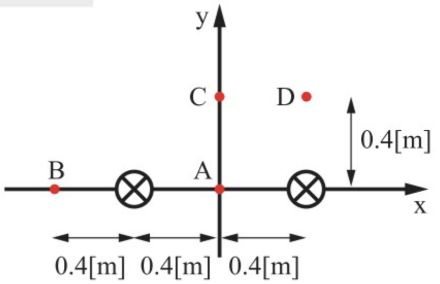
1. התיל שבתרשים הוא ארוך מאוד וזורם בו זרם שעוצמתו I=4[A] בכיוון פנימה אל תוך הדף. מצאו את גודל וכיוון השדה המגנטי בכל אחת מהנקודות: $A(2,0), B(0,-3), C(2,1), D(-3,-1)$.



2. התיל שבתרשים ארוך מאוד וזורם בו זרם שעוצמתו I=4[A] בכיוון מעלה. מצאו את גודל וכיוון השדה המגנטי בכל אחת מהנקודות $A(-3,0), B(1,0)$.



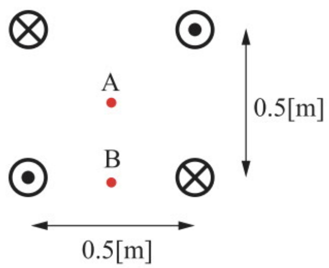
3. בכל אחד משני תילים ארוכים ומקבילים הנמצאים במרחק 80[cm] זה מזה זורם זרם I=3[A] בכיוון זהה. מצאו את גודל וכיוון השדה המגנטי בכל אחת מהנקודות D, C, B, A.



4. בכל אחד מארבעה תילים מקבילים הנמצאים במישור הדף זורם זרם של I=4[A] בהתאם למתואר בתרשים.

א. מהו השדה המגנטי בנקודה A הנמצאת במרכז הריבוע (שמוגדר על ידי ארבעת התילים)?

ב. מהו השדה המגנטי בנקודה B הנמצאת 0.25[m] מתחת לנקודה A?

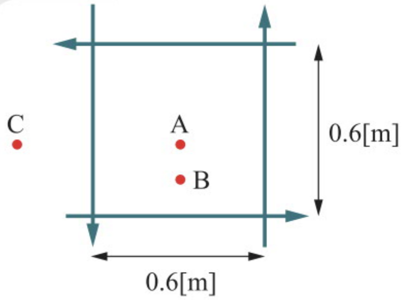


5. בכל אחד מארבעה תילים מקבילים הנמצאים במישור הדף זורם זרם של I=3[A] בהתאם למתואר בתרשים.

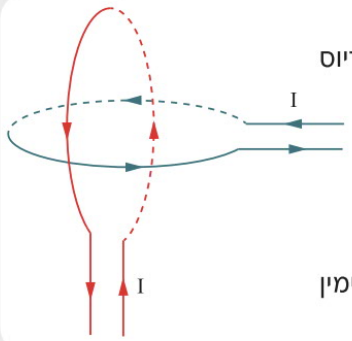
א. מהו השדה המגנטי בנקודה A הנמצאת במרכז הריבוע המתקבל?

ב. מהו השדה המגנטי בנקודה B הנמצאת 0.15[m] מתחת לנקודה A?

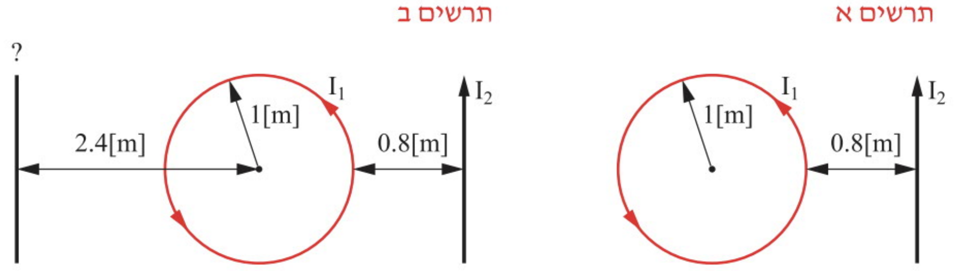
ג. מהו השדה המגנטי בנקודה C הנמצאת 0.6[m] שמאלית לנקודה A?



6. מצאו את גודל וכיוון השדה המגנטי במרכזן של שתי כריכות מעגליות זהות בעלות מרכז משותף שמישוריהן ניצבים זה לזה, כאשר זורם בכל אחת מהן זרם שעוצמתו $I=5[A]$. רדיוס כל אחת מהכריכות $R=0.4[m]$ (ראו תרשים).



7. בכריכה המעגלית שבתרשים זורם זרם שעוצמתו $I_1=3[A]$ בכיוון המתואר בתרשים א. מימין לכריכה נמצא תיל ארוך שזורם בו זרם שעוצמתו $I_2=6[A]$. התיל נמצא במישור הכריכה.

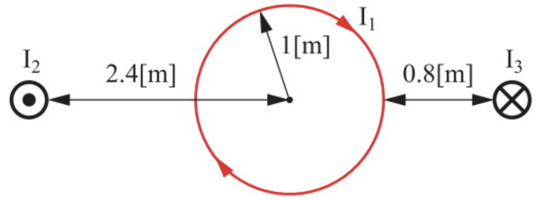


א. מצאו את גודל וכיוון השדה המגנטי שיוצר התיל במרכז הכריכה.

ב. מצאו את גודל וכיוון השדה המגנטי שיוצרת הכריכה במרכזה, ואת גודל וכיוון השדה המגנטי השקול במרכז הכריכה.

ג. מוסיפים תיל ארוך נוסף משמאל לכריכה ובמישור הכריכה (ראו תרשים ב). מה צריך להיות גודל וכיוון הזרם בתיל הנוסף (מעלה או מטה) כדי שהשדה השקול במרכז הכריכה יהיה שווה אפס?

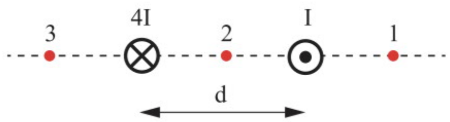
8. בכריכה מעגלית זורם זרם שעוצמתו $I_1=2[A]$ וכיוונו כמתואר בתרשים. משמאל לכריכה נמצא תיל ארוך שזורם בו זרם שעוצמתו $I_2=4[A]$ החוצה ממישור התרשים, ומימין לכריכה נמצא תיל ארוך נוסף, המקביל לתיל הראשון, שזורם בו זרם שעוצמתו $I_3=5[A]$ פנימה אל תוך מישור התרשים.



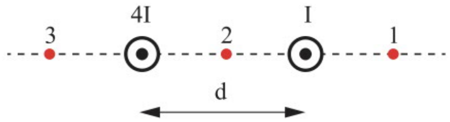
א. מצאו את גודל וכיוון השדה המגנטי שיוצר כל אחד מהתילים במרכז הכריכה.

ב. מצאו את גודל וכיוון השדה המגנטי שיוצרת הכריכה במרכזה, ואת גודל וכיוון השדה המגנטי השקול במרכזה.

9. שני תילים מוליכים ישרים, ארוכים ומקבילים זה לזה, נושאים זרמים שעוצמתם I ו-4I. המרחק בין התילים הוא d. הזרמים הם שוני כיוון (ראו תרשים).

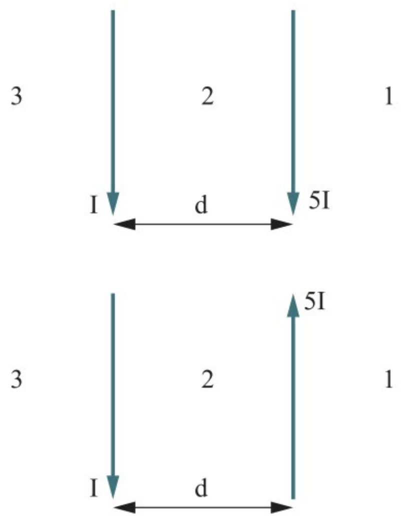


א. נתון שבאחת מהנקודות 1, 2 או 3 הנמצאות על הישר המאונך לתילים, השדה המגנטי מתאפס. קבעו באיזו נקודה השדה המגנטי מתאפס, וחשבו את מרחק הנקודה מהתיל הימני.



ב. הופכים את כיוון הזרם בתיל שבו זורם הזרם 4I. נתון שגם הפעם השדה המגנטי מתאפס באחת מהנקודות 1, 2 או 3. קבעו באיזו מהנקודות השדה המגנטי מתאפס במקרה זה, וחשבו את מרחק הנקודה מהתיל הימני.

10. שני תילים מוליכים ישרים, ארוכים ומקבילים זה לזה, נושאים זרמים שעוצמתם I ו-5I. המרחק בין התילים הוא d. הזרמים הם באותו הכיוון (ראו תרשים).

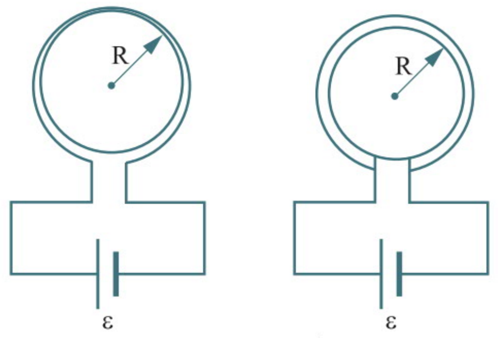


א. נתון שבאחת מהנקודות 1, 2 או 3 הנמצאות על הישר המאונך לתילים, השדה המגנטי מתאפס. קבעו באיזו מהנקודות השדה המגנטי מתאפס, וחשבו את מרחק הנקודה מהתיל השמאלי.

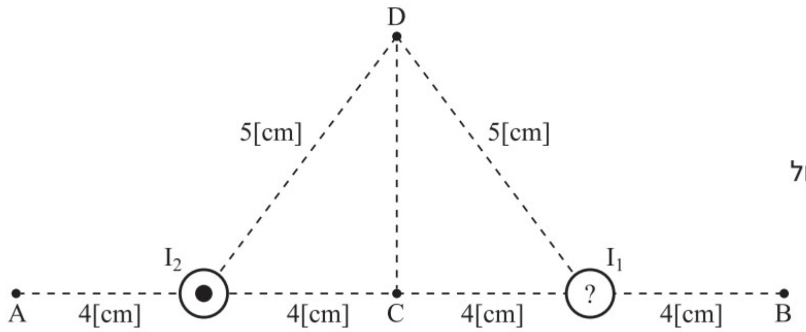
ב. הופכים את כיוון הזרם בתיל שבו זורם הזרם 5I. נתון שגם הפעם השדה המגנטי מתאפס באחת מהנקודות 1, 2 או 3. קבעו באיזו מהנקודות השדה המגנטי מתאפס במקרה זה, וחשבו את מרחק הנקודה מהתיל השמאלי.

11. נתונים מקור מתח אידיאלי ושני תילי נחושת זהים. מחברים את תילי הנחושת אל מקור המתח, פעם אחת במקביל ופעם אחת בטור. כאשר התילים מחוברים במקביל מתקבלים שני מעגלים בעלי רדיוס זהה R. כאשר התילים מחוברים בטור מתקבל מעין סליל בעל שתי כריכות שרדיוסו R.

מהו היחס בין עוצמות השדה המגנטי במרכז המעגל בשני המקרים?



12. שני תילים ארוכים, ישרים ומקבילים זה לזה, מרוחקים r=8[cm] זה מזה. התיל השמאלי נושא זרם I_2=2[A] במגמה החוצה מהדף (ראו תרשים).



א. מהו גודלו ומהי מגמתו של הזרם I_1 בתיל הימני, אם השדה המגנטי השקול בנקודה B הנמצאת במרחק 4 ס"מ ימינה מהתיל הימני שווה לאפס?

ב. מהו השדה השקול:

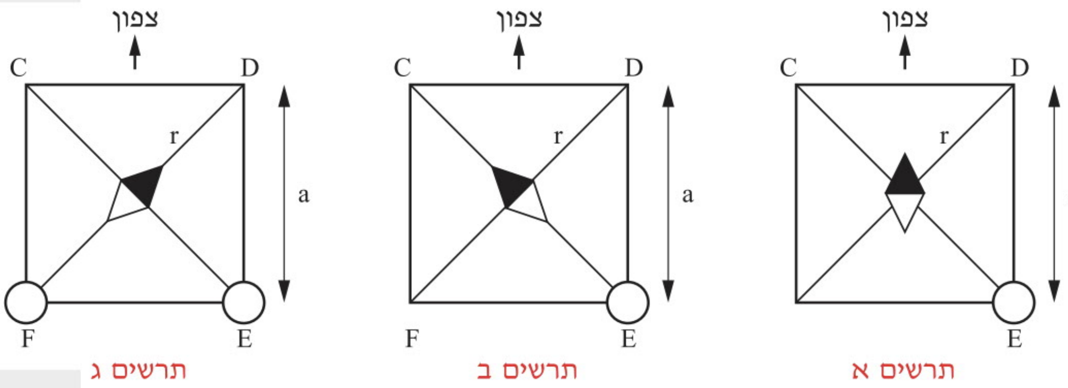
[1] בנקודה A הנמצאת במרחק 4 ס"מ משמאל לתיל השמאלי?

[2] בנקודה C הנמצאת באמצע המרחק בין התילים?

[3] בנקודה D הנמצאת במרחק 5 ס"מ מכל אחד מהתילים?

13. במרכזו של שולחן קטן CDEF מונח מצפן קטן המורה את הצפון. השולחן הוא אופקי וצורתו ריבועית. אורך צלע הריבוע $a = 40[cm]$ (ראו תרשים א). בפינה E של השולחן עובר תיל מוליך ישר וארוך מאוד. התיל ניצב למישור השולחן (העיגול שבתרשים מייצג את החתך של התיל).

כאשר מזרימים בתיל זרם שעוצמתו $I = 25[A]$, מחט המצפן סוטה כך שהקוטב הצפוני שלה פונה לכיוון הקודקוד C של השולחן (ראו תרשים ב).

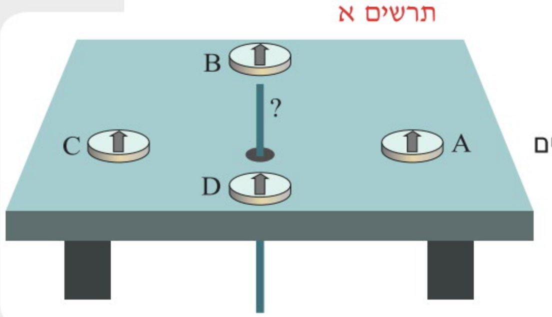


א. העתיקו את אחד התרשימים למחברתכם, ציינו בו את כיוון הזרם בתיל (פנימה – x החוצה – •). הסבירו כיצד קבעתם את הכיוון.

ב. חשבו את עוצמת השדה המגנטי (גודל וכיוון) שנוצר במרכז השולחן על ידי הזרם שבתיל.

ג. חשבו את עוצמת הרכיב האופקי של השדה המגנטי הארצי B_E במרכז השולחן.

ד. בפינה F של השולחן מוסיפים תיל זהה לתיל שבפינה E (ראו תרשים ג), ומזרימים בו זרם 'I. כתוצאה מכך מחט המצפן התייצבה במצב המתואר בתרשים ג. מה הגודל ומה הכיוון של הזרם בתיל הנוסף?



14. תלמיד העביר דרך חור בשולחן אופקי תיל ישר וארוך בניצב לשולחן, והציב סביב התיל ארבעה מצפנים, כל מצפן במרחק 2 ס"מ מן התיל. בתרשים א מתואר מבט מלמעלה של השולחן, כאשר בתיל לא זורם זרם וארבעת המצפנים מצביעים אל הצפון המגנטי. המצפנים מסומנים באותיות D ,C ,B ,A.

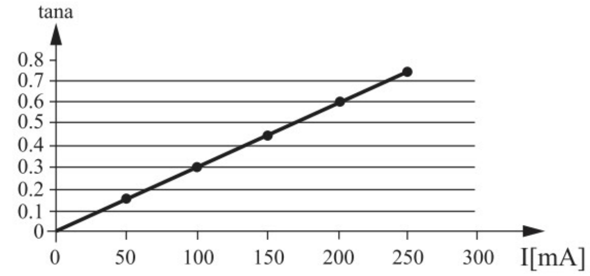
התלמיד חיבר בטור אל התיל נגד משתנה, אמפרמטר ומקור מתח, והחל להזרים זרם עד שבעוצמת זרם מסוימת סטתה מחט מצפן B מכיוון צפון בזווית של $37°$, כמתואר בתרשים ב.

א. סרטטו את מצב המחט של מצפנים D ,C ,A בזרם שהביא לסטייה של מצפן B המתואר בתרשים ב. נמקו.

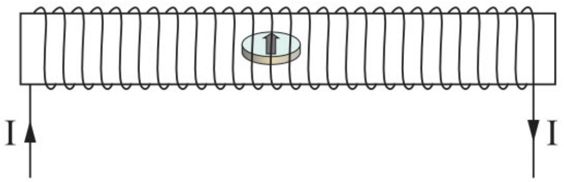
ב. סמנו ב־B_E את הרכיב האופקי של השדה המגנטי של כדור הארץ, ופתחו ביטוי עבור $\tan\theta$ כפונקציה של הזרם I הזורם בתיל, כאשר θ היא זווית הסטייה של מצפן B ביחס לכיוון צפון.

ג. נתון שהרכיב האופקי של השדה המגנטי של כדור הארץ הוא $B_E = 3\cdot10^{-5}[T]$. חשבו את גודל וכיוון (מעלה או מטה) של הזרם שזרם בתיל.

15. לצורך מדידת הרכיב האופקי של השדה המגנטי של כדור הארץ, תלמידה בנתה סילונית שבה צפיפות הליפופים (מספר הליפופים ליחידת אורך) היא $\frac{N}{L}=80\left[\frac{1}{m}\right]$. היא שמה מצפן במרכז הסילונית וסובבה אותה עד שציר הסילונית התלכד עם הכיוון המאונך למחט המצפן (ראו תרשים א).



תרשים א



התלמידה חיברה בטור אל הסילונית נגד משתנה, אמפרמטר ומקור מתח. היא הזרימה זרמים שונים במעגל החשמלי ובכל פעם מדדה את עוצמת הזרם I (במיליאמפרים) ואת זווית הסטייה α של מחט המצפן ביחס לכיוון צפון. התלמידה סרטטה גרף של $\tan\alpha$ כפונקציה של I (ראו תרשים ב).

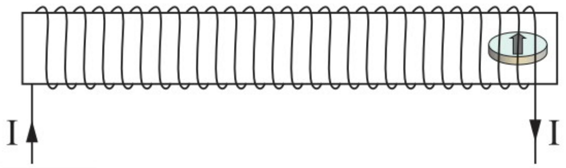
א. סרטטו את כיווני השדות המגנטיים הפועלים על מחט המצפן (במצב שבו עובר זרם במעגל החשמלי). סמנו בתרשים זה את הכיוון צפון ואת הזווית α.

ב. פתחו ביטוי עבור $\tan\alpha$ כפונקציה של I.

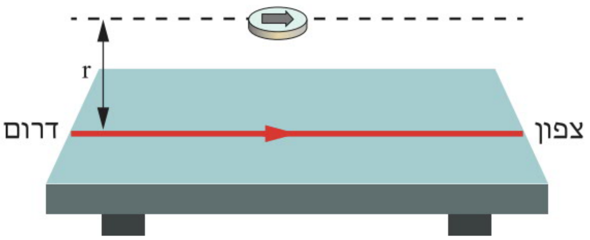
ג. חשבו בעזרת הגרף את הרכיב האופקי של השדה המגנטי של כדור הארץ.

ד. התלמידה הציבה את המצפן בקצה הסילונית (תרשים ג) והזרימה דרכה זרם. האם זווית הסטייה של מחט המצפן ביחס לכיוון צפון הייתה שונה מזווית הסטייה שהייתה במצב שבו המצפן היה במרכז הסילונית? נמקו.

תרשים ג



16. תלמיד מתח תיל ישר וארוך על פני שולחן אופקי בכיוון צפון–דרום (של השדה המגנטי הארצי). אל התיל הוא חיבר בטור מקור מתח, נגד משתנה ואמפרמטר. התלמיד הציב מצפן בגובה r מעל התיל, כך שמישור המצפן מקביל לפני השולחן. התלמיד שינה את הגובה r כמה פעמים. בכל פעם הוא כיוון את הזרם בעזרת הנגד המשתנה, ובדק מה עוצמת הזרם שבה מחט המצפן סוטה בזווית של 30° ביחס לכיוון שאליו היא הצביעה כאשר לא עבר זרם בתיל. תוצאות המדידות מוצגות בטבלה שלפניכם.



r[cm]	1	2	3	4	5
I[A]	0.87	1.75	2.6	3.5	4.3

א. על פי הנתונים המוצגים בטבלה, סרטטו גרף של הזרם I כפונקציה של גובה המצפן r.

ב. הראו כי שיפוע הגרף הוא: $\frac{2\pi \cdot B_E \cdot \tan\alpha}{\mu_0}$.

ג. חשבו את B_E בעזרת שיפוע הגרף.

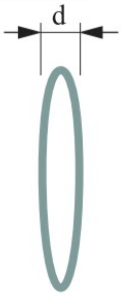
ד. התלמיד כתב בטבלה שהזרם המתאים לגובה 3 ס"מ הוא 2.60[A] ולא 2.6[A]. הסבירו מדוע.

ה. במצב שבו לא זורם זרם בתיל, קבעו בלי לנמק אם הקוטב הצפוני של מחט המצפן:

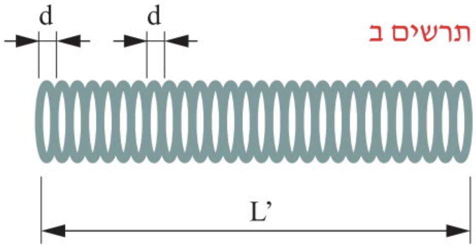
[1] פונה אל הקוטב המגנטי הארצי הצפוני או אל הקוטב המגנטי הארצי הדרומי.

[2] פונה בקירוב אל הקוטב הגיאוגרפי הצפוני או בקירוב אל הקוטב הגיאוגרפי הדרומי.

17. תלמיד התבקש ליצור שדה מגנטי של $B=4[mT]$ בנקודה מסוימת במרחב באמצעות מקור מתח ותיל נחושת המצופה בשכבת בידוד דקה. אורך התיל $L=0.6[m]$, קוטרו $d=0.4[mm]$ והתנגדותו ליחידת אורך $\lambda = 0.08\left[\frac{\Omega}{m}\right]$.



תרשים א



תרשים ב

א. התלמיד שקל ליצור לולאה מעגלית אחת שהיקפה 80 ס"מ (ראו תרשים א). איזה זרם נדרש כדי ליצור במרכז הלולאה את השדה המבוקש?

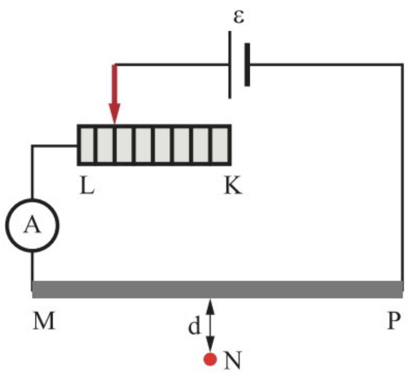
ב. התלמיד החליט לבנות סילונית ארוכה (יחסית לרדיוסה) על ידי ליפוף התיל בשכבה אחת, באופן שכריכות הסליל צמודות זו לזו (ראו תרשים ב). איזה זרם נדרש כדי ליצור בתוך הסילונית את השדה המבוקש?

ג. חשבו את ההספק הדרוש כדי ליצור את השדה המגנטי המבוקש:

[1] בלולאה המתוארת בסעיף א.

[2] בסילונית המתוארת בסעיף ב.

18. בניסוי מעבדה חוקרים את השדה המגנטי של תיל נושא זרם. לשם כך תלמיד בנה את המעגל המתואר בתרשים. המעגל מורכב מהרכיבים האלה: ספק שהכא"מ שלו $\varepsilon=12[V]$ והתנגדותו הפנימית זניחה, נגד משתנה LK, תיל מוליך מנחושת ישר וארוך MP, ואמפרמטר אידיאלי.
ההתנגדות המרבית של הנגד המשתנה היא 40Ω ואורכו $16[cm]$.
התנגדותו של התיל MP אינה ידועה.



בנקודה N, שנמצאת במרחק d מהתיל MP, מציבים חיישן לשדה מגנטי.

א. כאשר המגע הנייד נמצא במרחק $4[cm]$ מהקצה L של הנגד המשתנה, זורם במעגל זרם של $0.8[A]$. חשבו את התנגדות התיל המוליך MP.

ב. חשבו את המתח המקסימלי ואת המתח המינימלי שיכולים להתקבל על התיל המוליך MP.

ג. במהלך הניסוי התלמיד מזיז את המגע הנייד ומודד בכל פעם את עוצמת הזרם במעגל, ואת עוצמת השדה המגנטי בנקודה N. הניחו שהחיישן מודד את עוצמת השדה המגנטי שנוצר על ידי התיל MP בלבד. תוצאות המדידות מוצגות בטבלה שלפניכם.

מדידה	1	2	3	4	5
I[A]	0.6	0.8	1	1.2	1.4
B[μT]	2.4	3.2	4	4.8	5.6

[1] סרטטו גרף של עוצמת השדה המגנטי B בנקודה N כפונקציה של עוצמת הזרם I בתיל.

[2] חשבו את שיפוע הגרף ורשמו את יחידות השיפוע.

[3] חשבו את המרחק d בין התיל לבין החיישן בנקודה N.

ד. התלמיד ביצע ניסוי נוסף, שבו הוא השתמש בתיל אחר במקום בתיל MP (שאר מאפייני המעגל ללא שינוי). קבעו אם שיפוע הגרף יהיה גדול מהשיפוע שחישבתם בתת־סעיף ג[2], קטן ממנו או שווה לו, עבור כל אחד מהמצבים הבאים:

[1] התיל האחר בעל שטח חתך גדול יותר.

[2] התיל האחר ארוך יותר.

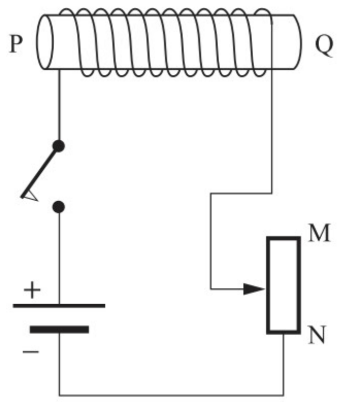
[3] התיל האחר עשוי כסף.

19. כדי לחקור את השדה המגנטי של סילונית, משתמשים במעגל המתואר בתרשים א ובו סילונית PQ, מקור מתח ונגד משתנה. צפיפות הליפופים בסילונית היא 5,000 ליפופים למטר. ציר הסילונית מאונך לרכיב האופקי של השדה המגנטי הארצי. במרכז הסילונית נמצא מצפן קטן, חופשי להסתובב סביב צירו.

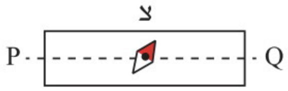
בתרשים ב מתואר חתך רוחב של הסילונית, ובו מסומנת מחט המצפן כאשר המעגל החשמלי פתוח.

עוצמת הרכיב האופקי של השדה המגנטי הארצי $B=3\cdot10^{-5}[T]$.

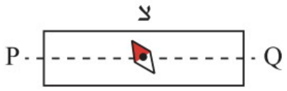
כאשר מזרימים דרך הסילונית זרם שעוצמתו $I=4[mA]$, מחט המצפן סוטה ממצבה ההתחלתי בזווית α.



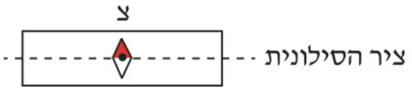
תרשים א



תרשים ד



תרשים ג



תרשים ב

א. בתרשימים ג–ד מסורטטים חתכי רוחב של הסילונית ומחט המצפן בשני מצבי הסטייה. רק אחד מהמצבים מתאים לתנאי הניסוי. איזה משני התרשימים, תרשים ג או תרשים ד, מציג בצורה נכונה את מצב הסטייה של המחט בתנאי הניסוי? נמקו את תשובתכם.

ב. חשבו את גודל הזווית α.

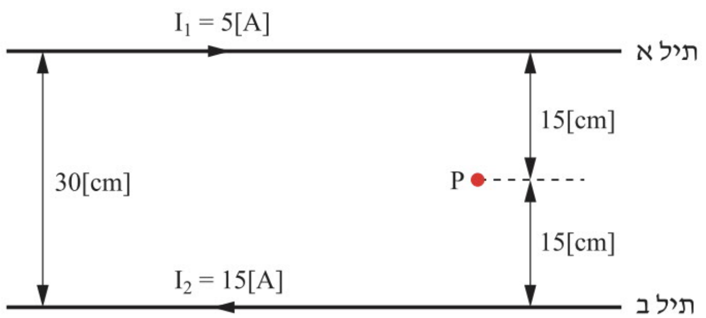
ג. האם זווית α תגדל, תקטן או לא תשתנה כאשר הגררה של הנגד המשתנה תועבר לכיוון הקצה M? הסבירו את תשובתכם.

ד. רוצים לאפס את הרכיב האופקי של השדה המגנטי במרכז הסילונית.

[1] מה צריך להיות הכיוון של ציר הסילונית ביחס לרכיב האופקי של השדה המגנטי הארצי, כדי לאפשר את איפוס הרכיב האופקי של השדה המגנטי במרכז הסילונית? נמקו את תשובתכם.

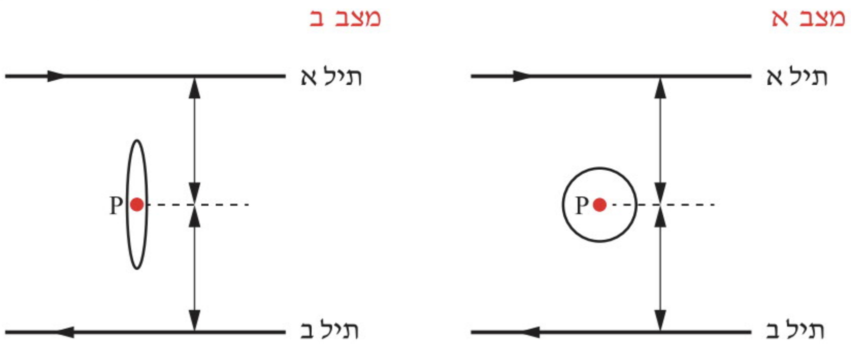
[2] מה עוצמת הזרם שמאפשרת לאפס את הרכיב האופקי של השדה המגנטי במרכז הסילונית, לאחר שמסובבים את הסילונית על פי הדרישה בסעיף ד[1]?

20. בתרשים מתוארים שני תילים ישרים וארוכים מאוד ("אינסופיים"): תיל א שבו עובר זרם שעוצמתו $I_1=5[A]$ וכיוונו ימינה, ותיל ב שבו עובר זרם שעוצמתו $I_2=15[A]$ וכיוונו שמאלה. שני התילים מקבילים זה לזה והמרחק ביניהם $30[cm]$. הנקודה P נמצאת בין שני התילים במרחק $15[cm]$ מכל אחד מהם.



בין התילים הוצבה כריכה מעגלית שרדיוסה $R=0.04[m]$ ומרכזה בנקודה P. העבירו בכריכה זרם שגרם לכך שבנקודה P התאפס השדה המגנטי הכולל (שמקורו בזרמים העוברים בשני התילים הישרים ובכריכה המעגלית).

א. באיזה משני המצבים שלפניכם (מצב א או מצב ב) הציבו את הכריכה? נמקו.



מצב א: הכריכה במישור שבו נמצאים שני התילים הישרים (כלומר במישור הדף).
מצב ב: הכריכה במישור המאונך למישור שבו נמצאים שני התילים הישרים (כלומר במישור הניצב למישור הדף), כך ששני התילים מקבילים למישור הכריכה.

ב. מהו כיוון הזרם בכריכה? נמקו.

ג. חשבו את עוצמת הזרם בכריכה.

ד. כעת הציבו את הכריכה במצב ב והעבירו דרכה זרם שעוצמתו $I_3=8[A]$ בכיוון השעון (שאר הנתונים בלא שינוי). מהו גודל וכיוון השדה המגנטי בנקודה P?

16 כוח על חלקיק טעון בשדה מגנטי

רקע תיאורטי

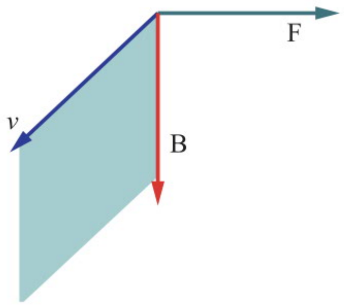
כוח לורנץ

על סמך ההדגמות שהוצגו בפרק הקודם, הסקנו שהשדה המגנטי מפעיל כוח על תיל נושא זרם. כפי שלמדנו, זרם חשמלי הוא למעשה מטענים שנמצאים בתנועה. בפרק זה נכיר את החוקיות של הכוח המגנטי הפועל על מטען חשמלי בתנועה.

כאשר חלקיק טעון q נע במהירות v בתוך שדה מגנטי שעוצמתו B, פועל עליו כוח שעוצמתו F. כוח זה נקרא **כוח לורנץ**, על שמו של הפיזיקאי ההולנדי הנדריק אנטון לורנץ (Lorentz), ומתברר שעוצמתו של הכוח תלויה לא רק בגודל השדה ובמטען, אלא גם במהירותו של החלקיק!

מניסויים מתברר שכאשר וקטור המהירות v ניצב לווקטור השדה המגנטי B, מתקיים:

- יחס ישר בין גודלו של הכוח המגנטי לבין גודלו של המטען, $F \propto q$.
- יחס ישר בין גודלו של הכוח המגנטי לבין עוצמתו של השדה המגנטי, $F \propto B$.
- יחס ישר בין גודלו של הכוח המגנטי לבין גודל מהירותו של המטען, $F \propto v$.



בנוסף מתקיים:

- כיוון הכוח שפועל על החלקיק הוא **בניצב** למישור שנוצר על ידי וקטור המהירות (כיוון תנועת החלקיק) ווקטור השדה המגנטי. **שלושת הווקטורים ניצבים זה לזה** ואינם במישור אחד.
- על מטען חשמלי שנמצא **במנוחה** בתוך שדה מגנטי **לא פועל כוח מגנטי**.

חוק לורנץ

מסקנות אלו מוצאות את ביטוין המתמטי בנוסחה הידועה בשם "**חוק לורנץ**": $F = qvB$.

החוק מגדיר למעשה את עוצמת השדה המגנטי: $B = \frac{F}{q \cdot v}$.

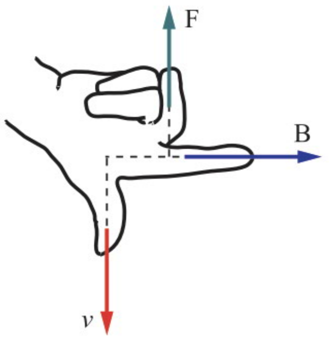
כפי שציינו בפרק הקודם, היחידה של עוצמת השדה המגנטי נקראת **טסלה** (Tesla) ומסומנת באות T, והמשמעות שלה נגזרת מתוך חוק לורנץ: $T \equiv \frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} = \frac{[F]}{[q][v]} = [B]$, כלומר:

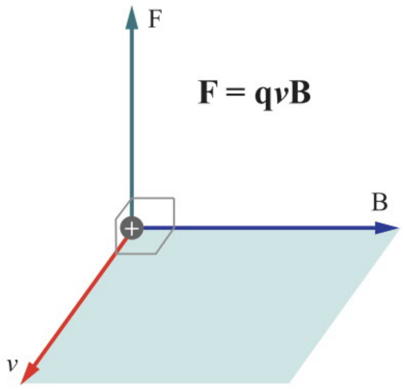
> שדה מגנטי שעוצמתו $1[T]$ מפעיל כוח של $1[N]$ על חלקיק שמטענו $1[C]$ כאשר החלקיק נע במהירות של $1\left[\frac{m}{s}\right]$ בכיוון ניצב לשדה.

עוצמת שדה של 1 טסלה היא גדולה מאוד. עוצמת השדה המגנטי של מגנטים רגילים היא בין מאית לאלפית טסלה. לכן מקובל להשתמש ביחידת מידה חלופית קטנה יותר בשם גאוס (G): $1[G] = 10^{-4}[T]$ סדר הגודל של השדה המגנטי הארצי הוא כרבע גאוס.

כלל היד הימנית

כפי שצוין לעיל, וקטור מהירות המטען, וקטור השדה המגנטי ווקטור הכוח המגנטי אינם במישור אחד. כאשר ידועים שניים מהכיוונים הללו, ניתן למצוא את הכיוון השלישי באמצעות כלל הידוע כ"**כלל היד הימנית**":



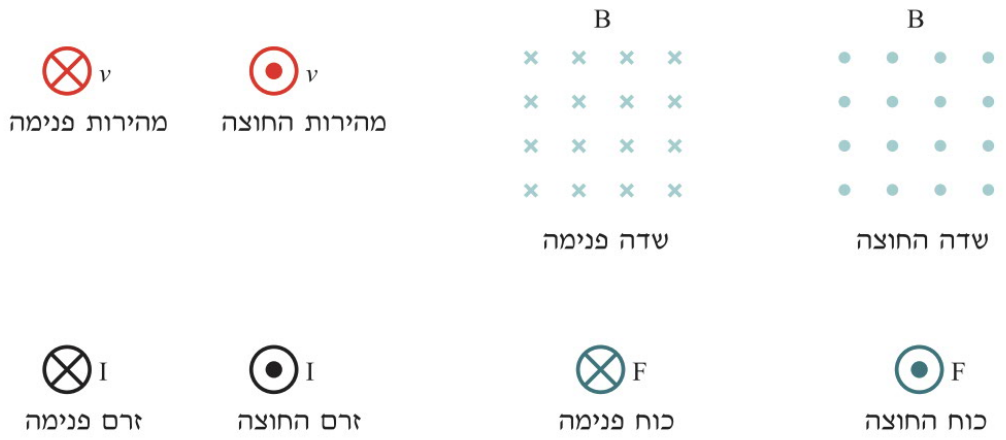


כאשר המטען הנע הוא **חיובי**, יתקבל כיוון הכוח באופן הבא:

כאשר **אצבע** יד ימין מצביעה בכיוון **השדה המגנטי** וה**אגודל** מצביע לכיוון מהירות המטען, **האמה** מראה את כיוון **הכוח** שמפעיל השדה המגנטי על המטען החיובי.

אם המטען הנע הוא שלילי, כיוון הכוח יהיה הפוך למתואר בתרשים.

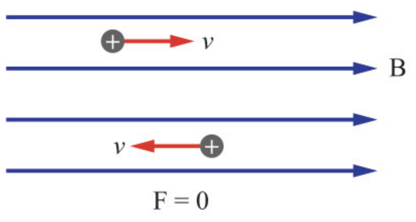
כפי שראינו בפרק הקודם, ישנם סימונים מקובלים לכיוון הנוסף של הווקטור, "פנימה" אל תוך הדף או "החוצה" מן הדף. סימונים אלו יכולים לשמש לתיאור כל אחד מהגדלים – שדה מגנטי, מהירות, זרם, כוח.



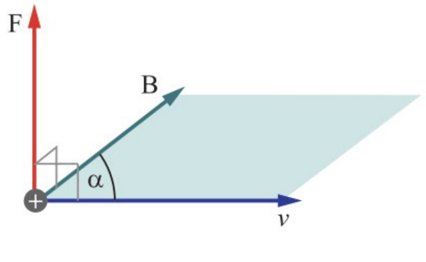
כוח לורנץ על מטען הנע בזווית ביחס לקווי השדה המגנטי

במקרה הכללי, שבו מטען נע בכיוון **כלשהו** (לאו דווקא בניצב לקווי השדה המגנטי), מתקיימים הכללים הבאים:

- על מטענים שמהירותם **מקבילה** לקווי השדה **לא פועל כוח מגנטי** (תרשים א).
- כאשר הזווית α שבין כיוון השדה המגנטי לבין כיוון המהירות שונה מ-$90°$, גודל הכוח המגנטי הפועל על המטען נמצא ביחס ישר לסינוס הזווית, $F \propto \sin(\alpha)$ (תרשים ב).



תרשים א



תרשים ב

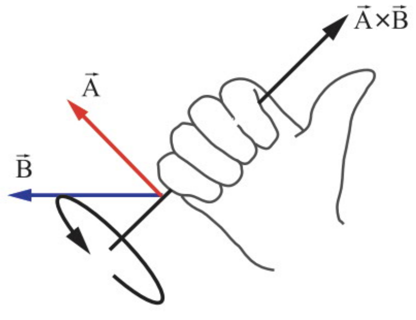
- הכוח המגנטי הגדול ביותר מתקבל על מטענים שמהירותם ניצבת לקווי השדה.

ניתן לסכם זאת בקשר הבא: $F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$, כלומר: גודל הכוח המגנטי תלוי **בגודל המטען**, **בגודל השדה המגנטי** ו**ברכיב המהירות הניצב** לווקטור השדה המגנטי.

הכוח המגנטי הפועל על חלקיק טעון הנע בשדה מגנטי, ניצב תמיד למהירות. מכאן נובע כי:

הכוח המגנטי **אינו מבצע עבודה** כשהוא פועל על חלקיק טעון הנע בשדה מגנטי, ולכן גם **אינו משנה את האנרגיה הקינטית שלו**.

מכפלה וקטורית



את הנוסחה $F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$ ניתן לכתוב גם באופן הבא: $\vec{F} = q(\vec{v} \times B)$, כאשר פעולת הכפל $\vec{v} \times \vec{B}$ נקראת **מכפלה וקטורית**, המסומנת ב-×.

באופן כללי, התוצאה של מכפלה וקטורית בין שני וקטורים $\vec{A} \times \vec{B}$ היא וקטור שמאפייניו הם:

- הוא ניצב למישור המוגדר על ידי שני הווקטורים המוכפלים. כיוונו נקבע לפי כלל היד הימנית באופן הבא: מכופפים את אצבעות כף יד ימין מכיוון הווקטור הראשון במכפלה לכיוון הווקטור השני במכפלה, ואז האגודל מצביע לכיוון וקטור המכפלה הווקטורית ביניהם.
- גודלו שווה למכפלת הגדלים של שני הווקטורים, כפול סינוס הזווית שביניהם, $\left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = |A| \cdot |B| \cdot \sin\theta$.

השוואה בין הכוח המגנטי לכוח החשמלי

בטבלה הבאה מוצגים היבטים שונים שבהם נבדלים הכוח המגנטי והכוח החשמלי זה מזה:

כוח מגנטי	כוח חשמלי
כיוונו ניצב לכיוון שדה המגנטי.	כיוונו בכיוון השדה החשמלי.
פועל על חלקיק טעון בתנועה, גודלו תלוי במהירות החלקיק.	פועל על כל חלקיק טעון, אינו תלוי במהירות החלקיק.
אינו מבצע עבודה בהעתקת חלקיק טעון.	מבצע עבודה בהעתקת חלקיק טעון.
קווי שדה סגורים (אין להם התחלה או סוף).	קווי שדה פתוחים (יש להם התחלה וסוף).

מסלול תנועת חלקיקים טעונים בשדה מגנטי

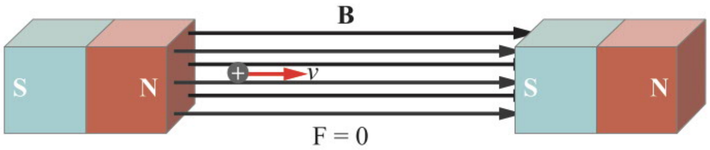
כאמור, כאשר חלקיק הטעון מטען חשמלי נכנס לאזור במרחב שבו שורר שדה מגנטי (קבוע בזמן) במהירות שונה מאפס, פועל עליו כוח, ובהתאם לחוקי המכניקה הבסיסיים (חוקי ניוטון) – הכוח גורם לשינוי בתנועתו של החלקיק הטעון. ננתח כעת את תנועתו של החלקיק בשלושה מקרים, בהתאם לזווית הכניסה של החלקיקים לתחום השדה המגנטי.

חלקיק טעון שנע במקביל לקווי השדה המגנטי

במקרה זה לא פועל כוח מגנטי על החלקיק:

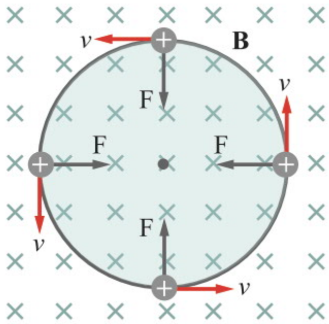
$$F = qvB\sin\alpha = qvB\sin 0 = 0$$

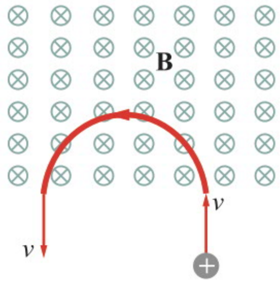
לכן החלקיק ימשיך לנוע במהירות קבועה לאורך קו ישר.



חלקיק טעון שנע בניצב לקווי השדה המגנטי

על פי כלל היד הימנית, הכוח במקרה זה יהיה תמיד ניצב לכיוון המהירות. מסלול תנועתו של גוף שהכוח הפועל עליו ניצב למהירותו הוא **מעגל**. הכוח במקרה זה הוא **כוח מרכזי**, שאינו מבצע עבודה. הכוח גורם רק לשינוי **כיוון המהירות** ולא לשינוי גודל המהירות. המהירות נותרת קבועה ולכן גם **גודל הכוח קבוע**.





במצב שבו המהירות מוקנית לחלקיק בהיותו בתוך השדה, הוא ינוע בתנועה מעגלית. אם המהירות מוקנית לחלקיק בהיותו מחוץ לשדה ובכיוון ניצב לקווי השדה, הוא ייכנס לתחומי השדה, ישלים חצי מעגל ויצא מהשדה. ננתח את מאפייני תנועתו של החלקיק:

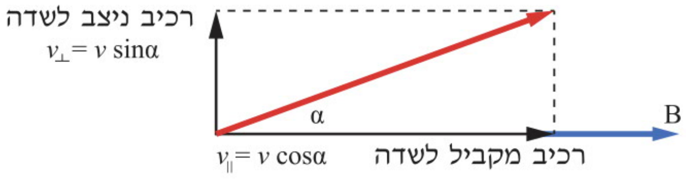
כשהחלקיק נע במעגל, מתקיים החוק השני של ניוטון: $\sum F_R = ma_R$, כאשר m היא מסת החלקיק.

הכוח הגורם לתאוצה הוא כוח לורנץ: $qvB\sin 90 = m\dfrac{v^2}{r}$, ומכאן מתקבל רדיוס המעגל: $r = \dfrac{mv}{qB}$.

זמן המחזור של תנועת החלקיק הוא: $T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \frac{mv}{qB}}{v} = 2\pi \frac{m}{qB}$.

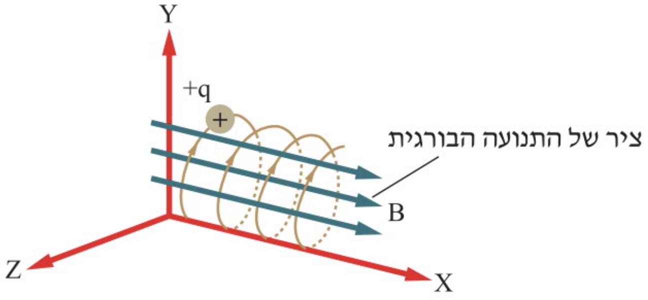
זמן מחזור זה, ולכן גם התדירות והמהירות הזוויתית, **אינם תלויים במהירות התנועה של החלקיק וגם לא ברדיוס מסלולו**. נציין שעל עקרון התנועה במסלולים מעגליים של גופים טעונים בשדה מגנטי אחיד, מבוססים כמה ממאיצי החלקיקים הגורמים לחלקיקים לנוע במהירויות גבוהות.

חלקיק טעון שנע בזווית ביחס לקווי השדה המגנטי



כאשר חלקיק נע בזווית כלשהי ביחס לקווי השדה, נוכל לפרק את וקטור המהירות לרכיבים: רכיב המקביל לשדה המגנטי ורכיב הניצב לשדה.

על רכיב המהירות בכיוון **המקביל** לשדה **לא פועל כוח מגנטי**, ולכן בציר זה גודל המהירות וכיוונה נשמרים. במקרה זה השדה אינו מבצע עבודה והמהירות והאנרגיה הקינטית אינם משתנים.



על רכיב המהירות בכיוון **הניצב** לשדה פועל **כוח בניצב למהירות ולווקטור השדה**, לכן תיווצר תנועה מעגלית במישור y-z הניצב לווקטור השדה.

משילוב שתי התנועות יחד (ובשל אי תלות שלהן) מתקבלת תנועה במסלול של "בורג".

נוכל לחשב את **רדיוס סיבוב התנועה הבורגית** בעזרת החוק השני של ניוטון:

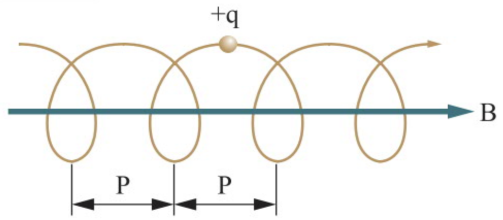
$$\sum F_R = ma_R$$

$$qvB\sin\alpha = m\frac{v^2}{r} \qquad v_\perp = v\sin\alpha$$

$$qv_\perp B = m\frac{v_\perp^2}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{mv_\perp}{qB}$$

וכן את **זמן המחזור** של התנועה המעגלית:

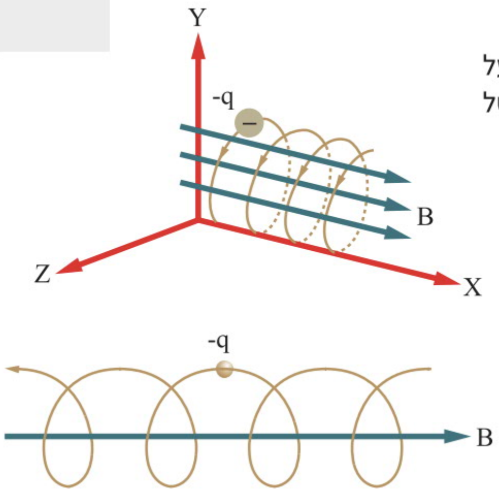
$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v_\perp} = \frac{2\pi \frac{mv_\perp}{qB}}{v_\perp} = \frac{2\pi m}{qB}$$



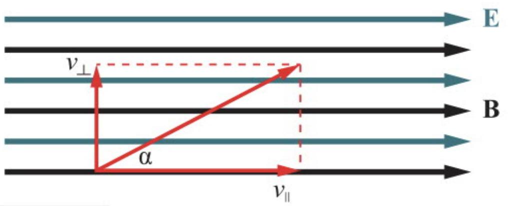
מרחק ההתקדמות במקביל לשדה במשך זמן מחזור אחד מכונה **פסיעה**. הפסיעה מסומנת באות P, ונחשב אותה בעזרת רכיב המהירות המקביל וזמן המחזור:

$$P = v_\parallel \cdot T = v\cos\alpha \cdot \frac{2\pi m}{qB}$$

נציין שאם המטען שנכנס בזווית כלשהי ביחס לקווי השדה המגנטי הוא בעל אותה מסה ואותה מהירות אבל מטענו **שלילי**, ישתנה רק **כיוון הסיבוב** של המטען. רדיוס סיבוב התנועה הבורגית, זמן המחזור וגודל הפסיעה לא ישתנו.



תנועת חלקיק טעון בשדה מגנטי ושדה חשמלי מקבילים



ישנם מקרים שבהם חלקיק טעון נכנס בזווית לאזור במרחב שבו מתקיימים שדה מגנטי ושדה חשמלי מקבילים.

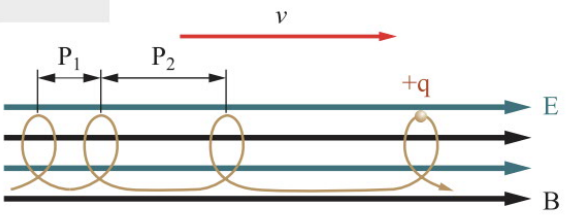
גם במקרה זה ניתן לפרק את וקטור המהירות לרכיבים (רכיב מקביל לשדה ורכיב ניצב לשדה).

הפעם יפעלו על החלקיק כוח **מגנטי** וכן כוח **חשמלי**.

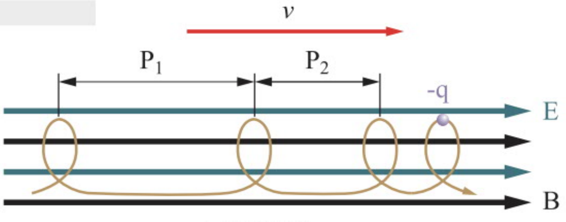
- הכוח **החשמלי** משפיע על **רכיב המהירות המקביל** לשדה החשמלי:

אם החלקיק טעון מטען חיובי, אז כיוון הכוח החשמלי יהיה בכיוון השדה (בתרשים החלקיק יאיץ ימינה). הכוח החשמלי מבצע עבודה והאנרגיה הקינטית משתנה.

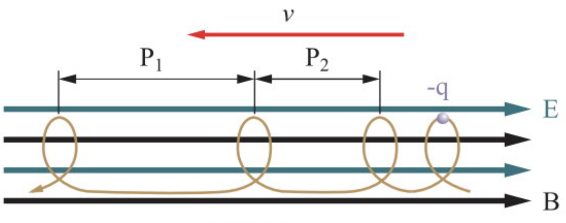
- הכוח **המגנטי** משפיע על **רכיב המהירות הניצב** לשדה המגנטי. הכוח פועל בניצב למהירות ולקווי השדה המגנטי, ולכן גורם לתנועה מעגלית במישור y-z הניצב לקווי השדה המגנטי.



כתוצאה משילוב שתי התנועות מתקבלת **תנועה בורגית עם פסיעה גדלה והולכת**.



לפני עצירה



אחרי עצירה

אם המטען הוא **שלילי**, כיוון הכוח החשמלי יהיה הפוך לכיוון המהירות ההתחלתית של האלקטרון, לכן בציר x האלקטרון יבצע תאוטה עד לעצירה רגעית, ואחר כך חזרה בכיוון שמאלה.

שילוב של התנועה לאורך ציר x (בתאוצה) ותנועה מעגלית במישור y-z נותן תנועה בורגית עם פסיעה משתנה: תחילה תתרחש תנועה בורגית עם פסיעה הולכת וקטנה בכיוון ימינה, ואז פסיעה הולכת וגדלה בכיוון שמאלה.

סיכום

1. כאשר חלקיק טעון נע במהירות v בשדה מגנטי שעוצמתו B בניצב לכיוון השדה, פועל עליו כוח שנקרא **כוח לורנץ**. גודלו של כוח זה הוא ביחס ישר לגודל המטען, לעוצמת השדה המגנטי, ולגודל מהירות המטען.

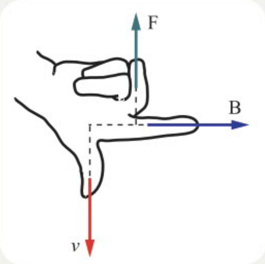
   הביטוי המתמטי של כוח לורנץ הוא: $F = qvB$.

2. בהתאם לחוק לורנץ, עוצמת השדה המגנטי B היא: $B = \dfrac{F}{q \cdot v}$ והיא נמדדת ביחידות של **טסלה** (Tesla):

   שדה מגנטי שעוצמתו 1[T] מפעיל כוח של 1[N] על חלקיק שמטענו 1[C], כאשר החלקיק נע במהירות של $1\left[\dfrac{m}{s}\right]$ בכיוון ניצב לשדה.

3. **במקרה הכללי**, שבו המטען נע בכיוון כלשהו בשדה המגנטי, כוח לורנץ שווה ל: $F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$.
   מכאן ניתן להסיק כי:

   - על מטענים שמהירותם **מקבילה** לקווי השדה **לא פועל** כוח מגנטי.
   - על מטענים שמהירותם **ניצבת** לקווי השדה פועל הכוח המגנטי הגדול ביותר.
   - על מטען חשמלי הנמצא **במנוחה** בתוך שדה מגנטי **לא פועל** כוח מגנטי.



4. את כיוון הכוח שפועל על חלקיק טעון הנע בשדה מגנטי ניתן למצוא בעזרת **כלל היד הימנית**, והוא פועל **בניצב למישור** שנוצר על ידי וקטור המהירות ווקטור השדה המגנטי.

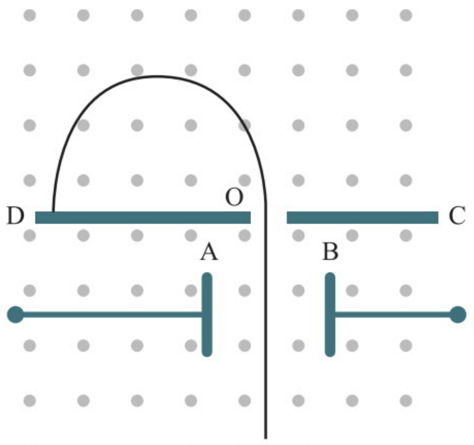
5. הכוח המגנטי **אינו מבצע עבודה** כשהוא פועל על חלקיק טעון הנע בשדה מגנטי, לכן הוא גם **אינו משנה את האנרגיה הקינטית** שלו.

6. על חלקיק טעון שנכנס **במאונך לשדה מגנטי** פועל כוח **קבוע בגודלו וניצב לכיוון המהירות**, לכן התנועה היא במסלול **מעגלי**.

7. במקרים שבהם חלקיק טעון נכנס **בזווית** לשדה מגנטי, ניתן לפרק את מהירותו לשני רכיבים. בכיוון המקביל לשדה המגנטי מתקבלת תנועה קצובה, ובמישור הניצב לשדה המגנטי מתקבלת תנועה מעגלית. צירוף שתי התנועות הללו יוצר **מסלול בורגי בעל פסיעה קבועה**.

8. במקרים שבהם חלקיק טעון נכנס בזווית לאזור שבו מתקיימים **שדה מגנטי ושדה חשמלי מקבילים**, ניתן לפרק את וקטור המהירות לרכיבים. בכיוון המקביל לשדה המגנטי ולשדה החשמלי מתקבלת תנועה בתאוצה, ובמישור הניצב לשדה המגנטי והחשמלי מתקבלת תנועה מעגלית. צירוף שתי התנועות הללו יוצר **מסלול בורגי בעל פסיעה משתנה**.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)



דוגמה מספר (1)

בשדה מגנטי אחיד, שעוצמתו B וכיוונו "יוצא מהדף", נמצאים שני לוחות מישוריים גדולים מאוד A ו-B הניצבים למישור הדף, וביניהם שורר שדה חשמלי אחיד שעוצמתו E.

אלומת חלקיקים נכנסת אל בין הלוחות בניצב לשדות E ו-B. החלקיקים נעים בין הלוחות במסלול ישר. חלקם עוברים דרך חריר O במחיצה CD, ולאחר מכן פוגעים במחיצה בנקודה D, כמתואר בתרשים.

מטענו של כל חלקיק הוא q ומסתו m. כוחות הכבידה הפועלים על החלקיקים ניתנים להזנחה.

א. האם מטען החלקיקים הוא חיובי או שלילי? נמקו.

ב. מה כיוון השדה החשמלי? נמקו.

ג. מה גודל מהירות החלקיקים?

ד. [1] הראו שזמן התנועה מ-O ל-D הוא: $t=\frac{\pi\cdot m}{B\cdot q}$.

[2] הסבירו מדוע זמן התנועה מ-O ל-D אינו תלוי במהירות החלקיק.

ה. ענו ונמקו: האם לאחר מעבר חלקיק דרך החריר O ישתנו:

תאוצת החלקיק? האנרגיה הקינטית של החלקיק? מהירות החלקיק? התנע של החלקיק?

פתרון דוגמה מספר (1)

א. מטען החלקיקים הוא שלילי, כי בצאתם מהלוחות פועל עליהם כוח מגנטי שמאלה (לפי כלל יד ימין).

ב. כיוון השדה החשמלי הוא שמאלה (מ-B ל-A). מאחר שכיוון הכוח המגנטי הוא שמאלה, הכוח החשמלי חייב להיות בכיוון ימינה. כיוונו של הכוח החשמלי על מטען שלילי הוא נגד כיוון השדה החשמלי.

ג. הכוח המגנטי בין הלוחות שווה בגודלו ומנוגד בכיוונו לכוח החשמלי. לפי החוק הראשון של ניוטון מתקיים:

$$\Sigma F=0 \quad\Rightarrow\quad E\cdot q=v\cdot B\cdot q \quad\Rightarrow\quad v=\frac{E}{B}$$

ד. [1] לאחר צאת החלקיקים מהשדה החשמלי הם נעים בתנועה מעגלית. על פי החוק השני של ניוטון:

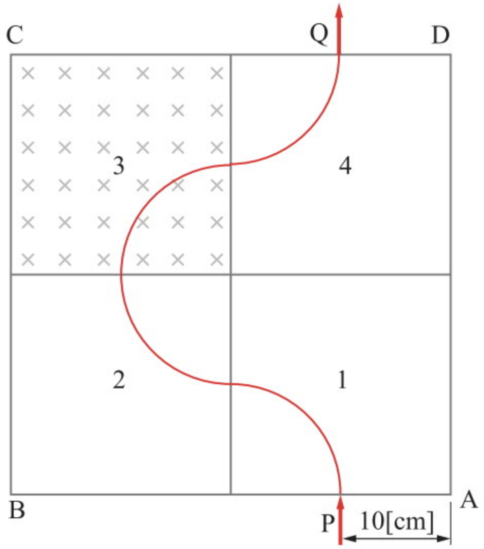
$$v\cdot B\cdot q=m\omega^2 R$$

$$\omega R\cdot B\cdot q=m\omega^2 R\Rightarrow \omega=\frac{Bq}{m}\Rightarrow \omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi m}{Bq}\Rightarrow t=\frac{T}{2}=\frac{\frac{2\pi m}{B\cdot q}}{2}=\frac{\pi m}{Bq}$$

[2] מהביטוי שהתקבל, זמן התנועה מ-O ל-D אינו תלוי במהירות.

ה. לאחר מעבר של חלקיק דרך החריר O משתנה **כיוון המהירות**, לכן משתנים: **תאוצת** החלקיק, **מהירות** החלקיק **והתנע** שלו. האנרגיה הקינטית תלויה **בגודל** המהירות ולא בכיוונה. מאחר שהכוח פועל במאונך לכיוון ההתקדמות, אין שינוי באנרגיה הקינטית.

דוגמה מספר (2)



נתונים 4 אזורים זהים שממדיהם 20x20 ס"מ. בכל אחד מהאזורים שורר שדה מגנטי אחיד שגודלו B=2[T] וכיוונו ניצב למישור ABCD. חלקיק שגודל מהירותו $v = 1.5 \cdot 10^{7} \left[\frac{m}{s}\right]$ ומסתו $m = 6.6 \cdot 10^{-27}[kg]$ נכנס לאזור 1 בנקודה P בכיוון ניצב לשדה, ויוצא מאזור 4 בנקודה Q, לאחר שעבר את המסלול המתואר בתרשים. ידוע שבאזור 3 שורר שדה מגנטי בכיוון אל תוך הדף (כמתואר), ושלכל אחד מהאזורים החלקיק נכנס בכיוון ניצב לשדה.

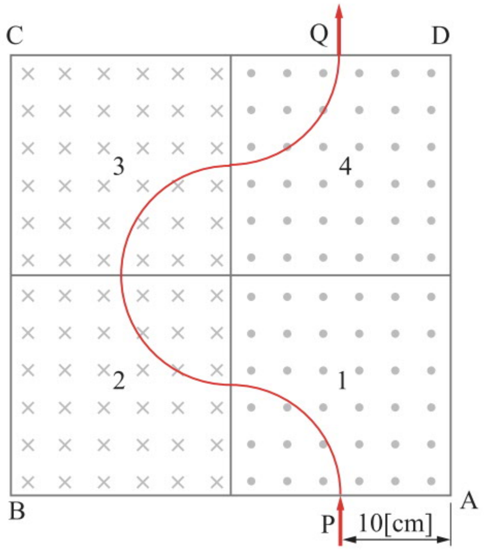
א. האם החלקיק חיובי או שלילי? נמקו.

ב. העתיקו את התרשים למחברת וציינו את כיווני השדות המגנטיים בשלושת האזורים 1, 2, 4 (סמנו X עבור שדה הנכנס אל הדף ו– • עבור שדה היוצא מהדף). הסבירו כיצד קבעתם את הכיוונים.

ג. חשבו את גודל מטענו של החלקיק.

ד. חשבו את פרק הזמן שעבר מרגע הכניסה של החלקיק לאזור 1 ועד רגע צאתו מאזור 4.

פתרון דוגמה מספר (2)



א. בכניסה לאזור 3 כיוון המהירות הוא מעלה וכיוון השדה המגנטי הוא פנימה. על פי כלל יד ימין, כיוון הכוח על מטען חיובי הוא שמאלה, ומאחר שהחלקיק נע ימינה אז החלקיק שלילי.

ב. בכניסה לאזור 4 כיוון המהירות הוא ימינה וכיוון פעולת הכוח הוא מעלה, מכאן שכיוון השדה המגנטי באזור 4 הוא החוצה מהדף.

בכניסה לאזור 2 כיוון המהירות הוא שמאלה וכיוון פעולת הכוח הוא כלפי מעלה, מכאן שכיוון השדה המגנטי הוא פנימה אל הדף.

בכניסה לאזור 1 כיוון המהירות הוא כלפי מעלה וכיוון פעולת הכוח הוא שמאלה, מכאן שכיוון השדה המגנטי הוא החוצה מהדף.

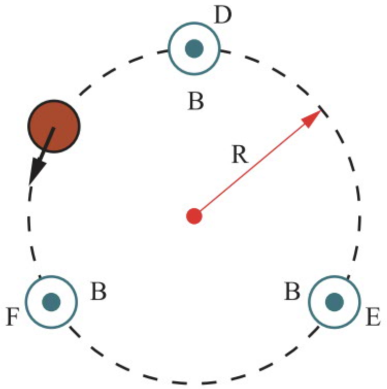
ג. כאשר חלקיק נע במאונך לשדה המגנטי האחיד מתקיים:

$$v \cdot B \cdot q = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow q = \frac{m \cdot v}{B \cdot R} = \frac{6.6 \cdot 10^{-27} \cdot 1.5 \cdot 10^{7}}{2 \cdot 0.1} = 4.95 \cdot 10^{-19}[C]$$

ד. פרק הזמן הוא זמן סיבוב (מחזור) שלם.

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 0.1}{1.5 \cdot 10^{7}} = 0.419 \cdot 10^{-7}[s]$$

דוגמה מספר (3)



נתון חלקיק שמסתו m ומטענו q שסימנו אינו ידוע. החלקיק נע בהשפעת שדה מגנטי אחיד B שכיוונו החוצה מהדף, במסלול מעגלי שרדיוסו R ובמהירות שגודלה v נגד כיוון מחוגי השעון.

א. מהו סימן המטען? נמקו.

ב. בטאו באמצעות q, m, R, B את מהירות החלקיק הנע במסלול המתואר.

ג. תארו מה היה מסלול החלקיק אילו כיוון השדה המגנטי בנקודות DEF היה לתוך הדף.

פתרון דוגמה מספר (3)

א. הכוח השקול הפועל על חלקיק שנע בתנועה מעגלית הוא בכיוון מרכז המעגל.

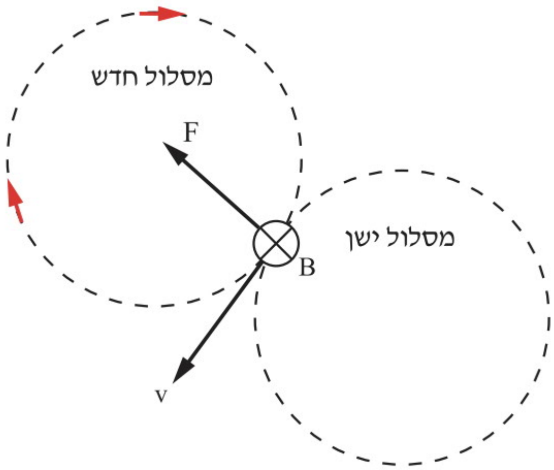
על פי כלל יד ימין: כיוון השדה המגנטי הוא החוצה מתוך הדף, וכיוון המהירות נגד כיוון השעון. אילו המטען היה חיובי, היה פועל כוח ממרכז המעגל החוצה. מכיוון שהכוח פועל בכיוון מרכז המעגל, נקבל שהמטען שלילי.

ב. הכוח המגנטי בכיוון מרכז המעגל, לכן:

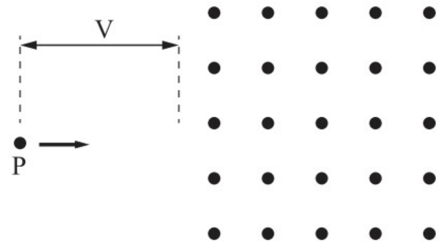
$$\sum F_R = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

$$v \cdot B \cdot |q| = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow v = \frac{B|q|R}{m}$$

ג. החלקיק היה נע במסלול מעגלי חדש בכיוון השעון.



דוגמה מספר (4)



פרוטון p, שמסתו m_p ומטענו q_p, מואץ ממנוחה משמאל לימין על ידי מתח V ונכנס לאזור שבו שורר שדה מגנטי שעוצמתו B. השדה ניצב לדף וכיוונו החוצה מהדף. רוצים לגרום לפרוטון לצאת מהשדה המגנטי במאונך לכיוון תנועתו המקורי, במרחק אופקי d ביחס לנקודת הכניסה שלו. לשם כך מכבים את השדה המגנטי בזמן t לאחר הרגע שבו נכנס לשם הפרוטון.

א. כתבו ביטוי לזמן t באמצעות נתוני השאלה.

ב. כתבו ביטוי למרחק האופקי d באמצעות נתוני השאלה.

ג. כיצד היו משתנות תשובותיכם לסעיפים א–ב אילו המתח המאיץ היה גדל פי 2?

ד. כיצד היו משתנות תשובותיכם לסעיפים א–ב אילו במקום הפרוטון היו מאיצים חלקיק שמסתו גדולה פי 4 ומטענו גדול פי 2?

ה. בניסוי אחר הפעילו באזור השדה המגנטי גם שדה חשמלי, כך שהפרוטון נע בקו ישר לאורך כל הדרך.

ציינו את כיוון השדה החשמלי ובטאו את עוצמתו באמצעות נתוני השאלה.

פתרון דוגמה מספר (4)

א. הפרוטון יבצע תנועה מעגלית בשדה המגנטי, ולאחר רבע זמן מחזור כיוון תנועתו יהיה מאונך לכיוון המקורי.

$$v\cdot B\cdot q=\frac{m\cdot v^2}{r}\Rightarrow B\cdot q=\frac{m\cdot v}{r}\Rightarrow B\cdot q=\frac{m\cdot\frac{2\pi\cdot r}{T}}{r}\Rightarrow T=\frac{2\pi\cdot m}{q\cdot B}\Rightarrow t=\frac{T}{4}=\frac{\pi\cdot m}{2\cdot B\cdot q}$$

ב. המרחק האופקי שבו יצא הפרוטון שווה לרדיוס המעגל. לצורך חישוב הרדיוס נמצא תחילה את מהירות הפרוטון בעזרת שיקולי אנרגיה:

$$V\cdot q=\frac{m\cdot v^2}{2}\Rightarrow\quad v=\sqrt{\frac{2\cdot V\cdot q}{m}}$$

$$v=\frac{2\pi\cdot r}{T}\Rightarrow\quad r=\frac{v\cdot T}{2\pi}=\frac{\sqrt{\frac{2\cdot V\cdot q}{m}}\cdot\frac{2\pi\cdot m}{B\cdot q}}{2\pi}\Rightarrow\quad r=\frac{1}{B}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot V\cdot m}{q}}$$

ג. זמן המחזור אינו תלוי במתח המאיץ, ולכן התשובה לסעיף א לא תשתנה.

רדיוס הסיבוב יגדל פי $\sqrt{2}$:

$$r_1=\frac{1}{B}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 2\cdot V\cdot m}{q}}\Rightarrow r_1=\sqrt{2}\cdot r$$

ד. זמן המחזור יגדל פי 2, ורדיוס הסיבוב יגדל פי $\sqrt{2}$:

$$T=\frac{2\pi\cdot m}{q}\Rightarrow T_1=\frac{2\pi\cdot 4m}{2q}\Rightarrow T_1=2\cdot T$$

$$r=\frac{1}{B}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot V\cdot m}{q}}\Rightarrow r_1=\frac{1}{B}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot V\cdot 4m}{2q}}\Rightarrow r_1=\sqrt{2}\cdot r$$

ה. על מנת שהפרוטון ינוע בקו ישר, השדה החשמלי צריך להפעיל על הפרוטון כוח חשמלי המאזן את פעולתו של הכוח המגנטי. לפי כלל יד ימין, השדה המגנטי מפעיל על הפרוטון כוח שכיוונו כלפי מטה. כיוון השדה החשמלי חייב להיות כלפי מעלה כדי שעל הפרוטון יפעל כוח כלפי מעלה.

איזון יושג כאשר $F_E=F_B$:

$$E\cdot q=v\cdot B\cdot q\Rightarrow E=v\cdot B=\sqrt{\frac{2\cdot V\cdot q}{m}}\cdot B$$

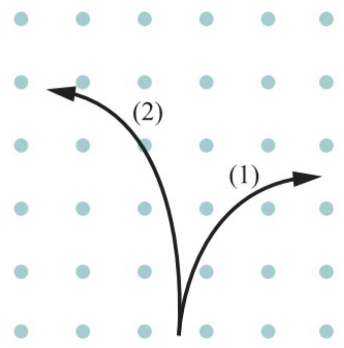
דוגמה מספר (5)

א. נתונים חלקיקים הטעונים במטען חשמלי. הניחו כי כוח הכבידה הפועל על החלקיקים זניח. עבור כל אחד משלושת המצבים המתוארים בסעיפים א–ג, קבעו אם הוא אפשרי או אינו אפשרי ונמקו.

[1] החלקיקים נעים באזור שבו שוררים גם שדה חשמלי וגם שדה מגנטי (כל אחד מן השדות קבוע), והכוח השקול הפועל עליהם שווה לאפס.

[2] החלקיקים נמצאים במנוחה באזור שבו שוררים גם שדה חשמלי וגם שדה מגנטי (כל אחד מן השדות קבוע), והכוח השקול הפועל עליהם שווה לאפס.

[3] החלקיקים נעים באזור שבו שורר שדה מגנטי בלי שיפעל עליהם כוח מגנטי.



ב. שני חלקיקים המסומנים (1) ו–(2) נכנסים במאונך לשדה מגנטי אחיד. השדה המגנטי מאונך למישור הדף וכיוונו "אל הקורא". בתרשים מוצגים חלקים ממסלולי החלקיקים בשדה המגנטי.

[1] עבור כל אחד משני החלקיקים, קבעו אם הוא חיובי או שלילי ונמקו.

[2] לשני החלקיקים יש מסה שווה והמהירויות הזוויתיות שלהם בתוך השדה שוות. הראו שהמטענים של שני החלקיקים שווים בגודלם.

פתרון דוגמה מספר (5)

א. נבחן כל אחד מהמצבים:

[1] מצב זה אפשרי. כאשר החלקיקים נעים באזור שבו קיימים שדה מגנטי ושדה חשמלי המאונכים זה לזה ומפעילים כוחות שווים בגודלם והפוכים בכיוונם על החלקיקים.

[2] מצב זה אינו אפשרי. על החלקיקים הטעונים פועל הכוח החשמלי אבל לא פועל הכוח המגנטי, מכיוון שמהירות החלקיקים שווה לאפס. באופן כזה לא ייתכן שהכוח השקול הפועל על החלקיק ישתווה לאפס.

[3] מצב זה אפשרי. כאשר החלקיקים נעים לאורך קו השדה, הם ינועו בלי שיפעל עליהם כוח מגנטי.

הכוח נתון על ידי הביטוי: $F = v \cdot B \cdot q \cdot \sin\alpha$ וכאשר $\alpha=0$ הכוח F שווה לאפס.

ב. על פי ניתוח מסלולי החלקיקים:

[1] לפי כלל היד הימנית, המטען של חלקיק (1) חיובי, והמטען של חלקיק (2) שלילי.

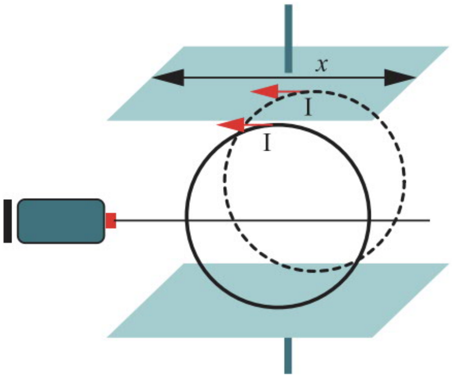
[2] מאחר שהחלקיקים נכנסים במאונך לשדה המגנטי, כל אחד מהחלקיקים מבצע תנועה מעגלית כאשר הכוח המגנטי הוא הכוח השקול הפועל על כל חלקיק. לפי החוק השני של ניוטון:

$$v \cdot B \cdot q = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow q = \frac{m \cdot v}{B \cdot R} \Rightarrow v = \omega \cdot r$$

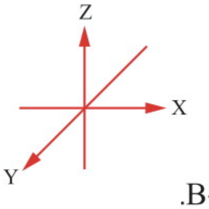
$$q = \frac{m \cdot \omega \cdot r}{B \cdot R} = \frac{m \cdot \omega}{B}$$

נתון: $m_1=m_2$, $\omega_1=\omega_2$ ולכן: $q_1=q_2$.

דוגמה מספר (6)

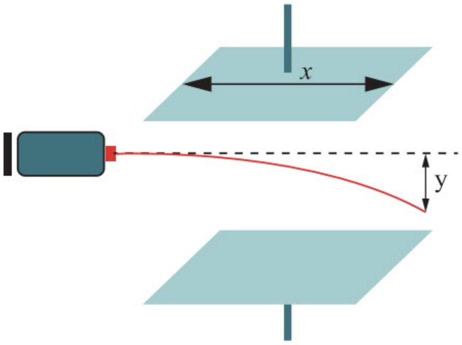


תוחת אלקטרונים פולט אלומה מקבילה של אלקטרונים במהירות שגודלה v. האלומה נעה בקו ישר בין שני לוחות אופקיים גדולים שאורכם x, שביניהם שורר שדה חשמלי E, ושדה מגנטי B שנוצר על ידי שני סלילים המאונכים ללוחות. בכל אחד מהסלילים זורם זרם I (כמתואר בתרשים). ניתן להזניח את כוח הכבידה על אלומת האלקטרונים.



א. היעזרו במערכת הצירים וקבעו את כיוון:
[1] השדה המגנטי. [2] הכוח המגנטי.
[3] הכוח החשמלי. [4] השדה החשמלי.

ב. בטאו את מהירות האלקטרונים v באמצעות E ו-B.



ג. מבטלים את השדה המגנטי בין לוחות הקבל (השדה החשמלי נשאר כמו קודם). אלומת האלקטרונים נכנסת באותה המהירות v שחישבתם בסעיף ב. האלומה נעה במסלול פרבולי, שמידת ההסחה שלו היא y (כמתואר בתרשים).

[1] בטאו את היחס $\frac{q}{m}$ של האלקטרון באמצעות: E, B, x ו-y.

[2] מצאו את ערכו של y אם נתון:

$$E = 10,000\left[\frac{V}{m}\right],\ \ B = 0.04[T],\ x = 0.2[cm].$$

פתרון דוגמה מספר (6)

א. [1] כיוון השדה המגנטי הוא +Y (על פי כלל יד ימין).

[2] כיוון הכוח המגנטי הוא +Z (על פי כלל יד ימין, המטען שלילי).

[3] כיוון הכוח החשמלי צריך להיות שווה בגודלו ומנוגד בכיוונו לכוח המגנטי. מכאן שכיוון הכוח החשמלי הוא –Z.

[4] כיוון השדה החשמלי על מטען שלילי מנוגד לכיוון הכוח החשמלי. מכאן שכיוון השדה החשמלי הוא +Z.

ב. על פי החוק הראשון של ניוטון:

$$\sum F = 0 \Rightarrow F_B = F_E \Rightarrow vBq = Eq \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

ג. [1] נחשב את המטען הסגולי של האלקטרון באמצעות מאפייני התנועה שלו בשדה:

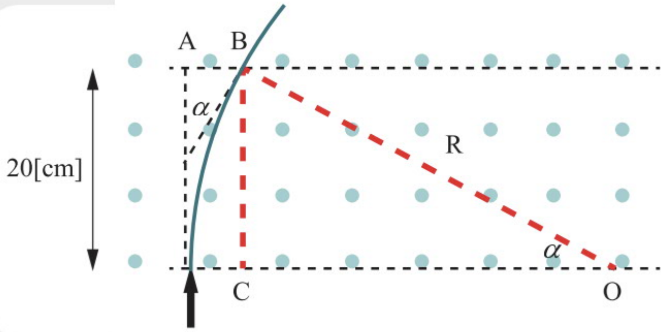
$$x = v \cdot t \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v} = \frac{x}{\frac{E}{B}} = \frac{Bx}{E}$$

$$y = \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{\frac{E \cdot q}{m} \cdot \left(\frac{B \cdot x}{E}\right)^2}{2} = \frac{E \cdot q \cdot B^2 \cdot x^2}{2 \cdot m \cdot E^2} \Rightarrow \quad \frac{q}{m} = \frac{2 \cdot y \cdot E}{B^2 \cdot x^2}$$

[2] נציב את הנתונים בביטוי שמצאנו עבור y:

$$y = \frac{E \cdot q \cdot B^2 \cdot x^2}{2 \cdot m \cdot E^2} = \frac{10000 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.04^2 \cdot 0.002^2}{2 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 10000^2} = 0.056[m]$$

דוגמה מספר (7)



אלומת חלקיקים בעלי אנרגיה של $6.4\cdot10^{-13}[J]$ נכנסת לשדה מגנטי אחיד ברוחב 20 ס"מ, שעוצמתו [T]0.5 וכיוונו החוצה מתוך הדף. האלומה נעה לאורך קשת של מעגל שמרכזו O ורדיוסו R=0.6[m], ויוצאת מהשדה כשהיא מוטה בזווית α ביחס לכיוונה המקורי (כמתואר בתרשים).

א. מהו סימן המטען של כל חלקיק באלומה? נמקו.

ב. חשבו באיזו זווית α מוטה האלומה ביחס לכיוונה המקורי.

ג. חשבו את מרחק הסטייה האופקי של האלומה מכיוונה המקורי (המרחק AB בתרשים).

ד. נתון כי מסת כל חלקיק באלומה: $m=9.1\cdot10^{-26}[kg]$.

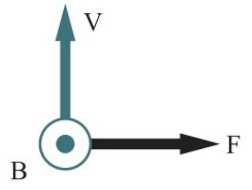
[1] חשבו את מהירות החלקיקים באלומה.

[2] חשבו את מטען כל חלקיק באלומה.

[3] חשבו את זמן התנועה של החלקיק בשדה המגנטי.

ה. מהי האנרגיה המרבית האפשרית כדי להבטיח שהחלקיקים לא יצאו בגבול העליון של השדה?

פתרון דוגמה מספר (7)



א. סימן המטען של כל חלקיק באלומה הוא חיובי.

על פי כלל יד ימין, על חלקיק חיובי יפעל כוח בכיוון ימינה.

ב. על פי התרשים: $\sin\alpha=\frac{BC}{R}=\frac{0.2}{0.6}=0.33\Rightarrow\alpha=19.47^\circ$.

ג. נחשב את מרחק הסטייה:

$$R=OC+AB=\sqrt{R^2-(BC)^2}+AB$$

$$0.6=\sqrt{0.6^2-0.2^2}+AB\Rightarrow AB=0.0343[m]$$

ד. [1] מהירות החלקיקים:

$$E_K=\frac{mv^2}{2}\Rightarrow6.4\cdot10^{-13}=\frac{9.1\cdot10^{-26}\cdot v^2}{2}\Rightarrow\quad v=3.75\cdot10^6\left[\frac{m}{s}\right]$$

[2] מטען כל חלקיק:

$$\Sigma F_R=ma_R\Rightarrow v\cdot B\cdot q=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow\quad q=\frac{mv}{BR}=\frac{9.1\cdot10^{-26}\cdot3.75\cdot10^6}{0.5\cdot0.6}=1.1375\cdot10^{-18}[C]$$

[3] אורך הקשת S :

$$S=2\pi R\cdot\frac{19.47^0}{360^0}=2\pi\cdot0.6\cdot\frac{19.47^0}{360^0}=0.2038[m]$$

ולכן זמן התנועה:

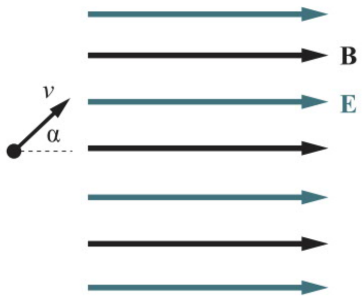
$$t=\frac{S}{v}=\frac{0.2038}{3.75\cdot10^6}=5.437\cdot10^{-8}[s]$$

ה. נדרש שיתקיים R=0.2[m]:

$$v\cdot B\cdot q=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow\quad v=\frac{BqR}{m}=\frac{0.5\cdot1.1375\cdot10^{-18}\cdot0.2}{9.1\cdot10^{-26}}=1.25\cdot10^6\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$E_k=\frac{mv^2}{2}=\frac{9.1\cdot10^{-26}\cdot(1.25\cdot10^6)^2}{2}=7.109\cdot10^{-14}[J]$$

דוגמה מספר (8)



בתרשים מתואר אלקטרון ($m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}[kg]$, $q_e = -1.6 \cdot 10^{-19}[C]$) שנכנס לאזור שבו שוררים שדות אחידים: שדה חשמלי $E = 100\left[\frac{N}{C}\right]$ ושדה מגנטי B=3[T]. החלקיק נכנס במהירות שגודלה $v = 6 \cdot 10^6\left[\frac{m}{s}\right]$ וכיוונה יוצר זווית α=30° עם כיוון השדות.

א. מה צורת המסלול ומה סוג התנועה של האלקטרון במקרה המתואר?

ב. מהו רדיוס הסיבוב של תנועה זו?

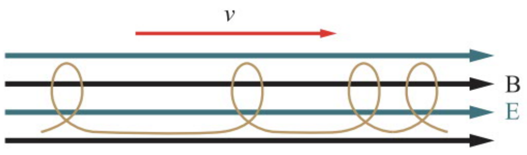
ג. מהו זמן המחזור של תנועה זו?

ד. כעבור כמה זמן ייעצר האלקטרון רגעית?

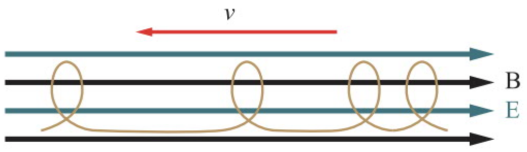
ה. מהו המרחק שהתקדם האלקטרון עד לעצירתו הרגעית?

ו. כמה סיבובים ביצע האלקטרון עד לעצירתו הרגעית?

פתרון דוגמה מספר (8)



לפני עצירה



אחרי עצירה

א. האלקטרון ינוע בשילוב של שתי תנועות:

- תנועה מעגלית במישור הניצב לקווי השדה.
- תנועה בתאוטה קבועה עד לעצירה רגעית, ולאחריה בתנועה בתאוצה קבועה בכיוון הפוך לקווי השדה.

שילוב זה יוצר תנועה בורגית ברדיוס קבוע פסיעה משתנה. בתחילה הפסיעה הולכת וקטנה בכיוון השדה, ולאחר מכן הולכת וגדלה בכיוון הפוך לקווי השדה.

ב. נמצא את רדיוס הסיבוב לפי החוק השני של ניוטון:

$$\sum F_R = ma_R \Rightarrow \quad qv_\perp B = m\frac{v_\perp^2}{r}$$

$$r = \frac{mv_\perp}{qB} = \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 6 \cdot 10^6 \cdot \sin 30°}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 3} = 5.6875 \cdot 10^{-6}[\text{m}]$$

ג. זמן המחזור של התנועה:

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v_\perp} = \frac{2\pi \frac{mv_\perp}{qB}}{v_\perp} = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 9.1 \cdot 10^{-31}}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 3} = 1.19 \cdot 10^{-11}[\text{s}]$$

ד. האלקטרון ייעצר רגעית כאשר רכיב מהירותו בכיוון השדה החשמלי יתאפס. נמצא תחילה את תאוטתו:

$$\sum F = ma \Rightarrow Eq = ma \Rightarrow \quad a = \frac{Eq}{m} = \frac{100 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{9.1 \cdot 10^{-31}} = 1.758 \cdot 10^{13}\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$$

$$v_{t(x)} = v_{0(x)} - at$$

$$0 = 6 \cdot 10^6 \cdot \cos 30° - 1.758 \cdot 10^{13} \cdot t \Rightarrow \quad t = 2.95 \cdot 10^{-7}[\text{s}]$$

ה. המרחק שעבר האלקטרון:

$$x = v_{0(x)} \cdot t - \frac{at^2}{2}$$

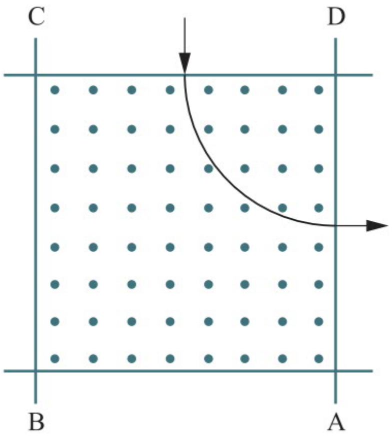
$$x = 6 \cdot 10^6 \cdot \cos 30° \cdot 2.95 \cdot 10^{-7} - \frac{1.758 \cdot 10^{13} \cdot (2.95 \cdot 10^{-7})^2}{2} = 0.7679[m]$$

ו. מספר הסיבובים שביצע עד לעצירתו הרגעית:

$$t = n \cdot T \Rightarrow \quad n = \frac{t}{T} = \frac{2.95 \cdot 10^{-7}}{1.19 \cdot 10^{-11}} = 24789$$

תרגילים

1. בתרשים שלפניכם מתואר אזור בצורת ריבוע ABCD שאורך צלעו 40 ס"מ. באזור זה שורר שדה מגנטי אחיד שעוצמתו B=0.8[T] וכיוונו החוצה ממישור התרשים. חלקיק שמטענו $q=1.6\cdot10^{-19}[C]$ ומסתו אינה ידועה, נכנס לאזור השדה באמצע הצלע DC במאונך לה ובמאונך לקווי השדה המגנטי (ראו תרשים).

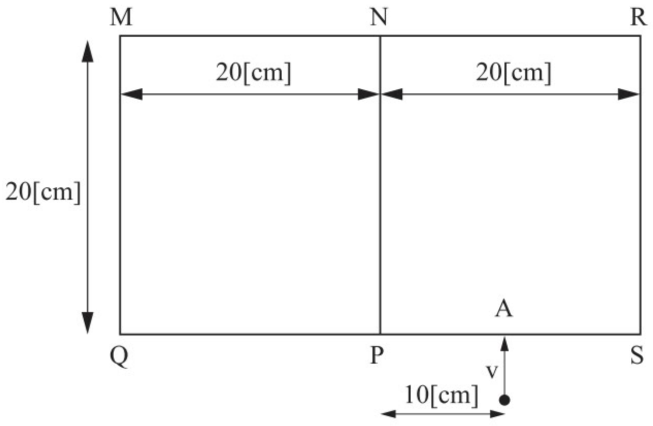


א. הסבירו מדוע צורת מסלולו של החלקיק בשדה המגנטי היא מעגלית.

ב. מהירות כניסתו של החלקיק לאזור השדה היא $4\cdot10^{6}\left[\frac{m}{s}\right]$.
מהי מהירות יציאתו?

ג. מהי מסת החלקיק?

2. נתונים שני אזורים MNPQ ו-NRSP שבהם שוררים שדות מגנטיים אחידים, שגודל כל אחד מהם הוא B=8[T]. כיווני השדות מנוגדים זה לזה וניצבים למישור MRSQ.
חלקיק שמסתו $m=6.67\cdot10^{-27}[kg]$ ומטענו $q=-3.2\cdot10^{-19}[C]$ נכנס במהירות שגודלה v אל השדה בניצב לו, דרך הנקודה A הנמצאת במרכז הקטע PS, כמתואר בתרשים.



במהלך תנועתו יוצא החלקיק מאזור NRSP ונכנס לאזור MNPQ בניצב לקטע NP.

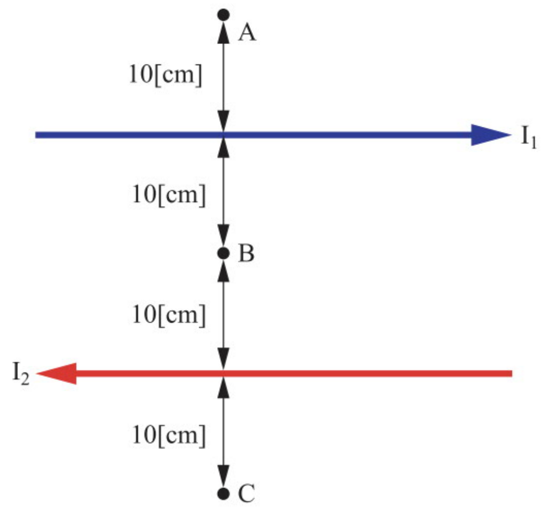
א. העתיקו את התרשים למחברתכם וציינו בו את כיווני השדות המגנטיים בשני האזורים (סמנו x עבור שדה הנכנס אל הדף, ו- • עבור שדה היוצא מהדף). הסבירו כיצד קבעתם את הכיוונים.

ב. סרטטו את מסלול החלקיק מרגע כניסתו לאזור NRSP ועד רגע צאתו מהאזור MNPQ.

ג. חשבו את המהירות v.

ד. חשבו את פרק הזמן שעבר מרגע כניסת החלקיק לאזור NRSP ועד רגע צאתו מאזור MNPQ.

3. שני תילים ארוכים ומקבילים נושאים זרמים שעוצמתם $I_1 = 8[A]$, $I_2 = 4[A]$.

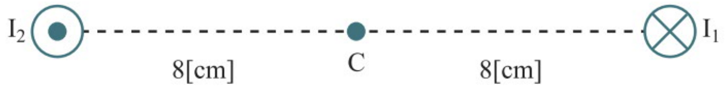


א. מהי העוצמה ומהו הכיוון של השדה המגנטי הנוצר בנקודות A, B ו-C שבתרשים?

ב. אלקטרון נע במהירות $v = 2 \cdot 10^6 \left[\frac{m}{s}\right]$.
מהו הכוח האלקטרומגנטי (גודל וכיוון) הפועל על האלקטרון, כשהוא נמצא בכל אחת מהנקודות A, B ו-C אם הוא נע:

[1] כלפי מטה?
[2] ימינה?
[3] פנימה במאונך למישור התילים?
[4] החוצה במאונך למישור התילים?

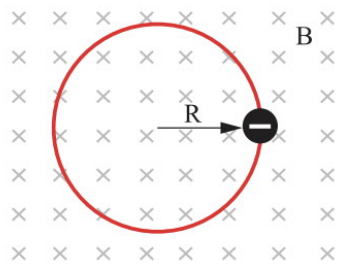
4. שני תילים ארוכים, ישרים ומקבילים, מרוחקים 16 ס"מ זה מזה. התיל הימני נושא זרם I_1=4[A] שכיוונו אל תוך מישור הדף, התיל השמאלי נושא זרם I_2=1.33[A] שכיוונו אל מחוץ למישור הדף. נקודה C נמצאת באמצע המרחק בין התילים.



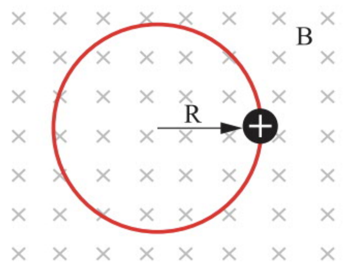
א. מהו גודל ומה כיוון השדה המגנטי בנקודה C?

ב. מהו הכוח המגנטי (גודל וכיוון) הפועל על אלקטרון שנע במהירות $v = 2 \cdot 10^6 \left[\frac{m}{s}\right]$ **אל תוך** מישור התרשים בנקודה C?

5. פרוטון נע במעגל בניצב לשדה מגנטי אחיד B (תרשים א).



תרשים ב



תרשים א

א. האם תנועת הפרוטון היא במגמת סיבוב מחוגי השעון או נגד מגמה זו? נמקו.

ב. מה תדירות הסיבוב של הפרוטון?

ג. במקום הפרוטון נע כעת **אלקטרון** במעגל בניצב לאותו שדה מגנטי (תרשים ב).

[1] האם מגמת הסיבוב של האלקטרון שונה ממגמת הסיבוב של הפרוטון או שווה לה? הסבירו.
[2] האם תדירות הסיבוב של הפרוטון גדולה מתדירות הסיבוב של האלקטרון, קטנה ממנה או שווה לה? הסבירו.

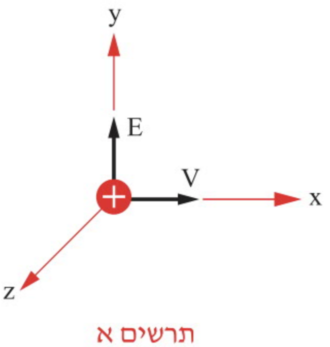
ד. מגדילים פי שניים את עוצמת השדה המגנטי שבניצב לו נע האלקטרון. האם כתוצאה מכך יחול שינוי:

[1] ברדיוס מסלול האלקטרון?
[2] בתדירות הסיבוב של האלקטרון?

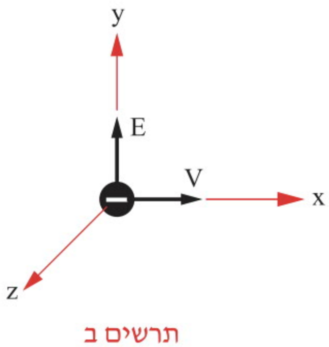
.6 אלומת פרוטונים (תרשים א) ואלומת אלקטרונים (תרשים ב) נעות באזור שבו קיים שדה חשמלי אחיד ושדה מגנטי אחיד. האלומות נעות ללא הסחה לאורך ציר x במהירות קבועה של $v = 4\cdot10^6\left[\frac{m}{s}\right]$. נתון שעוצמת השדה החשמלי $E = 40,000\left[\frac{N}{C}\right]$ וכיוונו לאורך ציר y.

א. מה כיוון ועוצמת השדה המגנטי באזור שבו נעה אלומת הפרוטונים?

ב. מה כיוון ועוצמת השדה המגנטי באזור שבו נעה אלומת האלקטרונים?

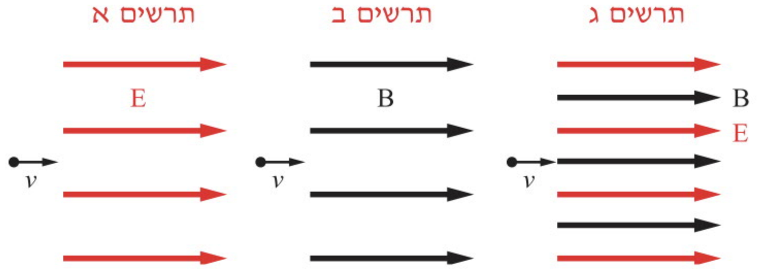


תרשים א



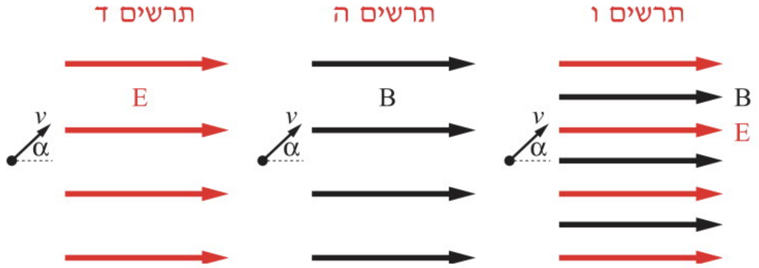
תרשים ב

.7 בתרשים א מתואר חלקיק בעל מסה m ומטען **חיובי** +q, שנכנס במהירות v במקביל לשדה חשמלי אחיד E.
בתרשים ב מתואר חלקיק זהה, שנכנס באותה מהירות במקביל לשדה מגנטי אחיד B.
בתרשים ג מתואר חלקיק זהה, שנכנס לאזור שבו שוררים שדה חשמלי ושדה מגנטי אחידים באותו כיוון.

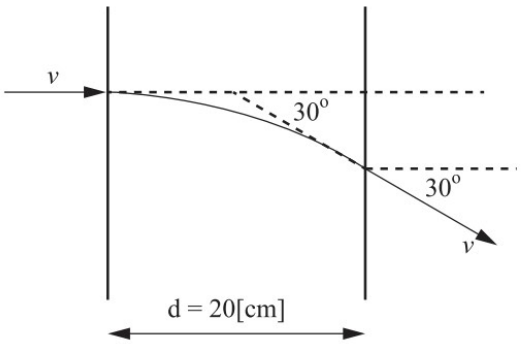


א. עבור כל אחד מהמצבים המתוארים בתרשימים א, ב ו–ג, קבעו: מהי צורת המסלול ומה סוג התנועה של החלקיק? האם מהירות החלקיק משתנה לאורך המסלול?

ב. חלקיק זהה נכנס לאותם אזורים ובאותה מהירות (שגודלה v), אלא שהפעם כיוון המהירות יוצר זווית α עם כיוון השדות (ראו תרשימים ד, ה, ו). מהי צורת המסלול של החלקיק בכל אחד מהמצבים הפעם? נמקו.



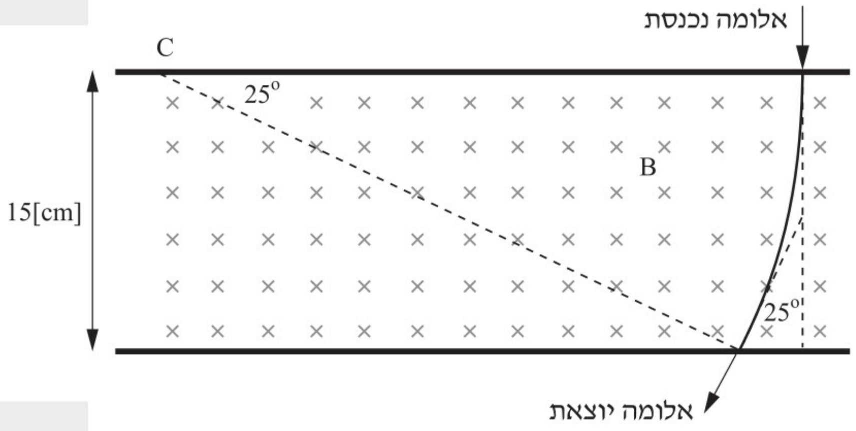
8. אלומת פרוטונים ($m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}[kg], q_p = 1.6 \cdot 10^{-19}[C]$), שלכל אחד מהם אנרגיה קינטית $E_k = 1.6 \cdot 10^{-19}[J]$ נכנסת לאזור שבו שדה מגנטי הניצב לתנועתם. אורך האזור שבו מופעל השדה המגנטי הוא d=20[cm]. האלומה יוצאת מהשדה המגנטי בזווית סטייה של $30°$ ביחס לכיוונה המקורי.



א. מהו רדיוס הסיבוב של אלומת הפרוטונים?

ב. מהו כיוונו ומהי עוצמתו של השדה המגנטי?

9. אלומת חלקיקים בעלי אנרגיה קינטית $E_k = 4.8 \cdot 10^{-13}[J]$ נכנסת לשדה מגנטי אחיד שרוחבו 15[cm], עוצמתו B=0.8[T] וכיוונו לתוך הדף. האלומה נעה לאורך קשת של מעגל שמרכזו C, ויוצאת מהשדה כשהיא מוטה בזווית של $25°$ ביחס לכיוונה המקורי.



א. מדוע האנרגיה הקינטית של חלקיק באלומה אינה משתנה בעקבות מעברו דרך השדה המגנטי, ואילו התנע של חלקיק באלומה כן משתנה בעקבות מעברו דרך השדה המגנטי?

ב. נתון כי מטען כל חלקיק באלומה זהה למטען האלקטרון $q_e = -1.6 \cdot 10^{-19}[C]$.

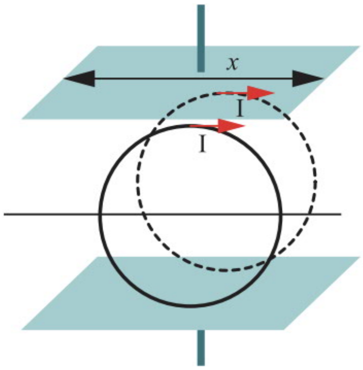
[1] חשבו את רדיוס המסלול המעגלי של חלקיק באלומה.

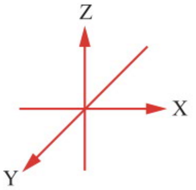
[2] חשבו את מסת כל חלקיק באלומה.

[3] חשבו את המהירות של חלקיק באלומה.

[4] חשבו את זמן התנועה של החלקיק בשדה המגנטי.

10. אלומה מקבילה של פרוטונים, שגודל מהירותם $v = 2.5 \cdot 10^5 \left[\frac{m}{s}\right]$ נעה בקו ישר בין שני לוחות אופקיים גדולים, שביניהם שוררים שדה חשמלי E, ושדה מגנטי B שנוצר על ידי שני סלילים המאונכים ללוחות. בכל אחד מהסלילים זורם I, כמתואר בתרשים. ניתן להזניח את כוח הכבידה על אלומת האלקטרונים.





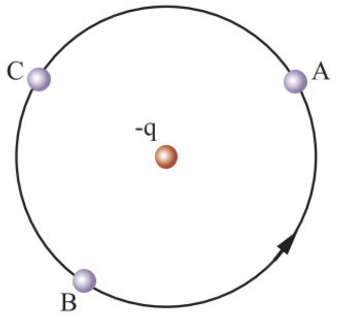
א. היעזרו במערכת הצירים וקבעו את כיוון:
[1] השדה המגנטי. [2] הכוח המגנטי.
[3] הכוח החשמלי. [4] השדה החשמלי.

ב. מהי עוצמת השדה החשמלי, אם עוצמת השדה המגנטי היא $B=0.04[T]$?

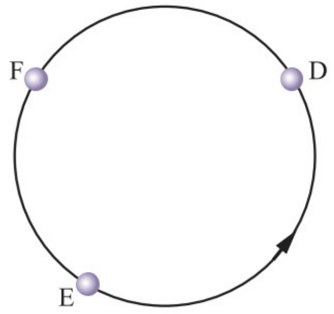
ג. מה יהיה רדיוס מסלול הפרוטונים אם תופסק פעולת השדה החשמלי?

ד. כעת מבטלים את השדה המגנטי בין לוחות הקבל, ומפעילים את השדה החשמלי (שאת עוצמתו חישבתם בסעיף ב). נתון שמידת ההסחה של האלומה היא $y=0.04[m]$. חשבו מהו המרחק האופקי x שעברה האלומה בין הלוחות.

11. נתונים שני חלקיקים זהים, שלכל אחד מהם מסה m ומטען חיובי +q. שני החלקיקים נעים במסלולים מעגליים ברדיוס R, במהירות שגודלה v ובכיוון שנגד מחוגי השעון.
חלקיק אחד נע במסלול מעגלי הודות לשדה חשמלי שנוצר על ידי מטען נקודתי שלילי הקבוע במקומו (תרשים א). חלקיק שני נע במסלול מעגלי הודות לשדה מגנטי אחיד (תרשים ב).



תרשים א



תרשים ב

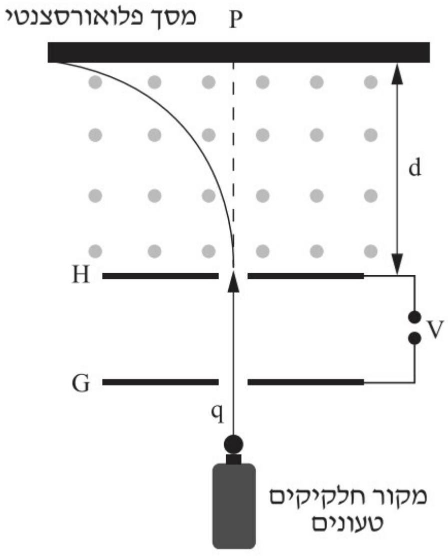
א. סמנו את כיוון השדה החשמלי בנקודות A, B, C ואת כיוון השדה המגנטי בנקודות D, E, F.

ב. בטאו באמצעות q, m, R, ו-v את גודל השדה החשמלי במסלול החלקיק שבתרשים א.

ג. בטאו באמצעות q, m, R, ו-v את גודל השדה המגנטי במסלול החלקיק שבתרשים ב.

ד. כשהחלקיקים מגיעים לנקודה A ולנקודה D הם הופכים רק את כיוון מהירותם.
תארו את מסלול החלקיקים במצב החדש (היעזרו בסרטוט), וציינו את מגמת התנועה (בכיוון מחוגי השעון או נגד כיוון מחוגי השעון).

12. מקור חלקיקים טעונים שמטענם q ומסתם m נמצא מול חור קטן בלוח מתכת G ובלוח מתכת H המקביל לו. שני הלוחות מחוברים למקור מתח. החלקיקים הטעונים נפלטים ממקור החלקיקים במהירות זניחה, חודרים דרך החור בלוח G, מואצים על ידי השדה החשמלי בין הלוחות, ויוצאים דרך החור בלוח H במהירות v אל אזור שבו שורר שדה מגנטי אחיד שעוצמתו B. מסך פלואורסצנטי נמצא בדיוק במקביל ללוח H ובמרחק d ממנו (ראו תרשים).



א. מהי המהירות המינימלית הנדרשת כדי שהחלקיקים יפגעו במסך?

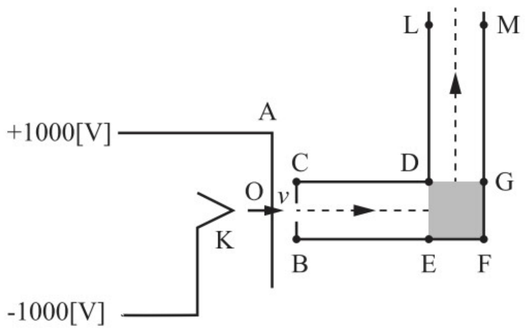
ענו על סעיפים ב–ד עבור המהירות שחושבה בסעיף א.

ב. מהו המתח V בין הלוחות, ואיזה מהלוחות (G או H) מחובר להדק החיובי של מקור המתח? נמקו.

ג. מה יהיה מסלול תנועתו של החלקיק, ובאיזו נקודה (באיזה מרחק אופקי מהחור שבלוח H) הוא יפגע בלוח הפלואורסצנטי?

ד. חשבו את זמן התנועה של החלקיק בשדה המגנטי.

13. הקתודה (K) במתקן להאצת אלקטרונים, שהפוטנציאל החשמלי שלה $-1{,}000[V]$, לוהטת ופולטת אלקטרונים המואצים אל האנודה (A), שהפוטנציאל החשמלי שלה $1{,}000[V]$. חלק מהאלקטרונים עוברים דרך נקב O שבאנודה, ונכנסים לצינור מתכתי המכופף בזווית ישרה. קוטר הצינור 18 ס"מ והוא מרוקן מאוויר.



נתונים המסה והמטען של האלקטרון: $q_e = -1.6\cdot10^{-19}[C]$, $m_e = 9.1\cdot10^{-31}[kg]$

א. חשבו את מהירות האלקטרונים v בעוברם דרך הנקב O.

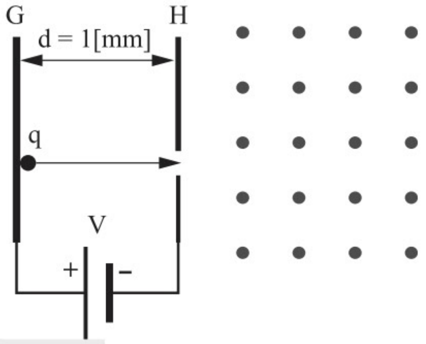
יוצרים שדה מגנטי מאונך למישור הדף, כאשר השדה מוגבל רק לחלק EFGD בצינור, כך שהאלקטרונים נכנסים לחלק DGML בצינור ונעים לאורך צירו.

ב. מהו כיוון השדה המגנטי (החוצה/פנימה)? נמקו.

ג. מהי צורת המסלול של האלקטרונים בחלק EFGD? נמקו.

ד. מהי עוצמת השדה המגנטי?

14. חלקיק הטעון במטען חיובי $q=3.2\cdot10^{-19}[C]$ משוחרר ממנוחה קרוב מאוד ללוח מוליך G, המחובר להדק החיובי של מקור מתח. החלקיק עובר דרך נקב בלוח מוליך H, המחובר להדק השלילי של מקור המתח ונכנס לאזור שבו שורר שדה מגנטי אחיד שעוצמתו B=0.3[T]. השדה המגנטי מאונך למישור הדף וכיוונו "אל הקורא".



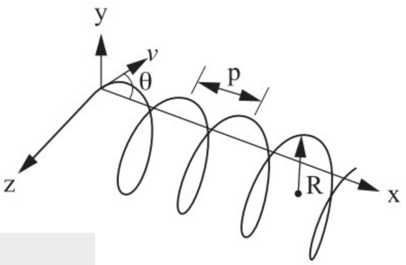
מסת החלקיק היא $m=6.67\cdot10^{-27}[kg]$. המרחק בין הלוחות G ו-H הוא d=1[mm] והפרש הפוטנציאלים בין הלוחות V=1000[V].

א. מה גודל מהירות החלקיק בכניסתו לשדה המגנטי?

ב. מה רדיוס הסיבוב של החלקיק?

ג. סרטטו את מסלול תנועת החלקיק בשדה המגנטי.

ד. סרטטו גרף של האנרגיה הקינטית של החלקיק במהלך תנועתו, כפונקציה של מרחקו האופקי מן הלוח G, עבור המרחקים שבין 0 ל-2[mm].



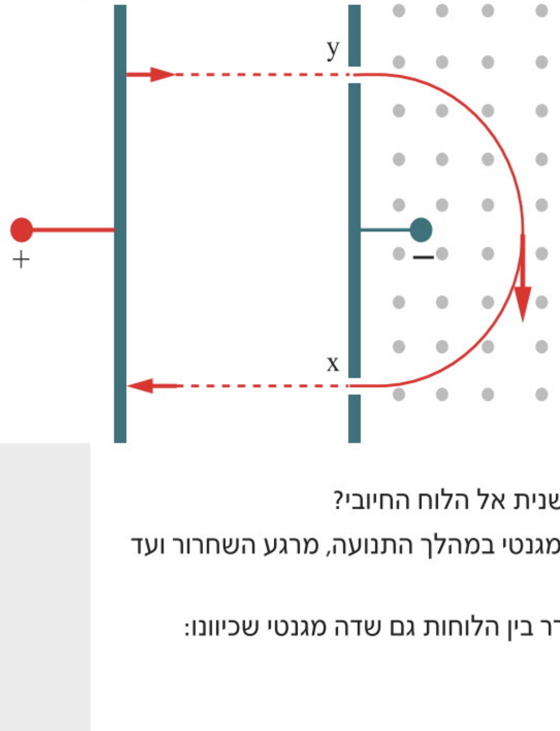
15. שדה מגנטי אחיד שגודלו B=0.2[T] מכוון לאורך ציר ה-x. חלקיק שמסתו $m=9.1\cdot10^{-31}[kg]$, מטענו $q=+1.6\cdot10^{-19}[C]$ ומהירותו $v=5\cdot10^{6}\left[\frac{m}{s}\right]$, נכנס לשדה המגנטי בכיוון היוצר זווית θ=60° עם השדה.

א. הסבירו מדוע מתקבלת תנועה בורגית עם פסיעה קבועה.

ב. מהו רדיוס הסיבוב?

ג. מהו זמן המחזור?

ד. מה מרחק הפסיעה P?



16. חלקיק שמסתו m ומטענו q>0 מואץ בשדה חשמלי אחיד השורר בין שני לוחות. המתח בין הלוחות הוא V ועוצמת השדה החשמלי היא E. החלקיק עובר דרך פתח y שעל הלוח השלילי, אל תוך אזור שבו שורר שדה מגנטי B, המכוון בניצב למישור הדף, מבצע חצי סיבוב ואז יוצא דרך פתח שני x אל בין הלוחות. נתונים: m, q, V, E, B (הזניחו את כוח הכובד הפועל על החלקיק).

א. מהי מהירות החלקיק ביציאתו מבין הלוחות (בנקודה y)?

ב. מהו רדיוס התנועה של החלקיק?

ג. כעבור כמה זמן מרגע שחרורו מהלוח החיובי, יחזור החלקיק שנית אל הלוח החיובי?

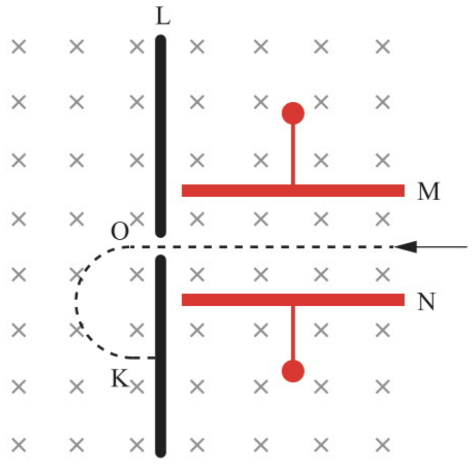
ד. מהי העבודה הכוללת של הכוח החשמלי ומהי עבודת הכוח המגנטי במהלך התנועה, מרגע השחרור ועד שהחלקיק חוזר ללוח החיובי?

ה. כיצד היו משתנות התשובות לסעיפים הקודמים, אילו היה שורר בין הלוחות גם שדה מגנטי שכיוונו:

[1] בכיוון תנועת החלקיק?

[2] בכיוון מנוגד לכיוון תנועת החלקיק?

17. בשדה מגנטי אחיד, שעוצמתו B וכיוונו "לתוך הדף", נמצא קבל טעון. בין לוחות הקבל M ו-N הניצבים למישור הדף שורר שדה חשמלי אחיד שעוצמתו E. אלומת חלקיקים נכנסת אל בין לוחות הקבל בניצב לשדות E ו-B. החלקיקים נעים בין הלוחות במסלול ישר, חלקם עוברים דרך חריר O שבמחיצה L ולאחר מכן פוגעים בנקודה K (ראו תרשים).



מטענו של כל חלקיק הוא q ומסתו m, ניתן להזניח את כוח הכבידה הפועל על החלקיקים.

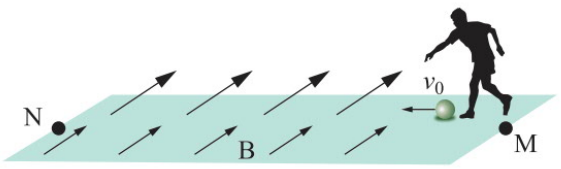
א. האם מטען החלקיקים הוא חיובי או שלילי? נמקו.

ב. מה כיוון השדה החשמלי? נמקו.

ג. בטאו את המרחק OK באמצעות E ,B ,m ,q.

ד. רוצים שהחלקיקים יפגעו במחיצה בנקודה קרובה יותר לחריר O (כלומר רוצים להקטין את OK). ניתן לשנות אך ורק את עוצמות השדות E ו-B (**ולא**, למשל, את **מהירות** החלקיקים). מה יש לעשות לשם כך? הסבירו.

18. קבוצת שחקנים משחקת בכדור טעון במטען חשמלי במגרש מלבני המצוי בתוך שדה מגנטי. המטען של הכדור גדול במיוחד: $Q=-2[C]$, והמסה שלו $m=200[gr]$. הזניחו את השפעת השדה המגנטי הארצי.



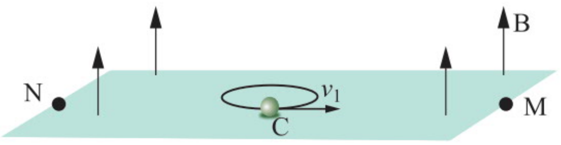
תרשים א

במשחק הראשון המגרש נמצא בתוך שדה מגנטי אחיד מקביל לרצפה שעוצמתו $B=1[T]$ (תרשים א). שחקן זורק את הכדור זריקה אופקית באוויר מנקודה M לכיוון הנקודה N בניצב לקווי השדה. המהירות ההתחלתית של הכדור היא v_0. הכדור נע בקו ישר במקביל לרצפה כל עוד הוא נמצא בתחום המגרש.

א. מה כיוון פעולת הכוח המגנטי?

ב. חשבו את המהירות v_0.

במשחק אחר, כיוון השדה המגנטי הוא אנכי כלפי מעלה, כמתואר בתרשים ב. השדה המגנטי אחיד על פני כל המגרש ועוצמתו היא כמקודם, $B=1[T]$. סעיפים ג-ה מתייחסים למצב זה.



תרשים ב

ג. שחקן מניח את הכדור על הרצפה בנקודה C ומעניק לו מהירות התחלתית v_1 במישור הרצפה בכיוון המתואר בתרשים ב. הכדור נע על הרצפה במסלול מעגלי, וחוזר לידיו של השחקן לאחר סיבוב אחד. חשבו את משך הזמן של תנועת הכדור במסלול (יש להתעלם מגלגול הכדור ומכוחות חיכוך).

ד. האם השדה המגנטי מבצע עבודה על הכדור? הסבירו.

ה. במהלך המשחק אחד השחקנים זורק את הכדור באוויר מנקודה M לכיוון חברו הנמצא בנקודה N.

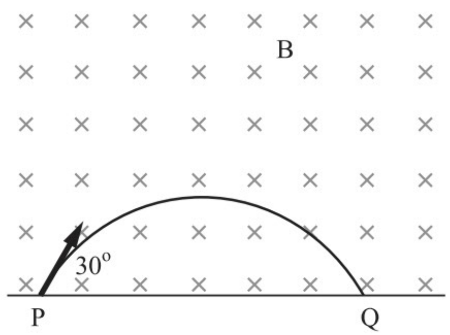
[1] האם לכוח המגנטי הפועל על הכדור יש רכיב בכיוון המקביל לכוח הכובד? הסבירו.

[2] האם משך הזמן שהכדור נמצא באוויר ארוך יותר ממשך הזמן שהכדור היה נמצא באוויר אילו לא היה שדה מגנטי (כלומר כאשר פועל רק כוח הכובד), קצר ממנו, או שווה לו? הסבירו.

19. אלקטרון נכנס דרך נקודה P במהירות $v=4\cdot10^6\left[\frac{m}{s}\right]$ ובזווית של $30°$

לאזור שבו שורר שדה מגנטי אחיד שעוצמתו B=0.2 [T] וכיוונו אל תוך

הדף. לאחר זמן מה מגיע האלקטרון לנקודה Q (ראו תרשים).



נתון: $q_e=-1.6\cdot10^{-19}[C]$, $m_e=9.1\cdot10^{-31}[kg]$.

א. חשבו את רדיוס תנועת האלקטרון.

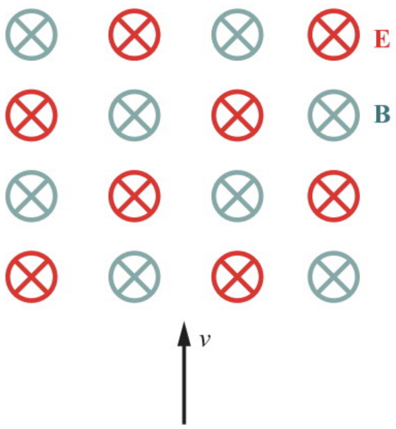
ב. מהו המרחק PQ?

ג. מה משך הזמן שלוקח לאלקטרון להגיע מנקודה P לנקודה Q?

20. פרוטון נכנס במהירות $v=6\cdot10^6\left[\frac{m}{s}\right]$ בניצב לאזור שבו שורר שדה מגנטי

אחיד שעוצמתו B=2[T] ושדה חשמלי אחיד שעוצמתו $E=500\left[\frac{N}{C}\right]$

המקבילים זה לזה.



א. מהי צורת התנועה של הפרוטון?

ב. מהו רדיוס הסיבוב של הפרוטון?

ג. מהי הפסיעה הראשונה?

ד. מהי הפסיעה השנייה?

17 יישומי כוח לורנץ

רקע תיאורטי

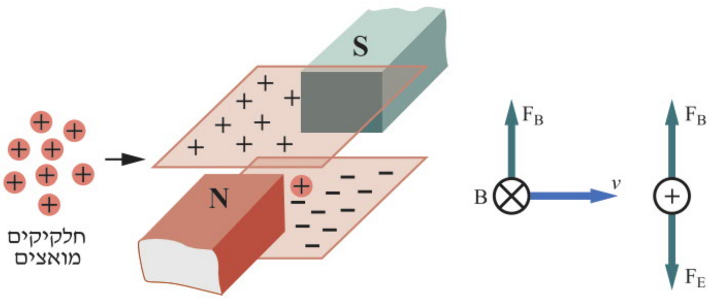
ראינו ששדות מגנטיים וחשמליים יכולים להשפיע על מסלול תנועתם של חלקיקים טעונים הנעים בתוכם. על תכונה זאת מבוססים מספר התקנים מדעיים או טכנולוגיים חשובים. נתאר את עקרון הפעולה של כמה מהם.

בורר מהירויות

זהו מתקן שתפקידו לברור ולהפריד בין חלקיקים טעונים הנפלטים במהירויות שונות ממקור כלשהו. נסביר את אופן פעילותו של בורר המהירויות, בהתבסס על חוק לורנץ שלמדנו בפרק הקודם.

שילוב של שדה חשמלי ושדה מגנטי

חלקיק חיובי טעון נכנס במהירות v למרחב שבו שוררים שדה מגנטי אחיד B_1 ושדה חשמלי אחיד E, שכיווניהם **ניצבים** זה לזה. נניח לדוגמה שהשדה המגנטי הוא בכיוון **פנימה** לתוך הדף והשדה החשמלי בכיוון **מטה**.

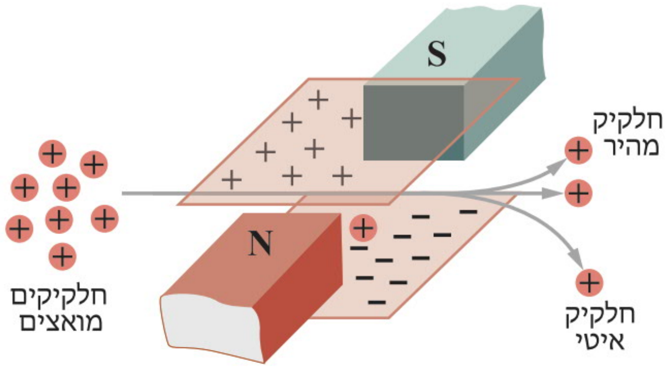


על החלקיק הנע פועלים שני כוחות מנוגדים בכיוונם: הכוח החשמלי שגודלו $F_E = qE$ וכיוונו מטה, והכוח המגנטי $F_B = qvB_1$ שכיוונו מעלה, כמתואר באיור.

אם נדאג לכך ששני השדות יפעילו על החלקיק כוחות בעוצמה שווה, הרי שהחלקיק ינוע בקו ישר במהירות שאת ערכה ניתן למצוא על ידי השוואת הכוחות:

$F_E = F_B$ כלומר $qE = qvB_1$ ומכאן $v = \dfrac{E}{B_1}$.

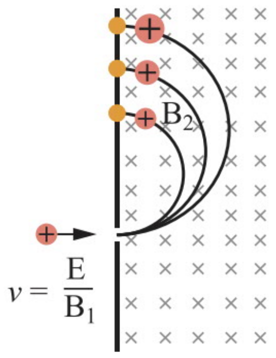
ניתן לנסח זאת גם באופן אחר:



- חלקיק שנכנס למתקן במהירות ששווה ליחס בין עוצמת השדות, יעבור דרך הבורר **בקו ישר**, ללא שינוי בכיוון תנועתו.
- חלקיק שמהירותו **גדולה** ממהירות זו יסטה כלפי **מעלה**, מכיוון שהכוח המגנטי יהיה גדול מהכוח החשמלי.
- חלקיק שמהירותו **קטנה** ממהירות זו יסטה כלפי **מטה**, מכיוון שהכוח החשמלי גדול מהכוח המגנטי.

אם נציב ביציאה מהאזור שבו פועלים שני השדות לוח אטום ובו חריר קטן, הרי שרק חלקיקים שמהירותם בדיוק $v = \dfrac{E}{B_1}$ יעברו דרך הנקב, ומכאן שמו של המתקן.

מפריד חלקיקים טעונים (יונים)



נניח כעת שאחרי הלוח עם הנקב יש אזור ובו שדה מגנטי אחר שעוצמתו B_2.

כפי שראינו בפרק הקודם, חלקיק נע שנכנס לשדה מגנטי בניצב לו ינוע **במסלול מעגלי**, שכיוונו נקבע לפי כלל היד הימנית, ורדיוסו נתון על ידי הנוסחה: $r = \frac{mv}{qB_2}$.

נציב בנוסחה זו את מהירות החלקיק שיצא מהנקב של בורר המהירויות, ונקבל את רדיוס הסיבוב של החלקיק באזור השדה המגנטי B_2:

$$r = \frac{mv}{qB_2} = \frac{m \cdot \frac{E}{B_1}}{qB_2} = \frac{m \cdot E}{q \cdot B_1 \cdot B_2}$$

ניתן לרשום את הקשר שהתקבל גם כביטוי עבור **היחס (הקבוע) בין מטען החלקיק למסתו**: $\frac{q}{m} = \frac{E}{r \cdot B_1 \cdot B_2}$

היחס $\frac{q}{m}$ נקרא **מטען סגולי**.

מקובל לצפות את דופן אזור השדה המגנטי בחומר פלואורסצנטי או בסרט צילום. באופן זה, כאשר פוגעים שם חלקיקים (לאחר תנועתם המעגלית בשדה המגנטי), ניתן לראות נקודות זוהרות. מרחק נקודת הפגיעה במחסום מהנקב (שדרכו נכנסים החלקיקים לשדה המגנטי השני) שווה לקוטר המסלול המעגלי שבו נעה אלומת החלקיקים, ומכאן ניתן למדוד את רדיוס המסלול המעגלי.

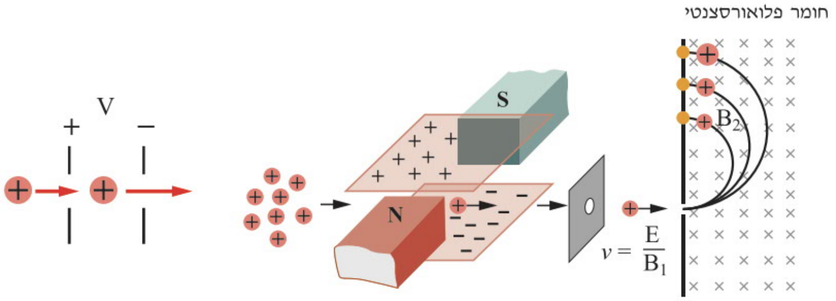
כאשר ידוע הרדיוס וידועות עוצמות השדות המגנטיים והשדה החשמלי, ניתן לחשב את המטען הסגולי באמצעות הנוסחה שלמעלה. חלקיקים בעלי מטען סגולי שונה ינועו בשדה המגנטי ברדיוסים שונים. תכונה זו מאפשרת להבדיל בין חלקיקים שונים, כפי שנראה בסעיף הבא במכשיר שנקרא **ספקטרוגרף מסות**.

נציין שכאשר הפיזיקאי האנגלי ג'וזף ג'ון תומסון (J.J. Thomson) גילה את דבר קיומו של האלקטרון בסוף המאה ה-19, הוא חישב בדרך זו את המטען הסגולי הצפוי שלו $\frac{e}{m} = 1.76 \cdot 10^{11} \left[\frac{C}{kg}\right]$.

כמה שנים לאחר מכן, הפיזיקאי האמריקאי רוברט מיליקן (Millikan) גילה את מטען האלקטרון, ואז ניתן היה לחשב בקלות את מסת האלקטרון $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} [kg]$.

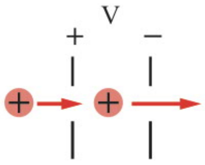
ספקטרוגרף מסות

לרוב היסודות בטבע יש **איזוטופים**, שהם אטומים בעלי מספר פרוטונים זהה ומספר נויטרונים שונה, כלומר: איזוטופים של יסוד מסוים הם בעלי מטען חשמלי זהה אך מסה שונה. כדי לדעת כמה נויטרונים יש בגרעיני איזוטופים של יסוד, יש למדוד את המסה של כל איזוטופ. לשם כך משתמשים ב**ספקטרוגרף מסות**, מתקן שמורכב משלושה חלקים: מאיץ קווי, בורר מהירויות ומפריד יונים (את אופן פעולתם של השניים האחרונים כבר הכרנו).



מאיץ קווי | בורר מהירויות | מפריד יונים

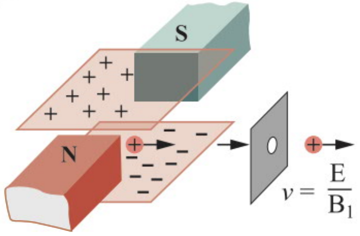
מאיץ קווי



בתוך שפופרת ריק מצויים שני לוחות מתכת שבכל אחד מהם חריץ צר. בין הלוחות קיים מתח קבוע של אלפי וולט. יונים חיוביים של איזוטופים של יסוד מסוים, שלכולם כאמור מטען חשמלי זהה q, נוצרים לפני הלוח בעל הפוטנציאל החיובי, עוברים דרך החריץ הראשון, מואצים על ידי השדה החשמלי אל הלוח בעל הפוטנציאל הנמוך, ולבסוף נפלטים דרך החריץ השני.

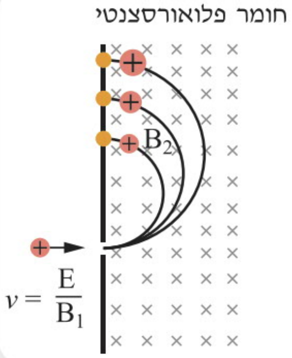
בעת המעבר בשדה החשמלי, הופכת אנרגיה פוטנציאלית חשמלית לאנרגיה קינטית בהתאם לקשר: $q \cdot V = \frac{mv^2}{2}$. ביציאה מהמאיץ הקווי יש לאיזוטופים השונים (שלהם מסות שונות) מהירויות שונות (הן בשל התלות של האנרגיה הקינטית במסה והן בשל המהירויות ההתחלתיות השונות של יוני האיזוטופים).

בורר מהירויות



כפי שראינו בסעיף הקודם, בורר המהירויות מאפשר להפריד בין החלקיקים על ידי "סינון" אותם חלקיקים שנעים בקו ישר ובמהירות $v = \frac{E}{B_1}$ משאר החלקיקים (שנעים במהירויות אחרות).

מפריד יונים



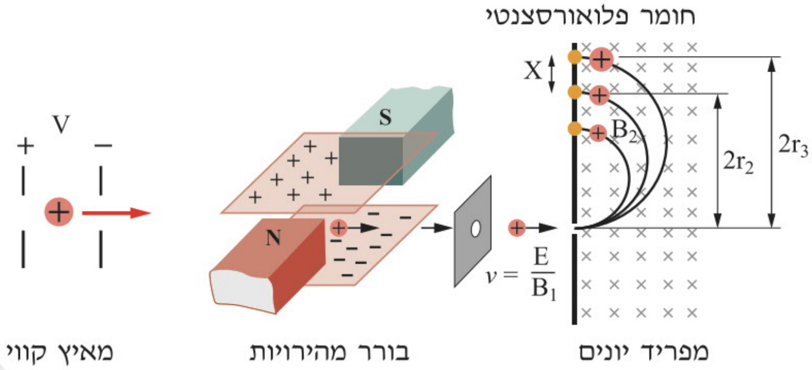
את החלק הזה של המתקן הכרנו לעיל וראינו איך הוא מאפשר להטות אלומה של יונים במסלול מעגלי באמצעות הכנסתה לשדה מגנטי ניצב. את רדיוס המסלול ניתן לחשב כאמור באמצעות הנוסחה: $r = \frac{m \cdot E}{q \cdot B_1 \cdot B_2}$.

באופן כזה, אם ייכנסו דרך הנקב איזוטופים שונים של אותו יסוד (במהירות שנקבעה בבורר המהירויות), הרי ש**כל איזוטופ ינוע במסלול שונה, שרדיוסו נמצא ביחס ישר למסה שלו.** כתוצאה מכך, איזוטופים שונים פוגעים בלוח המצופה חומר פלואורסצנטי במקומות שונים (שמרחקם מנקודת הכניסה למפריד היונים שווה לקוטר המעגל). מתוך מדידת מרחק זה ומידיעת המטען ועוצמות השדות (המגנטיים והחשמלי) ניתן לחשב בקלות את מסת האיזוטופ.

ניתן גם לחשב את **הפרש המסות** של איזוטופים שונים בעזרת מדידת הפרש מרחקי הפגיעה שלהם בלוח. הפרש זה שווה להפרש הקטרים של רדיוסי המסלולים שלהם:

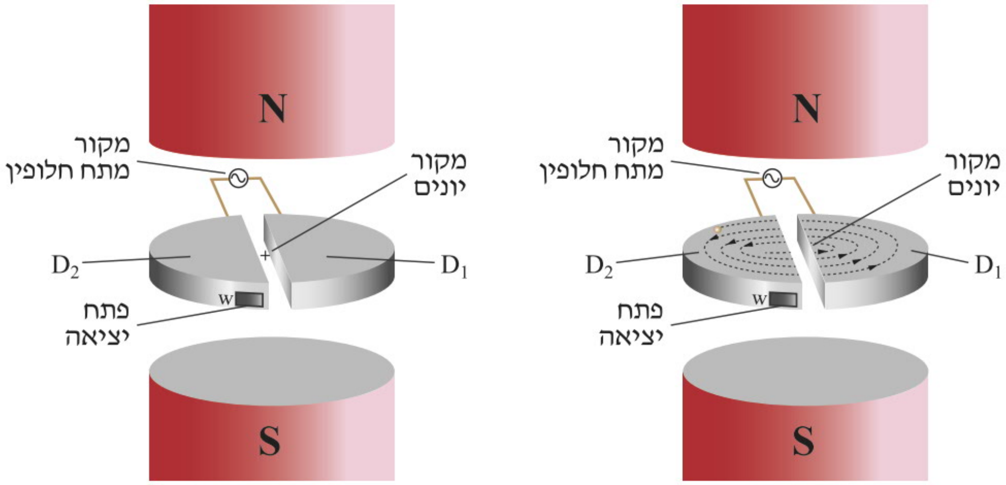
$$x = 2r_3 - 2r_2 = 2\cdot\frac{m_3\cdot E}{q\cdot B_1\cdot B_2} - 2\cdot\frac{m_2\cdot E}{q\cdot B_1\cdot B_2} = 2\cdot\frac{E}{q\cdot B_1\cdot B_2}\cdot\Delta m$$

רעיון הפרדת היונים על סרט הצילום דומה להפרדת צבעי האור באמצעות ספקטרומטר (המפריד בין אורכי גל שונים), ומכאן שמו של המכשיר – ספקטרוגרף מסות. מכשיר זה אִפשר לגלות איזוטופים חדשים רבים.



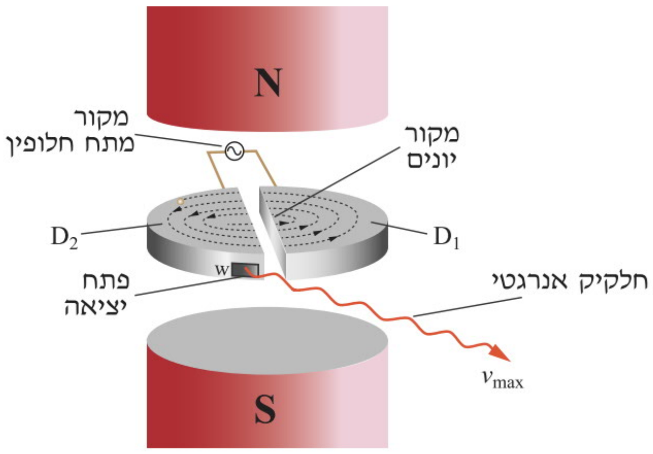
ציקלוטרון

ציקלוטרון הוא מכשיר המשמש להאצה של חלקיקים טעונים למהירויות גבוהות. המכשיר הומצא בשנת 1931 על ידי הפיזיקאי האמריקאי ארנסט לורנץ (שקיבל על המצאתו זו פרס נובל בפיזיקה) והיה למעשה מאיץ החלקיקים הראשון.



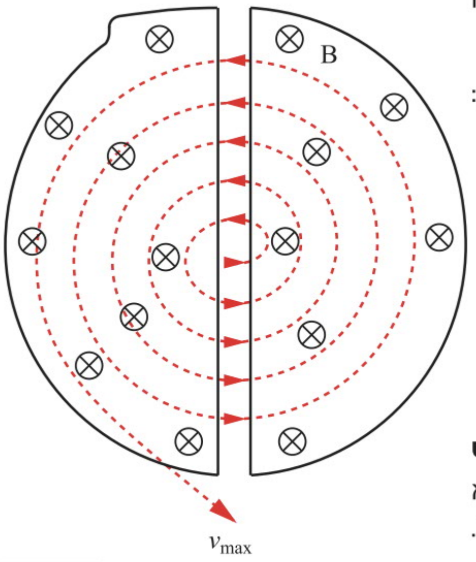
המכשיר בנוי משני חצאים של גלילי מתכת **חלולים** העשויים בצורת האות D (ונקראים משום כך "DEES"), המותקנים בסמיכות זה לזה, כך שביניהם רווח צר. חצאי הגלילים נמצאים בתוך שדה מגנטי B ומחוברים למקור מתח חילופין שמחליף את הקוטביות שלהם בתדירות קבועה. סמוך למרכז הרווח שבין ה-"DEES" מכניסים מקור של חלקיקים טעונים, למשל גרעינים של איזוטופ של מימן. מכיוון ששני ה-"DEES" מחוברים למקור מתח, נוצר במרווח שביניהם שדה חשמלי המאיץ את היונים, למשל לכיוון D_1. מאחר שבתוך מוליך חלול השדה החשמלי שווה לאפס, הרי שבחללים שבתוך ה-"DEES" לא שורר שדה חשמלי, אלא רק שדה מגנטי אחיד שכיוונו **כלפי מטה**. כיוון המהירות בכניסה ל-D_1 הוא ימינה, ולכן על פי כלל היד הימנית - פועל על מטען חיובי כוח מגנטי שכיוונו **פנימה** לתוך המסך. כוח זה מטה את החלקיקים הטעונים במסלול מעגלי, עד שהם יוצאים למרווח שבין שני ה-"DEES".

בהגיעם למרווח מתחלף כיוון המתח השורר בין ה–"DEES". כך הם מואצים אל D_2 ומהירותם גדלה. כיוון המהירות בכניסה ל–D_2 הוא עתה שמאלה, וכיוון השדה המגנטי הוא מטה. לכן, על פי כלל היד הימנית, על היונים פועל כוח מגנטי שכיוונו החוצה מתוך המסך. כוח זה מטה אותם שוב במסלול מעגלי שרדיוסו גדול יותר, עד שהם חוזרים שוב למרווח שבין ה–"DEES". ברגע זה שוב מחליפים את כיוון המתח, והחלקיקים מקבלים האצה נוספת. התהליך חוזר על עצמו, כך שמהירות התנועה ורדיוסי המסלול של החלקיקים הולכים וגדלים.



בתום התנועה מגיעים המטענים לפתח שדרכו הם יוצאים מהשפעת השדה ונעים בקו ישר, ובמהירות ובאנרגיה קינטית גבוהות מאוד.

ננתח כעת את תנועת החלקיקים בציקלוטרון באופן כמותי.



נניח כי חלקיק טעון צבר בתום אחד ממסלולי ההאצה שלו במרווח שבין ה–"DEES" מהירות v.

את רדיוס מסלולו r ב–D שאליו הוא נכנס נמצא לפי החוק השני של ניוטון: $\sum F_R = ma_R$.

הכוח שגורם לתאוצה הוא כוח לורנץ: $qvB\sin 90 = m\frac{v^2}{r}$

ומכאן נקבל את רדיוס המעגל: $r = \frac{mv}{qB}$

את זמן המחזור נוכל לחשב: $T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \frac{mv}{qB}}{v} = 2\pi \frac{m}{qB}$

קיבלנו ש**זמן המחזור אינו תלוי במהירות של החלקיקים וגם לא ברדיוס המסלול שלהם**! במילים אחרות, זמן השהייה של כל החלקיק בכל D הוא **קבוע**, כך שצריך להחליף את כיוון המתח (והשדה) בקצב קבוע (בכל חצי סיבוב). תדירות החלפת כיוון השדה החשמלי שווה לתדירות הסיבוב של החלקיק.

$$f_{\text{חילוף המתח}} = f_{\text{סיבוב}} = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi \frac{m}{qB}} = \frac{qB}{2\pi m}$$

בסופו של המסלול הלולייני יוצאת אלומת החלקיקים מהציקלוטרון במהירות הנתונה על ידי הנוסחה:

$$v_{max} = B \cdot \frac{q}{m} \cdot r_{max}$$

כאשר r_{max} רדיוס הציקלוטרון, B עוצמת השדה המגנטי בתוך הציקלוטרון, ו– $\frac{q}{m}$ המטען הסגולי של החלקיקים.

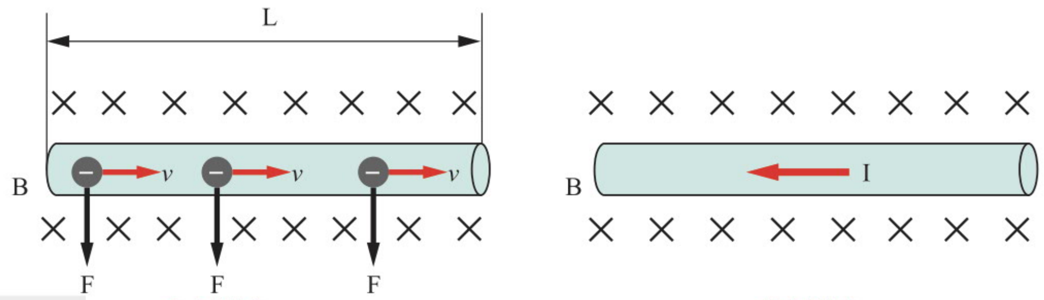
נציין שניתן להאיץ חלקיקים טעונים גם על ידי שדה חשמלי (ולא מגנטי). המהירות שרוכשים החלקיקים המואצים בין שתי נקודות שהמתח ביניהן הוא V נתונה על ידי הנוסחה: $\frac{mv_{max}^2}{2} = q \cdot V \Rightarrow v_{max} = \sqrt{2 \cdot \frac{q}{m} \cdot V}$

כדי להגיע למהירויות גדולות יש להשתמש במתח של מיליוני וולט, בעוד שבציקלוטרון כדי להגיע לאותן המהירויות, יש להשתמש בשדה מגנטי חזק (אלקטרומגנט) ובמקור מתח חילופין בתדירות גבוהה מאוד (שקל יחסית להפיק).

כוח מגנטי על תיל

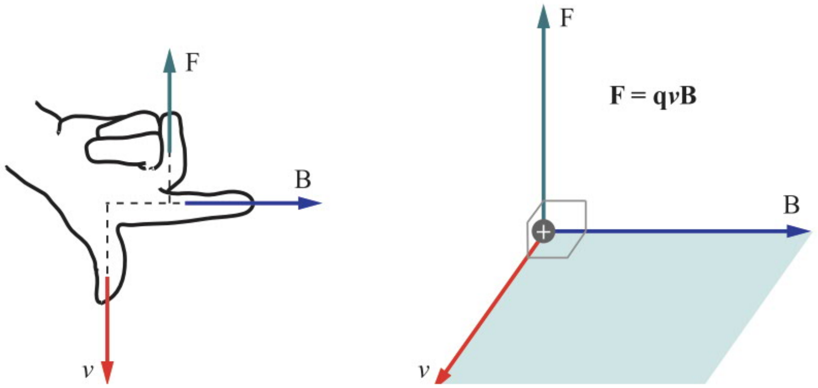
בפרקים הקודמים הכרנו את השדה המגנטי שנוצר בקרבת מגנטים ובקרבת תילים נושאי זרם. כמו כן, הכרנו את הכוח הפועל על **חלקיק טעון המצוי בתנועה** (כוח לורנץ) ויישומיים שונים של כוח זה.

בפרק זה נעסוק בכוח שמפעיל שדה מגנטי על **תיל נושא זרם**, כלומר על רצף של אלקטרונים בתנועה.



תרשים ב   תרשים א

בתרשים א מוצג שדה מגנטי ובו תיל שדרכו זורם זרם, כלומר אלקטרונים בתנועה. על כל אחד מהאלקטרונים פועל כוח לורנץ. נזכיר ש**הכיוון המוסכם של הזרם הוא בכיוון ההפוך לתנועת האלקטרונים!** כיוון הכוח נקבע על פי כלל היד הימנית, כפי שראינו בפרק 16 (עבור חלקיק חיובי):



על התיל פועל כוח שהוא שקול הכוחות הפועלים על כל אחד מהאלקטרונים.

כדי לחשב כוח שקול זה נתבונן בקטע תיל שאורכו L שבו נעים חלקיקים שמטענם q במהירות ממוצעת v (תרשים ב).

נניח שברגע נתון יש בקטע התיל הזה n חלקיקים. הכוח השקול הפועל עליהם גדול פי n מכוח לורנץ הפועל על חלקיק בודד, כלומר: $F = n \cdot q \cdot v \cdot B$.

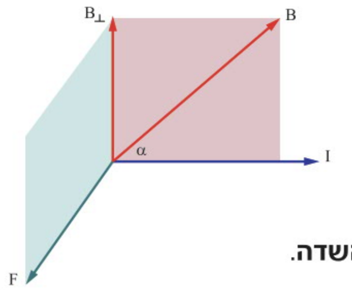
הזמן Δt שנדרש לכל החלקיקים האלה כדי לעבור דרך חתך של המוליך הוא $\Delta t = \frac{L}{v}$, כלומר מהירותם הממוצעת היא $v = \frac{L}{\Delta t}$. נציב זאת בביטוי של כוח לורנץ: $F = n \cdot q \cdot \frac{L}{\Delta t} \cdot B$.

הביטוי $\frac{n \cdot q}{\Delta t}$ מתאר את **כמות המטען שעוברת דרך חתך של המוליך ביחידת זמן**, כלומר זוהי **עוצמת הזרם** I (כאשר החלקיקים הם אלקטרונים, $q=e$), ולכן נקבל את הביטוי עבור הכוח המופעל על התיל: $F = I \cdot L \cdot B$.

כיוון הכוח שפועל על התיל נקבע אף הוא על פי כלל היד הימנית, כאשר האגודל מייצג הפעם את כיוון הזרם (במקום את מהירות החלקיק הבודד).

תיל נושא זרם שכיוונו בזווית לקווי השדה המגנטי

במקרה שבו התיל נושא הזרם ממוקם בשדה המגנטי בזווית שאינה בכיוון קווי השדה, ניזכר בתכונות שהכרנו בפרק 16 (שעסק בכוח לורנץ הפועל על חלקיק טעון) ונרחיב אותן:



- על מטענים שמהירותם מקבילה לקווי השדה **לא פועל כוח מגנטי**.

  ⇐ **על תיל נושא זרם שכיוונו מקביל לקווי השדה לא פועל כוח מגנטי.**
- כאשר הזווית α שבין כיוון השדה המגנטי לבין כיוון המהירות (כיוון הזרם) שונה מ-$90°$, גודל הכוח המגנטי הפועל על המטען **נמצא ביחס ישר לסינוס הזווית**, $F \propto \sin(\alpha)$.
- הכוח המגנטי הגדול ביותר מתקבל על מטענים שמהירותם ניצבת לקווי השדה.

  ⇐ **הכוח המגנטי הגדול ביותר מתקבל על תיל נושא זרם שכיוונו ניצב לקווי השדה.**

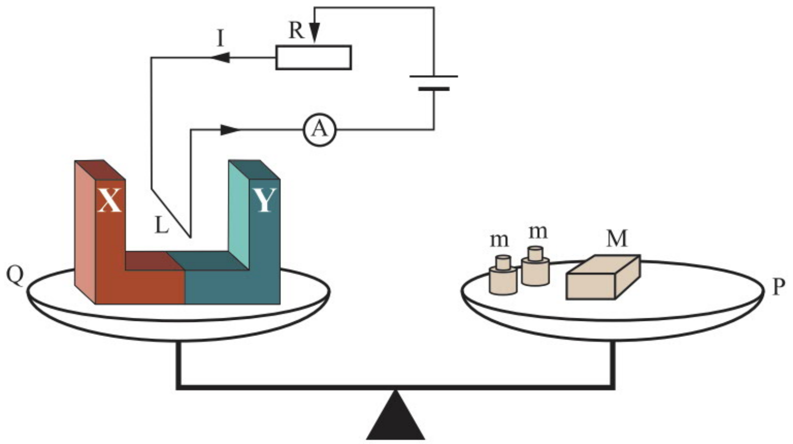
ניתן לסכם זאת בקשר הבא: $F=I\cdot L\cdot B\cdot \sin\alpha$, כלומר: **גודל הכוח המגנטי תלוי בעוצמת הזרם, באורך התיל וברכיב השדה המגנטי הניצב לזרם.**

מאזני זרם: מדידת עוצמת השדה המגנטי

לעתים נדרש לדעת את עוצמת השדה המגנטי בקרבת תיל ישר, מגנט או בקרבת סליל הנושא זרם בשדה מגנטי. לצורך זה נוח למדוד את הכוח הפועל על התיל נושא הזרם וממנו להסיק לגבי השדה.

אחד המתקנים הפשוטים למטרה זו נקרא "**מאזני זרם**" והוא משמש למדידת עוצמת שדה מגנטי אחיד השורר בין קטביו של מגנט פרסה.

המערכת מורכבת מתיל מוליך המחובר בטור עם מד-זרם ונגד משתנה אל מקור מתח, כמתואר בתרשים.



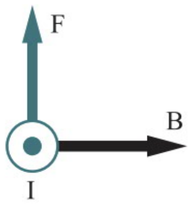
חלק התיל שאורכו L הוא אופקי ונמצא בתוך שדה מגנטי אופקי שנוצר על ידי מגנט פרסה. נניח שאיננו יודעים את קוטביות המגנט ונסמן את קטביו ב-Y, X.

המגנט מונח על כף אחת של המאזניים (המסומנת Q). על כף המאזניים השנייה (המסומנת P) מונחת מסה M המאזנת את הכף עם המגנט כאשר **לא זורם** זרם בתיל.

כאשר יזרום זרם בתיל, כף המאזניים Q תנוע למעלה או למטה, בהתאם לכיוון הזרם. נזרים זרם בכיוון **שיגרום לכך** שכף המאזניים Q **תרד כלפי מטה**. נאזן ירידה זו על ידי הוספת משקולות שמסת כל אחת מהן היא m לכף P.

הסבר ומציאת כיוון השדה המגנטי:

כאשר זורם זרם בתיל שממוקם בניצב לשדה המגנטי, פועל עליו כוח מגנטי (שמפעיל עליו המגנט). בהתאם לחוק השלישי של ניוטון, התיל מפעיל על המגנט כוח בכיוון הפוך. במקרה שלפנינו, מכיוון שכף המאזניים יורדת למטה - סימן שפועל על **המגנט** כוח נוסף מלבד כוח הכבידה, זהו הכוח המגנטי שמפעיל עליו התיל בכיוון **מטה**. מכאן שעל **התיל** פועל כוח מגנטי כלפי **מעלה**.



באמצעות כלל יד ימין נוכל לדעת מה כיוון השדה המגנטי: מאחר שהזרם שגרם לירידת הכף הוא בכיוון "אל הקורא" והכוח על התיל בכיוון מעלה, אז השדה המגנטי הוא בכיוון ימינה.

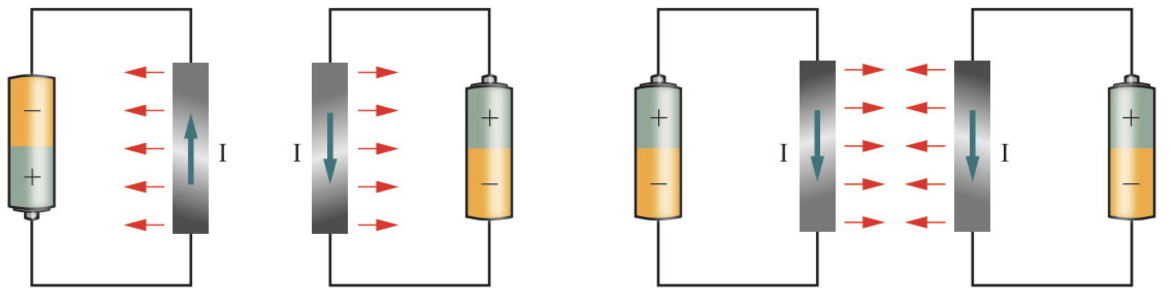
אם הזרם שגרם לירידת הכף היה בכיוון פנימה אל הדף, הרי שהיינו מסיקים שהשדה המגנטי הוא בכיוון שמאלה.

את **עוצמת השדה המגנטי** מחשבים באופן הבא:

מודדים באמצעות אמפרמטר את עוצמת הזרם בתיל (I) ובאמצעות סרגל את אורך קטע התיל שנמצא בשדה המגנטי (L). גודל הכוח המגנטי שווה למשקל n המשקולות המאזנות את המאזניים. עוצמת השדה מחושבת על ידי הצבת ערכי המדידות בנוסחה: $B = \frac{F}{I \cdot L} = \frac{n \cdot m \cdot g}{I \cdot L}$.

הכוח בין שני תילים ארוכים נושאי זרם

כפי שהצגנו בפרק קודם, ניתן להיווכח באמצעות ניסויים שכאשר מקרבים זה לזה שני תילים שבהם זורם זרם מתרחשת התופעה הבאה: אם הזרמים בשני התילים הם באותו כיוון, אז התילים מושכים זה את זה. אם הזרמים בשני התילים הם בכיוונים מנוגדים, אז התילים דוחים זה את זה.

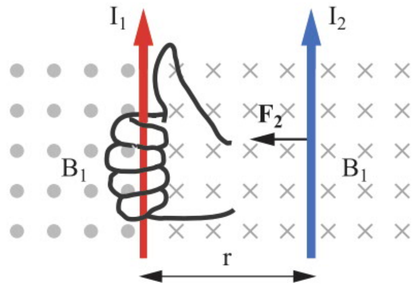


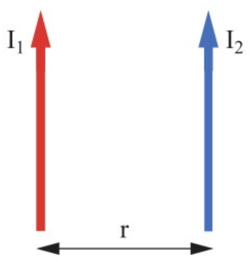
ראינו כיצד מחשבים גודל וכיוון של שדה מגנטי שנוצר על ידי תיל ישר וארוך נושא זרם. כמו כן למדנו כיצד מחשבים גודל וכיוון של כוח מגנטי הפועל על תיל נושא זרם בשדה מגנטי.

כעת נוכל לחשב את גודלו וכיוונו של הכוח המגנטי הפועל בין שני תילים ארוכים, ישרים ומקבילים שהמרחק ביניהם r, כאשר זורמים בהם זרמים I_1, I_2.

נניח תחילה שהזרמים הם **באותו כיוון**, כמתואר בתרשים א.

כל אחד מהתילים יוצר סביבו שדה מגנטי שהתיל השני נמצא בתחומו. לכן על כל תיל פועל כוח שכיוונו נקבע על פי כלל יד ימין, כמתואר בתרשים ב.





התיל שבו זורם זרם I_1 יוצר שדה מגנטי שכיוונו (באזור שמצד ימין לתיל זה) הוא אל תוך הדף. גודלו של שדה מגנטי זה במרחק r שבו מוצב התיל השני נתון על ידי: $B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{r}$.

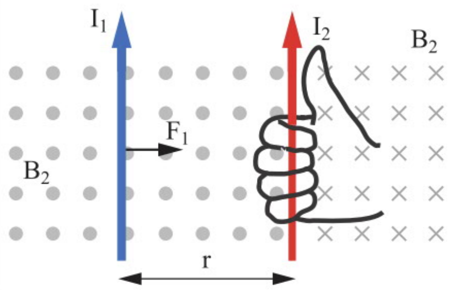
תיל I_2 נמצא כאמור בהשפעת השדה המגנטי שנוצר על ידי התיל שבו זורם I_1, ולכן פועל עליו כוח מגנטי שכיוונו (על פי כלל יד ימין) שמאלה.

גודל הכוח שפועל על קטע באורך L של תיל 2 הוא: $F_2 = I_2 \cdot L \cdot B_1 = I_2 \cdot L \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{r}$.

מטעמי סימטריה ניתן לראות שכוח בגודל זהה יפעל על קטע באורך L של תיל 1,

אך כיוונו הפוך (ימינה). נראה זאת.

תרשים ג



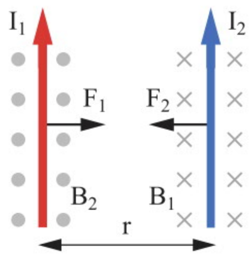
התיל ובו זרם I_1 נמצא בשדה המגנטי שיוצר הזרם I_2. כיוונו של שדה זה (באזור השמאלי לתיל) החוצה מהדף וגודלו (במקום בו ממוקם תיל I_1) הוא:

$B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_2}{r}$, כפי שמודגם בתרשים ג.

תיל I_1 נמצא כאמור בהשפעת השדה המגנטי שנוצר על ידי התיל שבו זורם I_2, ולכן פועל עליו כוח מגנטי שכיוונו (על פי כלל יד ימין) **שמאלה**.

גודל הכוח שפועל על קטע באורך L של תיל 1 הוא: $F_1 = I_1 \cdot L \cdot B_2 = I_1 \cdot L \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_2}{r}$.

תרשים ד



תרשים ד מציג את הכוחות הפועלים על שני התילים וניתן לראות שהתילים מושכים זה את זה.

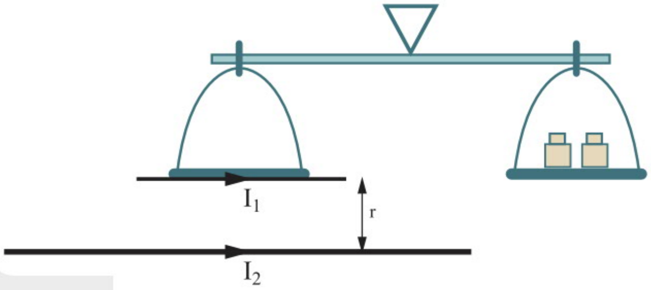
באופן דומה ניתן להראות שכאשר בתילים זורמים **זרמים בכיוונים הפוכים**, פועלים עליהם **כוחות שגורמים לדחייה** שלהם זה מזה.

ניתן לחשב את **הכוח הפועל על יחידת אורך** של כל אחד משני התילים: $\frac{F}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{r}$.

נראה כעת כיצד ביטוי זה מאפשר להגדיר את יחידת הזרם החשמלי (אמפר).

מאזניים למדידת כוח מגנטי והגדרת האמפר

מאזניים רגישים יכולים למדוד כוחות בדיוק רב מאוד. בפרט, ניתן "לשקול" את הכוח המגנטי הפועל בין תילים מקבילים נושאי זרם. בתרשים מתוארים באופן סכמתי מאזניים כאלו:



במקום הכף השמאלית של המאזניים שמים תיל שאורכו L. במקביל לתיל זה ובמרחק r ממנו נמצא תיל ארוך מאוד. כל אחד מהתילים הוא חלק ממעגל חשמלי, כך שבתילים זורמים זרמים I_1 ו-I_2. התילים מושכים זה את זה, ולכן התיל העליון נמשך כלפי מטה, וכתוצאה מכך מופר שיווי המשקל של המאזניים. כדי לחזור לשיווי המשקל מניחים משקולות על הכף הימנית של המאזניים.

המשקל שנדרש לאיזון המאזניים שווה לכוח שבו מושך התיל הארוך את התיל שאורכו L, כאשר הכוח ליחידת אורך מחושב כפי שמצאנו למעלה: $\frac{F}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{r}$.

מכאן ניתן להגדיר את **יחידת הזרם החשמלי**:

אמפר אחד הוא גודל הזרם, שאם יוזרם בשני תילים מוליכים ישרים, מקבילים וארוכים מאוד המצויים בריק במרחק של 1 מטר זה מזה, יפעל ביניהם כוח הדדי שגודלו $2 \cdot 10^{-7} \left[\frac{N}{m}\right]$.

סיכום

1. **בבורר מהירויות** שוררים שדה חשמלי E ושדה מגנטי B_1 אחידים, שכיווניהם ניצבים זה לזה. השדות נבחרו באופן כזה שעל חלקיק טעון הנכנס במהירות למרחב השדות פועלים כוחות השווים בגודלם והפוכים בכיוונם. באופן כזה, רק חלקיקים שמהירותם שווה בגודלה ל– $v = \frac{E}{B_1}$ ינועו בקו ישר.
הצבת מחסום עם נקב קטן ביציאה מהמרחב שבו פועלים שני השדות מאפשרת לברור רק את אותם חלקיקים שנעים **בדיוק** במהירות הזו.

2. **מפריד חלקיקים טעונים (יונים)** הוא למעשה שדה מגנטי נוסף B_2 שגורם להפרדת היונים שנכנסים לתחומו במהירות התחלתית נתונה, על פי היחס בין המטען החשמלי לבין המסה שלהם (יחס שנקרא **מטען סגולי**). ההפרדה מתבטאת ברדיוס תנועה שונה לכל אחד מהחלקיקים בהתאם לקשר:

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{r \cdot B_2} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{m}{q} \cdot \frac{v}{B_2}$$

3. **מאיץ קווי** הוא מתקן המבוסס על שדה חשמלי, שמשמש להאצה של חלקיקים טעונים עד למהירות מקסימלית שתלויה בפוטנציאל החשמלי ובמטען הסגולי של החלקיקים באופן הבא:

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = q \cdot V \Rightarrow \quad v_{\max} = \sqrt{2 \cdot \frac{q}{m} \cdot V}$$

4. **ספקטרוגרף מסות** מורכב משלושת החלקים שתוארו: מאיץ קווי, בורר מהירויות ומפריד יונים. הוא מאפשר את מדידת **המטען הסגולי** (היחס בין המטען החשמלי של איזוטופ של יסוד לבין מסתו):

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{r \cdot B_2} = \frac{E}{r \cdot B_1 \cdot B_2}$$

באופן מעשי מחשבים את הפרש המסות של איזוטופים שונים באמצעות מדידת הפרש המרחקים בין נקודות הפגיעה של היונים לאחר שהם עושים מסלול של חצי מעגל בשדה המגנטי של מפריד החלקיקים (הפרש זה שווה להפרש הקטרים של רדיוסי הסיבוב שלהם), למשל בדוגמה שהצגנו:

$$x = 2r_3 - 2r_2 = 2 \cdot \frac{m_3 \cdot E}{q \cdot B_1 \cdot B_2} - 2 \cdot \frac{m_2 \cdot E}{q \cdot B_1 \cdot B_2} = 2 \cdot \frac{E}{q \cdot B_1 \cdot B_2} \cdot \Delta m$$

5. **ציקלוטרון** משמש להאצת חלקיקים טעונים למהירויות גבוהות. המכשיר בנוי משני חצאים של גלילי מתכת חלולים סמוכים העשויים בצורת האות D, הנמצאים בשדה מגנטי B ומחוברים למקור מתח חילופין V המחליף את קוטביותם. המהירות המקסימלית שאליה מואצים חלקיקים שמסתם m ומטענם q היא: $v_{\max} = B \cdot \left(\frac{q}{m}\right) \cdot r_{\max}$ כאשר $r_{\max}$ הוא רדיוס הציקלוטרון.

6. על **תיל נושא זרם הנמצא בשדה מגנטי** פועל כוח שהוא השקול של כוחות לורנץ הפועלים על האלקטרונים, שתנועתם מהווה את הזרם החשמלי. גודלו של הכוח השקול: $F = I \cdot L \cdot B \cdot \sin\alpha$.
כיוונו של הכוח נקבע על פי כלל יד ימין: אם אצבע יד ימין מצביעה בכיוון השדה המגנטי והאגודל בכיוון הזרם, האמה מראה את כיוון הכוח שמפעיל השדה המגנטי על התיל.

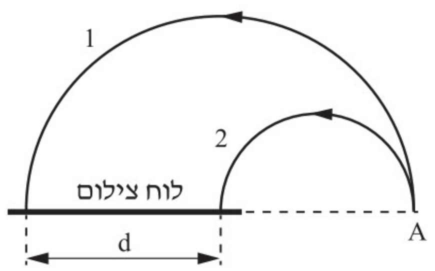
7. "**מאזני זרם**" מאפשרים למדוד את הכוח הפועל על תיל נושא זרם, ומכאן את עוצמת השדה המגנטי.

8. **הכוח ליחידת אורך** הפועל בין שני תילים ארוכים, ישרים ומקבילים שבהם זורמים זרמים I_1, I_2 שווה בגודלו ל: $\frac{F}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{r}$
   - כאשר הזרמים בשני התילים הם בכיוונים **זהים** הם **נמשכים** זה אל זה.
   - כאשר הזרמים בשני התילים הם בכיוונים **מנוגדים** הם **דוחים** זה את זה.

9. **אמפר** אחד הוא גודל הזרם, שאם יוזרם בשני תילים מוליכים ישרים, מקבילים וארוכים מאוד המצויים בריק במרחק של 1 מטר זה מזה, יפעל ביניהם כוח הדדי שגודלו $2 \cdot 10^{-7} \left[\frac{N}{m}\right]$.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)



יון מימן H^+ (שמסתו m_H ומטענו q_H) ויון הליום He^+ (שמסתו $m_{He} = 4m_H$ ומטענו $q_{He} = q_H$) מואצים ממנוחה בשדה חשמלי על ידי מתח V. לאחר ההאצה, היונים נכנסים בנקודה A לשדה מגנטי אחיד B במאונך לקווי השדה, ונעים במסלולים מעגליים עד שהם פוגעים בלוח צילום. השדה המגנטי ניצב למישור הדף.

א. איזה מסלול (1 או 2) מתאר את תנועת יון ההליום He^+?

ב. מהו כיוון השדה המגנטי – יוצא מן הדף או נכנס אל הדף? נמקו.

ג. האם האנרגיה הקינטית של היונים משתנה בתנועתם בשדה המגנטי? נמקו.

ד. איזה יון נע זמן ארוך יותר בשדה המגנטי ופי כמה? נמקו.

ה. בטאו באמצעות הפרמטרים: m_H, q_H, B, V או חלק מהם, את המרחק d בין נקודות הפגיעה של היונים בלוח הצילום.

פתרון דוגמה מספר (1)

א. מסלול 1. על פי החוק השני מתקבל שרדיוס המסלול תלוי במסה כאשר יתר הגדלים קבועים:

$$\sum F_R = ma_R \Rightarrow qvB = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

מאחר שמסת יון ההליום גדולה יותר, אז רדיוס מסלולו גדול יותר.

ב. על פי הנתונים, מהירות היונים החיוביים מכוונת לכיוון מעלה, והכוח המגנטי פועל עליהם שמאלה. לכן (לפי כלל יד ימין) השדה המגנטי מכוון פנימה אל תוך הדף.

ג. הכוח המגנטי הפועל על היונים ניצב בכל נקודה לכיוון התנועה שלהם, לכן אינו מבצע עליהם עבודה ואינו משנה את האנרגיה הקינטית שלהם.

ד. זמן מחזור התנועה של היון:

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \frac{mv}{qB}}{v} = 2\pi \frac{m}{qB}$$

משך התנועה של יון הוא מחצית זמן מחזור שלו, לכן: $t = \frac{\pi m}{qB}$ ומכאן שיחס הזמנים הוא:

$$\frac{t_{He}}{t_H} = \frac{\frac{\pi \cdot m_{He}}{q_{He} \cdot B}}{\frac{\pi \cdot m_H}{q_H \cdot B}} = \frac{m_{He}}{m_H} = 4$$

ה. הפרש המרחקים בין נקודות הפגיעה של היונים שווה **להפרש הקטרים** של רדיוסי הסיבוב שלהם:

$$d = 2(r_{He} - r_H) \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} = qV \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{8m_H V}{q_H B^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{B}\sqrt{\frac{m_H V}{q_H}}$$

דוגמה מספר (2)

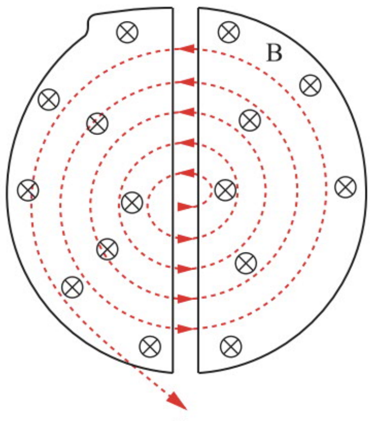
רדיוסו של ציקלוטרון הוא $1.2[m]$ ועוצמת השדה המגנטי שבו היא $0.6[T]$.

בין שני חלקי השדה המגנטי מופעל מתח מתחלף של $1,200[V]$.

א. מהי המהירות המרבית שבה יכול פרוטון לצאת מציקלוטרון זה?

ב. באיזו תדירות צריך להחליף את כיווני השדה החשמלי כדי שהפרוטון יסתובב בו?

ג. מהו מספר הסיבובים שעשה הפרוטון עד שיצא?



פתרון דוגמה מספר (2)

א. נמצא את המהירות על פי החוק השני של ניוטון:

$$\sum F_R = ma_R \Rightarrow qvB = m\frac{v_{max}^2}{r}$$

$$v_{max} = \frac{qBr}{m} = \frac{1.6\cdot10^{-19}\cdot0.6\cdot1.2}{1.67\cdot10^{-27}} = 6.89\cdot10^7\left[\frac{m}{s}\right]$$

ב. תדירות ההחלפה של השדה החשמלי שווה לתדירות הסיבוב של החלקיק:

$$T = \frac{2\pi\cdot r}{v} = \frac{2\pi\frac{mv}{qB}}{v} = 2\pi\frac{m}{qB}$$

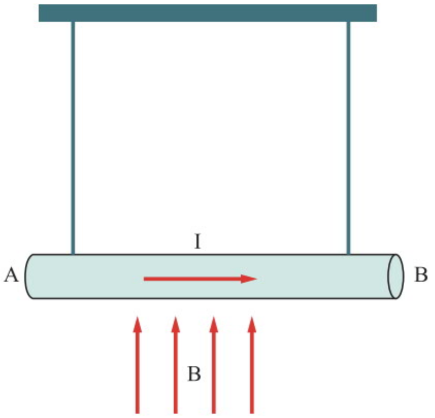
$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f_{\text{החלפה}} = f_{\text{סיבוב}} = \frac{1}{2\pi\frac{m}{qB}} = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{1.6\cdot10^{-19}\cdot0.6}{2\cdot\pi\cdot1.67\cdot10^{-27}} = 9.145\cdot10^6[H_Z]$$

ג. בסיבוב אחד עובר המטען פעמיים בשדה ולכן:

$$U_E = 2nqV = \frac{mv_{max}^2}{2} \quad \Rightarrow$$

$$n = \frac{mv_{max}^2}{4qV} = \frac{1.67\cdot10^{-27}\cdot(6.89\cdot10^7)^2}{4\cdot1200\cdot1.6\cdot10^{-19}} \approx 10322$$

דוגמה מספר (4)



בתרשים שלפניכם מוצג תיל AB שאורכו L=1[m] ומסתו m=200[gr].
התיל תלוי על מוט באמצעות שני חוטים. בתיל זורם זרם של I=1[A] ועוצמת השדה המגנטי היא B=1[T].

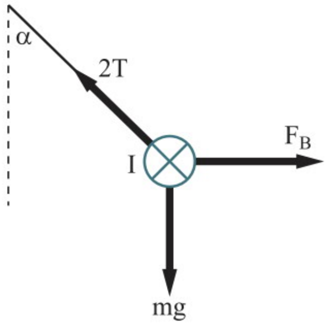
א. סרטטו תרשים של הכוחות הפועלים על התיל.

ב. באיזו זווית ביחס לאנך יתייצב התיל במצב שיווי משקל?

ג. מה תהיה המתיחות של כל אחד מהחוטים במצב שיווי משקל?

ד. כעת פועל שדה באותה עוצמה בכיוון **פנימה** אל תוך הדף (במקום כלפי מעלה). מה תהיה המתיחות של כל אחד מהחוטים במצב שיווי משקל?

פתרון דוגמה מספר (4)



א. כיוון הזרם ימינה, כיוון השדה המגנטי כלפי מעלה, לכן (על פי כלל יד ימין) כיוון הכוח המגנטי על התיל הוא החוצה מהדף. בתרשים מסורטטים הכוחות במבט צד, מהכיוון שממנו הזרם זורם פנימה.

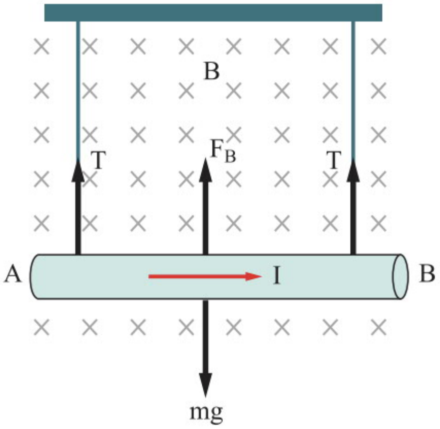
ב. ניתוח כוחות על התיל:

$$\sum F_X = 0$$
$$F_B - 2T\sin\alpha = 0$$
$$2T\sin\alpha = F_B$$

$$\sum F_Y = 0$$
$$2T\cos\alpha - mg = 0$$
$$2T\cos\alpha = mg$$

$$\tan\alpha = \frac{F_B}{mg} = \frac{I\cdot L\cdot B}{mg} = \frac{1\cdot 1\cdot 1}{0.2\cdot 10} = 0.5 \Rightarrow \quad \alpha = 26.56^\circ$$

ג. נציב באחד מהביטויים שבסעיף ב:

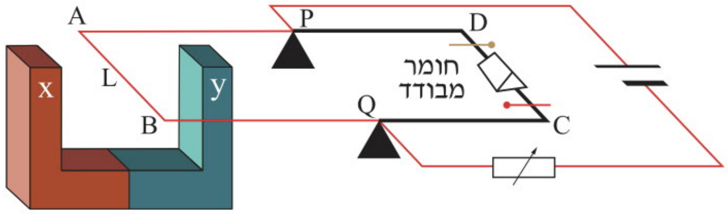


$$\sum F_Y = 0$$
$$2T\cos\alpha - mg = 0$$
$$T = \frac{mg}{2\cdot\cos\alpha} = \frac{0.2\cdot 10}{2\cdot\cos 26.56^\circ} = 1.118[N]$$

ד. הפעם כיוון הזרם ימינה, כיוון השדה המגנטי פנימה, לכן (על פי כלל יד ימין) כיוון הכוח המגנטי על התיל הוא כלפי מעלה. על פי החוק הראשון של ניוטון:

$$\sum F_Y = 0$$
$$F_B + 2T - mg = 0$$
$$I\cdot L\cdot B + 2T - mg = 0$$
$$T = \frac{mg - I\cdot L\cdot B}{2} = \frac{0.2\cdot 10 - 1\cdot 1\cdot 1}{2} = 0.5[N]$$

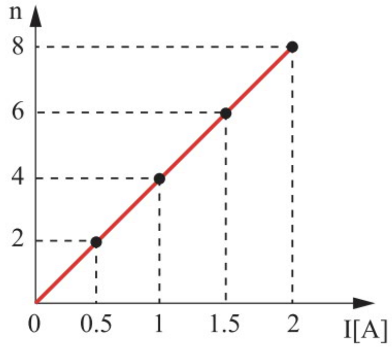
דוגמה מספר (5)



התרשים שלפניכם מתאר מאזני זרם. מסגרת ABCD העשויה מתיל מוליך נתמכת בשתי נקודות P ו-Q, כך שהיא חופשייה לנוע סביב הציר PQ. לא זורם זרם בקטע שבו נמצא חומר מבודד.

קטע מסגרת שאורכו L=4[cm] נמצא בתוך שדה מגנטי אחיד שבין קוטבי מגנט. כאשר לא זורם זרם במסגרת, היא נמצאת במצב אופקי (מאוזנת).

כשמחברים את מקור המתח, פועל על המסגרת כוח F, שאותו מאזנים באמצעות סיכות מהדק. המסה של סיכה אחת היא 0.04[gr].



הגרף שלפניכם מתאר את מספר הסיכות (n) המאזנות את הכוח המגנטי כפונקציה של עוצמת הזרם I שזורם במסגרת.

א. רשמו ביטוי המתאר את הקשר בין מספר הסיכות לבין עוצמת הזרם במסגרת כשהיא מאוזנת.

ב. איזה גודל פיזיקלי מייצג שיפוע הגרף? ציינו את היחידות של השיפוע.

ג. חשבו את עוצמת השדה המגנטי וקבעו את כיוונו.

ד. כמה סיכות יידרשו כדי לאזן זרם של 5[A]?

פתרון דוגמה מספר (5)

א. הכוח על המסגרת מאוזן על ידי כוח הכובד הפועל על הסיכות:

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow \quad F_B - n\cdot mg = 0 \Rightarrow \quad I\cdot L\cdot B = n\cdot mg \Rightarrow \quad n = \frac{BL}{mg}\cdot I$$

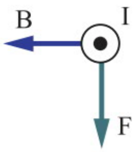
ב. שיפוע הגרף מייצג את הגודל $\frac{BL}{mg}$ והיחידות שלו $\left[\frac{1}{A}\right]$.

ג. נחשב תחילה את השיפוע P לפי שתי נקודות שעל הגרף:

$$p = \frac{\Delta n}{\Delta I} = \frac{8-2}{2-0.5} = 4\left[\frac{1}{A}\right]$$

$$p = \frac{\Delta n}{\Delta I} = \frac{L\cdot B}{mg} \Rightarrow 4 = \frac{0.04\cdot B}{0.00004\cdot 10} \Rightarrow \quad B = 0.04[T]$$

כיוון השדה הוא מ-y ל-x, על פי כלל יד ימין.



ד. נחשב את מספר הסיכות הנדרשות:

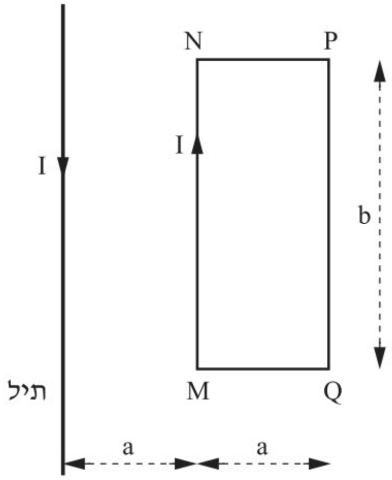
$$\sum F_Y = 0$$

$$F_B - n\cdot mg = 0$$

$$I\cdot L\cdot B = n\cdot mg$$

$$n = \frac{BL}{mg}\cdot I = \frac{0.04\cdot 0.04}{0.00004\cdot 10}\cdot 5 = 20$$

דוגמה מספר (6)



מסגרת מלבנית מוליכה MNPQ מונחת על לוח אופקי. אורכי צלעות המסגרת הם a ו-b. המסגרת מחוברת למקור מתח כך שזורם בה זרם I. תיל ישר וארוך, שגם בו זורם זרם I, נמצא על הלוח במקביל לצלע MN של המסגרת ובמרחק a ממנה, כמתואר בתרשים ממבט-על.

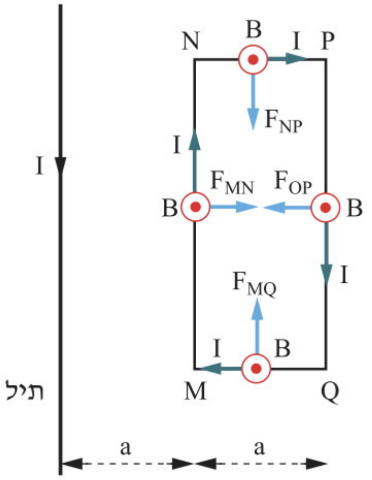
א. מהו כיוון הכוח המגנטי השקול הפועל על המסגרת MNPQ? נמקו.

ב. נתון: a=5[cm], b=20[cm], וגודלו של הכוח המגנטי השקול הפועל על המסגרת MNPQ: $\sum F = 2.16 \cdot 10^{-3}[N]$.

חשבו את גודלו של הזרם I.

ג. הסבירו מדוע בחישוב הכוח המגנטי השקול אין צורך להתחשב בכוחות המגנטיים שצלעות המסגרת מפעילות זו על זו.

פתרון דוגמה מספר (6)



א. כיוון השדה המגנטי שהתיל יוצר באזור התחום על ידי המסגרת הוא החוצה מתוך הדף. כיוון הכוח נקבע לפי כלל יד ימין, מתוך ידיעת כיווני השדה המגנטי והזרם:

- על הצלע MN הכוח פועל לכיוון ימינה ועל הצלע QP הכוח פועל לכיוון שמאלה. מאחר ש-MN קרוב יותר לתיל, הכוח לכיוון ימינה גדול יותר.
- הכוחות F_{NP} ו-F_{MQ} מבטלים זה את זה (משיקולי סימטריה: לכל נקודה על התיל NP שעליה פועל כוח בכיוון מטה, יש נקודה זהה לה מבחינת המרחק בתיל MQ שעליה פועל כוח בעוצמה זהה אבל בכיוון המנוגד - כלפי מעלה), לכן השקול שלהם הוא אפס.

מכאן שסך **הכוח השקול שהתיל מפעיל על המסגרת הוא לכיוון ימינה**.

ב. גודל הזרם:

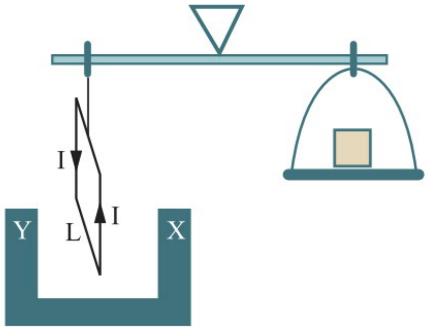
$$\sum F_x = F_{NM} - F_{PQ} = \frac{\mu_0 \cdot I^2 \cdot L}{2\pi \cdot a} - \frac{\mu_0 \cdot I^2 \cdot L}{2\pi \cdot 2a}$$

$$\sum F_x = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot I^2 \cdot 0.2}{2\pi \cdot 0.05} - \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot I^2 \cdot 0.2}{2\pi \cdot 0.1} = 2.16 \cdot 10^{-3}[N]$$

$$I = 73.48[A]$$

ג. אין צורך להתחשב בכוחות המגנטיים שצלעות המסגרת מפעילות זו על זו, מכיוון שהכוח השקול שלהם מתאפס. זה קורה מפני שהכוחות שווים זה לזה בגודל ושונים במגמה על פי החוק השלישי של ניוטון (הכוחות בין התילים הם כוחות פנימיים).

דוגמה מספר (7)



בתוך שדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B=0.8[T]$ נמצאת הצלע התחתונה של מסגרת ריבועית, שאורך צלעה $L=10[cm]$ ומסתה $m=30[gr]$. הצלע התחתונה של המסגרת מאונכת לקווי השדה המגנטי שיוצר המגנט.

המסגרת תלויה בצד השמאלי של מאזניים שווי זרועות ומאוזנים, כשעל צדם הימני מונחת משקולת. במסגרת הריבועית זורם זרם שעוצמתו $0.75[A]$ וכיוונו כמתואר בתרשים.

א. מהו כיוון השדה המגנטי (שיוצר המגנט), אם ידוע שהכוח המגנטי פועל בכיוון כוח הכבידה? נמקו.

ב. מהי קוטביות המגנט? האם X הוא קוטב מגנטי צפוני או דרומי?

ג. חשבו את משקל המשקולת המונחת על הזרוע הימנית של המאזניים.

ד. חשבו את משקל המשקולת שיש להניח על הזרוע הימנית של המאזניים, כדי שהמאזניים יהיו מאוזנים במצב שבו הופכים את כיוון הזרם.

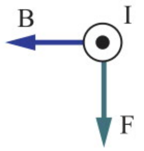
ה. חשבו את משקל המשקולת שיש להניח על הזרוע הימנית של המאזניים, כדי שהמאזניים יהיו מאוזנים כאשר:

[1] מסובבים את המסגרת ב־$90°$ סביב הציר האנכי **ביחס למצבה ההתחלתי**.

[2] מסובבים את המסגרת ב־$30°$ סביב הציר האנכי **ביחס למצבה ההתחלתי**.

[3] הופכים את כיוון השדה המגנטי על ידי החלפת המיקום בין קוטבי המגנט.

פתרון דוגמה מספר (7)



א. כיוון השדה המגנטי הוא מ־X ל־Y על פי כלל יד ימין.

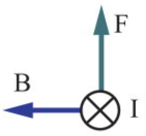
ב. צד המגנט המסומן X הוא קוטב צפוני (כיוון השדה המגנטי הוא מקוטב צפוני לקוטב דרומי).

ג. משקל המשקולת מאזן את מתיחות החוט.

נמצא את המתיחות על פי ניתוח הכוחות הפועלים על המסגרת:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \quad T - mg - IBL = 0$$

$$T = 0.03 \cdot 10 + 0.75 \cdot 0.8 \cdot 0.1 = 0.36[N]$$



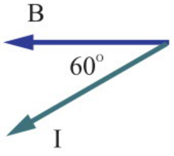
ד. כאשר הופכים את כיוון הזרם, כיוון הכוח המגנטי מתהפך ומכאן:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \quad T - mg + IBL = 0$$

$$T = 0.03 \cdot 10 - 0.75 \cdot 0.8 \cdot 0.1 = 0.24[N]$$

ה. [1] הכוח המגנטי מתאפס כי כיוון הזרם הוא בכיוון השדה המגנטי.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \quad T = mg = 0.03 \cdot 13 = 0.3[N]$$

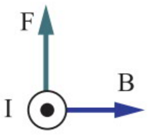


מבט על

[2] כאשר מסובבים את המסגרת ב־$30°$:

$$F_B = IBL\sin\alpha = 0.75 \cdot 0.8 \cdot 0.1 \cdot \sin 60° = 0.052[N]$$

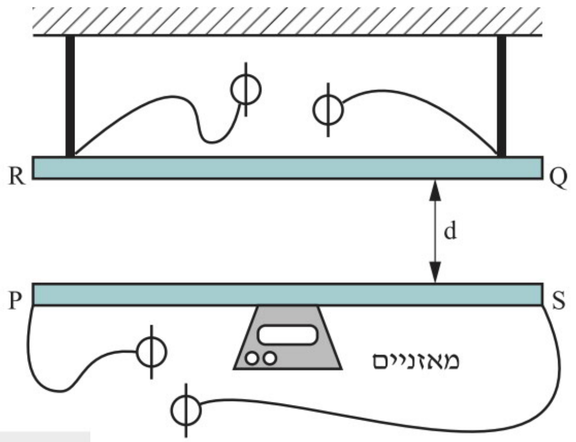
$$T - mg - F_B = 0 \Rightarrow T = 0.03 \cdot 10 + 0.052 = 0.352[N]$$



[3] כאשר הופכים את כיוון השדה המגנטי, כיוון הכוח המגנטי מתהפך ומכאן:

$$T - mg + IBL = 0 \Rightarrow \quad T = 0.03 \cdot 10 - 0.75 \cdot 0.8 \cdot 0.1 = 0.24[N]$$

דוגמה מספר (8)



מערכת מורכבת משני מוטות מוליכים RQ ו-PS, ממאזניים אלקטרוניים מכוילים ביחידות [N] ומתילים. המוטות נמצאים אחד מעל השני במישור אנכי, הם מקבילים זה לזה וארוכים מאוד. האורך L של כל מוט גדול בהרבה מהמרחק d שביניהם. המוט RQ מוחזק במקומו, ודרכו זורם זרם קבוע (בגודל ובכיוון) שעוצמתו I.

המוט PS שמסתו m מונח על המאזניים. מסת התילים זניחה.

מזרימים דרך המוט PS זרם I_1. המאזניים מורים משקל N_1 כך ש-$N_1>mg$.

א. סרטטו את תרשים הכוחות הפועלים על המוט PS.

ב. כיוון הזרם העובר במוט PS הוא מ-P ל-S. מהו כיוון הזרם העובר במוט RQ (מ-R ל-Q או מ-Q ל-R)?

ג. בטאו את המרחק d שבין שני המוטות באמצעות הפרמטרים הנתונים: I, I_1, m, L, N_1. במידת הצורך השתמשו בקבועים פיזיקליים.

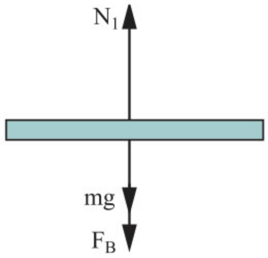
ד. נתון שעוצמת הזרם I_1 קטנה פי 3 מעוצמת הזרם I. נקודה A נמצאת במישור המוטות, והשדה המגנטי השקול בנקודה זו שווה לאפס.

[1] האם הנקודה A נמצאת בין המוטות PS ו-RQ, מעל המוט RQ או מתחת למוט PS? נמקו.

[2] בטאו את המרחק בין נקודה A למוט RQ באמצעות d.

פתרון דוגמה מספר (8)

א. תרשים הכוחות:



ב. הזרם זורם דרך המוט RQ מ-Q ל-R. **הסבר**:

המוט PS נמצא בתוך השדה המגנטי שיוצר המוט RQ . הכוח המגנטי שפועל על המוט PS מכוון **כלפי מטה**. על פי כלל יד ימין, זה יקרה כאשר זורם דרך מוט זה זרם מ-P ל-S (כפי שנתון), רק אם כיוון השדה המגנטי שיוצר המוט RQ הוא "החוצה מהדף". כדי שייווצר שדה מגנטי בכיוון הזה, צריך לזרום זרם דרך המוט RQ בכיוון מ-Q ל-R.

ג. המוט נמצא במנוחה, לכן שקול הכוחות עליו מתאפס:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \quad N_1 - F_B - mg = 0$$

$$F_B = N_1 - mg \Rightarrow \quad \frac{\mu_0 \cdot I \cdot I_1 \cdot L}{2\pi d} = N_1 - mg$$

$$d = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot I_1 \cdot L}{2\pi (N_1 - mg)}$$

ד. [1] כדי שעוצמת השדה השקול תתאפס, שני השדות צריכים להיות מנוגדים בכיוונם. כיוון הזרמים שונה, ולכן (על פי כלל יד ימין) הנקודה A איננה בין המוטות, אלא קרובה יותר לתיל שבו הזרם קטן יותר. לכן היא בהכרח נמצאת מתחת למוט PS.

[2] גודל השדה שנוצר בנקודה A על ידי הזרם I, שווה לגודל השדה שנוצר ב-A על ידי הזרם I_1:

$$\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi x} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi (d+x)} \Rightarrow \frac{I_1}{x} = \frac{3I_1}{(d+x)} \Rightarrow x = \frac{d}{2}$$

כאשר x הוא המרחק מתחת למוט PS.

תרגילים

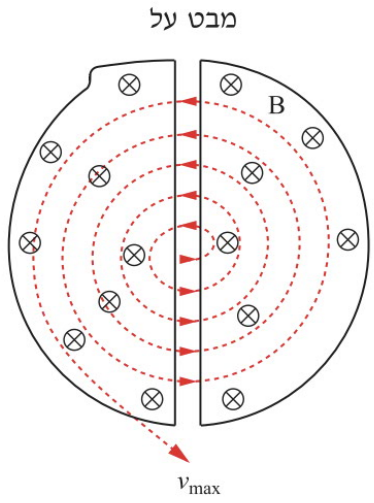
1. חלקיק טעון נע בקו ישר בתוך בורר מהירויות בניצב לשני שדות הניצבים זה לזה: שדה מגנטי שעוצמתו B=0.5[T] ושדה חשמלי שעוצמתו $E=50,000\left[\frac{V}{m}\right]$.

כאשר מבטלים את השדה החשמלי, החלקיק נע בתוך בורר המהירויות במעגל שרדיוסו R=5[cm].

א. חשבו את גודל מהירות החלקיק בבורר המהירויות.

ב. חשבו את המטען הסגולי של החלקיק $\frac{q}{m}$.

2. אלומת פרוטונים נעה בתוך ציקלוטרון, כך שכל פרוטון רכש אנרגיה קינטית של $E_k=8\times10^{-12}\left[J\right]$.
עוצמת השדה המגנטי בציקלוטרון היא B=2[T].



א. מהו גודל מהירות הפרוטונים שהואצו בציקלוטרון כשהם יוצאים ממנו?

ב. מהו הרדיוס המינימלי של הציקלוטרון המאפשר לפרוטונים לרכוש אנרגיה זו?

ג. מהי תדירות מתח החילופין בציקלוטרון ומהי תדירות הסיבוב של הפרוטון?

ד. המתח המתחלף בין חלקי הציקלוטרון הוא 12,500[V].
כמה סיבובים צריך פרוטון להשלים כדי לרכוש אנרגיה קינטית כפי שנתון?

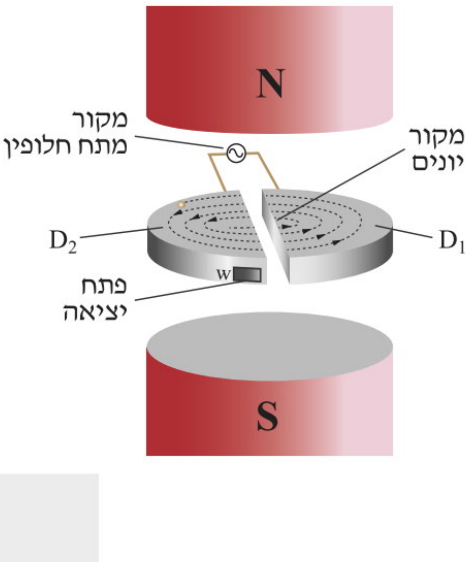
ה. הציקלוטרון מכוון כעת להאצה של חלקיק דיאוטרון, שמסתו היא בקירוב כפולה ממסת הפרוטון.

[1] איזה שינוי יש לבצע במאיץ, אם לא ניתן לשנות את תדירות השדה החשמלי שבין שני ה-"D"?

[2] איזה שינוי יש לבצע במאיץ, אם לא ניתן לשנות את עוצמת השדה המגנטי הפועל בניצב ל-"D"?

3. פרוטון מואץ בציקלוטרון שהמתח המאיץ בו הוא V=2,000[V]

והשדה המגנטי בו B=2[T]. עוצמת השדה החשמלי בין שני חלקי השדה המגנטי היא $E=2,000\left[\frac{V}{m}\right]$. פרוטון מסתובב 750 סיבובים לפני שהוא יוצא מהציקלוטרון.



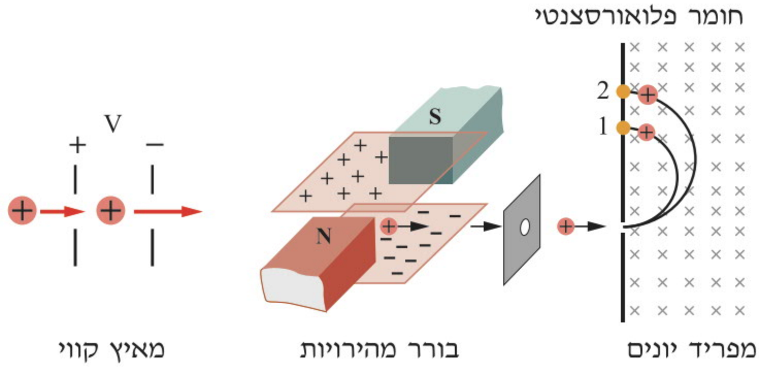
א. מהי האנרגיה החשמלית שרוכש הפרוטון כשהוא עובר 750 סיבובים?

ב. מהי מהירות הפרוטון ביציאתו מהציקלוטרון?

ג. כמה זמן נע הפרוטון בתוך השדה **המגנטי** שבמכשיר?

ד. כמה זמן נע הפרוטון בתוך השדה **החשמלי** שבמכשיר?

4. לחמצן שני איזוטופים שמסותיהם: $m_2 = 2.72 \cdot 10^{-26}[kg]$, $m_1 = 2.56 \cdot 10^{-26}[kg]$. יונים של שני האיזוטופים האלו, שמטענם $q = 1.6 \cdot 10^{-19}[C]$, מואצים על ידי השדה החשמלי במאיץ קווי שבספקטרוגרף–מסות, משם הם נכנסים לבורר מהירויות שבו שוררים שדה חשמלי בעוצמה $E = 10,000\left[\frac{V}{m}\right]$ ושדה מגנטי בעוצמה $B_1 = 0.1[T]$. בצאתם מבורר המהירויות נכנסים היונים לשדה מגנטי שני שעוצמתו $B_2 = 0.5[T]$. כתוצאה מכך הם נעים במסלול חצי מעגלי עד שהם פוגעים בלוח צילום, כמתואר בתרשים.

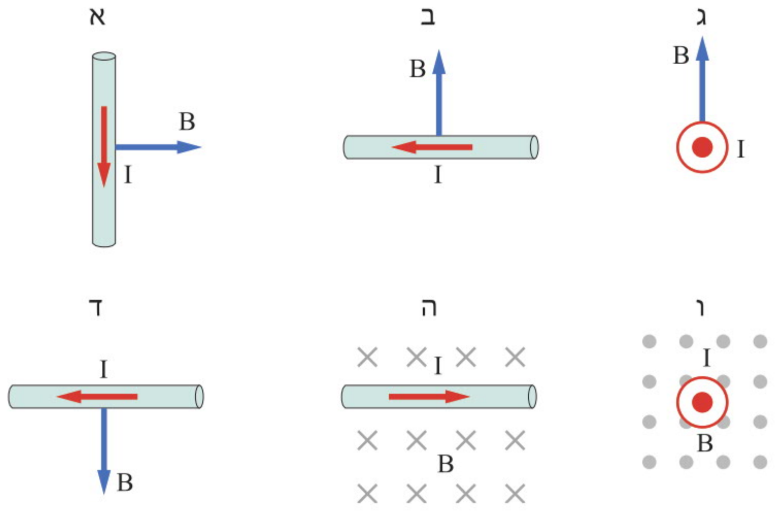


א. מהי מהירות תנועת היונים בבורר המהירויות?

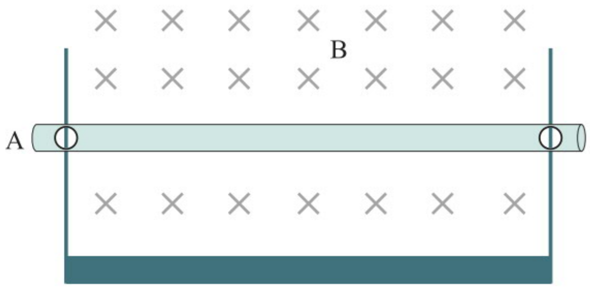
ב. מהו רדיוס הסיבוב של כל אחד מהיונים?

ג. מה המרחקים בין שני הקווים המתקבלים על לוח הצילום?

5. לפניכם שישה מקרים שבהם תיל נושא זרם נמצא בשדה מגנטי אחיד. באיורים נתונים כיווני הזרם והשדה המגנטי. מהו כיוון הכוח המגנטי שפועל על התיל בכל אחד מהמקרים?



6. בתרשים מוצג תיל AB שאורכו L=0.5[m] ומסתו m=200[gr]. התיל חופשי לנוע מעלה ומטה ללא חיכוך. עוצמת השדה המגנטי היא B=0.6[T].



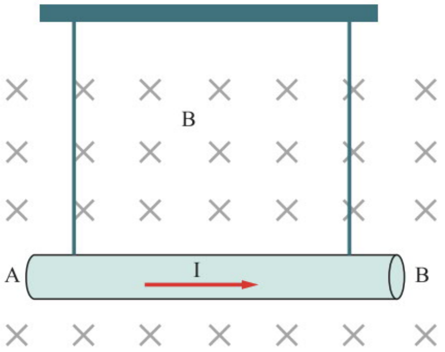
א. מהו הזרם (גודל וכיוון) שצריך לזרום בתיל כדי שהתיל יישאר במקום?

ב. מהו הזרם (גודל וכיוון) שצריך לזרום בתיל כדי שהתיל ינוע בתאוצה שגודלה $a=2\left[\frac{m}{s^2}\right]$:

[1] כלפי מעלה?

[2] כלפי מטה?

7. בתרשים מוצג תיל AB שאורכו L=0.8[m] ומסתו m, המצוי בשדה מגנטי אחיד שעוצמתו B=2[T] וכיוונו פנימה לתוך הדף. התיל תלוי על מוט בשני חוטים. כאשר בתיל זורם זרם $I_1=2[A]$ בכיוון ימינה, המתיחות בכל אחד מהחוטים היא $T=2[N]$.

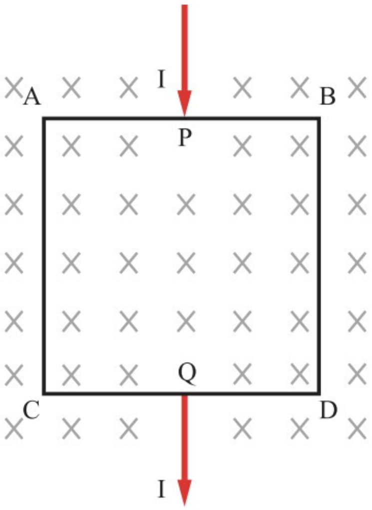


א. מהי מסתו של התיל?

ב. מה תהיה המתיחות בכל אחד מהחוטים, אם אותה עוצמת זרם תזרום בכיוון שמאלה (במקום ימינה)?

ג. מהו הזרם המינימלי (גודל וכיוון) שיגרום לכך שמתיחות החוטים תתאפס?

8. מתיל מוליך הורכבה מסגרת ריבועית, שאורך כל צלע שלה a=2[m] והתנגדות כל אחת מצלעותיה R=10Ω . המסגרת נמצאת בשדה מגנטי אחיד שעוצמתו B=0.6[T]. בנקודה P שנמצאת במרכז הצלע AB מוזרם למסגרת זרם שעוצמתו I=30[A].

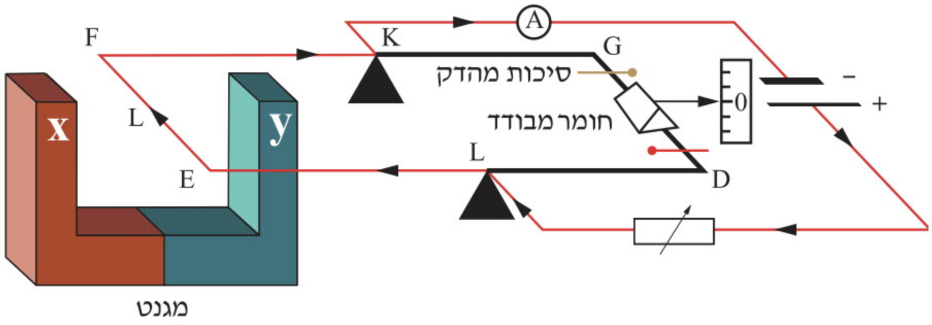


א. מהי ההתנגדות השקולה של המסגרת בין הנקודות P ו-Q?

ב. מהו הזרם בכל ענף של המסגרת?

ג. מהו הכוח המגנטי השקול (גודל וכיוון) הפועל על המסגרת?

9. בתרשים מוצגת מערכת מאזני זרם.



מסגרת DEFG עשויה תיל מוליך ונתמכת בשתי נקודות, K ו–L, כך שהיא חופשייה לנוע סביב הציר KL. המסגרת פתוחה בקטע שבו נמצא חומר מבודד. קטע מסגרת שאורכו L=3[cm] נמצא בתוך שדה מגנטי אחיד שבין קוטבי מגנט. כאשר **לא** עובר זרם במסגרת, היא נמצאת במצב אופקי והמחוג M מצביע על אפס. כשמחברים את מקור המתח, פועל על המסגרת כוח מגנטי F שאותו מאזנים באמצעות סיכות מהדק. המסה של כל סיכה היא m=0.01[kg]. בטבלה שלפניכם רשום מספר הסיכות (N) המאזנות את הכוח המגנטי עבור זרמים שונים (I).

מספר הסיכות N	1	2	3	4	5
עוצמת הזרם I[A]	0.95	2.05	2.95	4.05	5.05

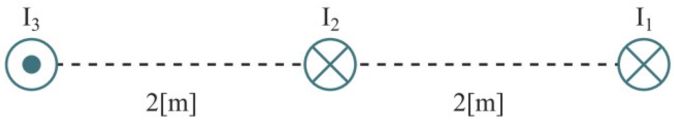
א. מהו כיוון השדה המגנטי? הסבירו.

ב. סרטטו גרף המתאר את הכוח המגנטי F (ביחידות ניוטון) כפונקציה של עוצמת הזרם שזורם במסגרת.

ג. [1] חשבו את שיפוע הגרף וציינו את היחידות של השיפוע.

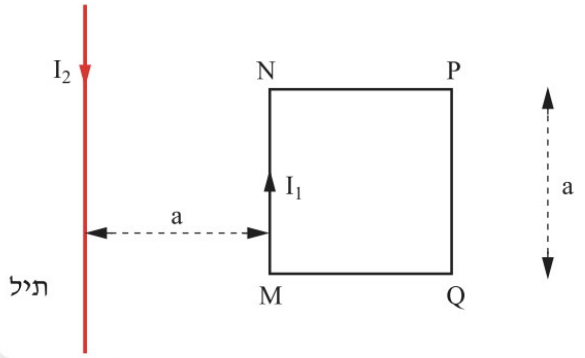
[2] חשבו את עוצמת השדה המגנטי.

10. שלושה תילים ארוכים, ישרים ומקבילים זה לזה נמצאים במרחקים כמתואר בתרשים. התיל הימני נושא זרם שעוצמתו $I_1 = 4[A]$ במגמה אל תוך הדף, התיל האמצעי נושא זרם שעוצמתו $I_2 = 8[A]$ במגמה אל תוך הדף, והתיל השמאלי נושא זרם שעוצמתו $I_3 = 6[A]$ במגמה אל מחוץ לדף.



מהו גודלו ומהו כיוונו של הכוח ליחידת אורך, הפועל על כל אחד מהתילים?

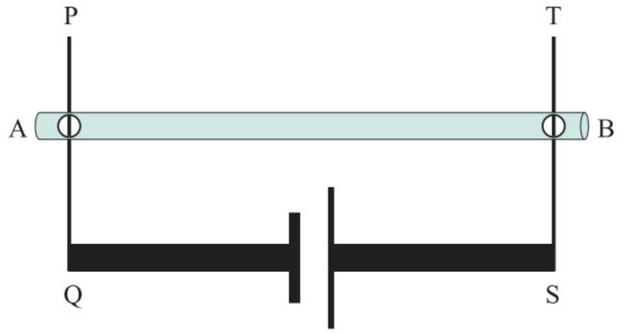
11. מסגרת מוליכה ריבועית MNPQ מונחת על לוח אופקי. אורך צלע המסגרת הוא a=0.5[m]. המסגרת מחוברת למקור מתח באופן שזורם בה זרם I_1=8[A]. תיל ישר וארוך שבו זורם זרם I_2=4[A] נמצא על הלוח במקביל לצלע MN של המסגרת ובמרחק a ממנה. בתרשים מתוארת המערכת באופן סכמתי במבט-על.



א. מהו כיוון הכוח המגנטי הפועל על המסגרת MNPQ? נמקו.

ב. חשבו את גודלו של הכוח המגנטי הפועל על המסגרת.

12. בתרשים מוצג תיל TSQP המחובר לספק ותיל AB שאורכו L. הקטע QS בתיל TSQP מהודק למשטח אופקי והזרועות TS ו-PQ ניצבות למשטח. התיל AB חופשי לנוע ללא חיכוך לאורך הזרועות TS ו-PQ, במקביל ל-QS. במעגל שנוצר BSQA זורם זרם I. הזניחו את השדה המגנטי של כדור הארץ ואת השדות המגנטיים שיוצרים הקטעים הניצבים של התיל. כמו כן, הניחו כי QS << AQ, כלומר אפשר להתייחס אל השדה המגנטי שהתיל QS יוצר כאל שדה הנוצר על ידי תיל אינסופי. מסת התיל AB היא m, והוא נמצא בשיווי משקל בגובה h_1 מעל הקטע QS.



א. מהו כיוון השדה המגנטי שיוצר התיל QS בקרבת התיל AB? נמקו.

ב. ציינו מהם הכוחות הפועלים על התיל AB במצב זה.

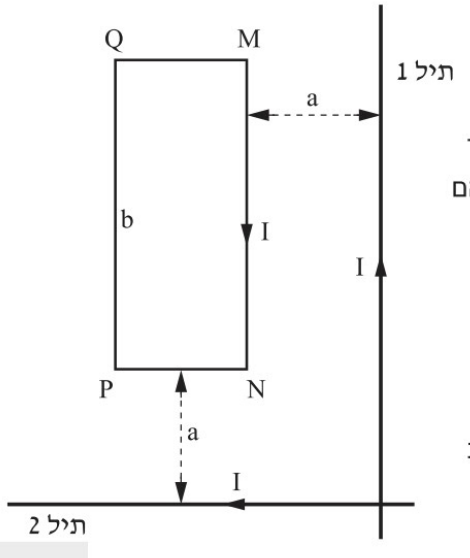
ג. נתונים L=100[cm], h_1=0.4[cm], m=10[gr]. חשבו את I.

מוסיפים שדה מגנטי אחיד בניצב למישור הדף, ובעקבות זאת גובה התיל AB במצב שיווי משקל הוא h_2=0.5[cm] מעל הקטע QS.

ד. מהו כיוון השדה הנוסף – לתוך הדף או החוצה ממנו? נמקו.

ה. חשבו את עוצמת השדה הנוסף.

13. מסגרת מלבנית מוליכה MNPQ מונחת על לוח אופקי. אורכי צלעות המסגרת הם a ו-b. המסגרת מחוברת למקור מתח, באופן שזורם בה זרם I. שני תילים ישרים וארוכים שגם בהם זורם זרם I נמצאים על הלוח, האחד במקביל לצלע MN והאחר במקביל לצלע NP של המסגרת, וכל אחד מהם במרחק a מהמסגרת.



בתרשים שלפניכם מתוארת המערכת באופן סכמתי במבט-על. נתונים: a=5[cm], b=20[cm], I=73[A].

א. חשבו את הכוח המגנטי השקול (גודל וכיוון) הפועל על המסגרת MNPQ.

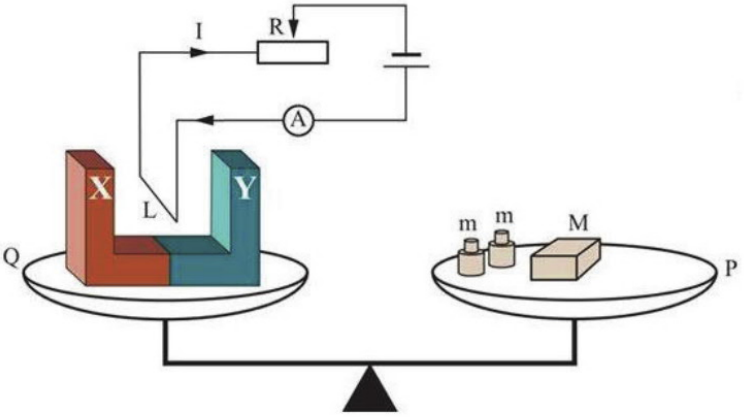
ב. הסבירו מדוע בחישוב הכוח המגנטי השקול אין צורך להתחשב בכוחות המגנטיים שצלעות המסגרת מפעילות זו על זו.

14. בתרשים שלפניכם מתוארת מערכת מאזני זרם. חלק התיל שאורכו L הוא אופקי ונמצא בתוך שדה מגנטי אופקי B שנוצר על ידי מגנט פרסה (קוטבי המגנט מסומנים כ־X ו־Y). המגנט מונח על כף אחת של המאזניים Q. על הכף השנייה P מונחת מסה M המאזנת את המגנט כאשר **לא זורם** זרם בתיל. כאשר זורם בתיל זרם I, כף המאזניים Q יורדת כלפי מטה וניתן להחזיר את המאזניים לאיזון על ידי הוספת משקולות זהות, שמסת כל אחת מהן m, לכף P.

א. סרטטו תרשים של הכוחות הפועלים על המגנט במצב שבו זורם זרם בתיל והמאזניים מאוזנים.

ב. מהו כיוון השדה המגנטי (מ־X ל־Y או מ־Y ל־X)? נמקו.

נתונים: מתח המקור $V=8[V]$, התנגדות הנגד המשתנה במצב המתואר $R=2\Omega$, $L=5[cm]$, $M=0.04[kg]$.



ג. חשבו את גודלו ואת כיוונו של הכוח המגנטי הפועל על התיל במצב שבו נדרש להוסיף שתי משקולות, שמסת כל אחת מהן $m=0.01[kg]$, כדי לאזן את המאזניים.

ד. חשבו את עוצמת השדה המגנטי שנוצר על ידי המגנט עבור המצב המתואר בסעיף ג.

ה. בזרם מסוים המאזניים היו מאוזנים בכדור הארץ. האם המאזניים יהיו מאוזנים באותה עוצמת זרם גם על הירח? נמקו.

15. מסגרת ריבועית מוליכה ABCD שאורך צלעה a נושאת זרם I, שכיוונו עם כיוון השעון. במישור המסגרת וברוחק a משני צדדיה נמצאים שני תילים מוליכים ישרים, ארוכים מאוד ומקבילים זה לזה, הנושאים זרם I כל אחד (תרשים א).

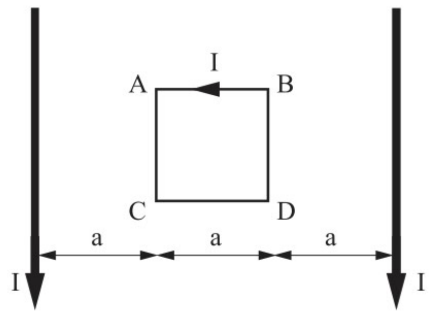
א. מהו גודל וכיוון הכוח המגנטי השקול המופעל על המסגרת על ידי שני התילים?

ב. מציבים את התילים כך שהמסגרת נמצאת בין התילים במישור המאונך להם (תרשים ב).

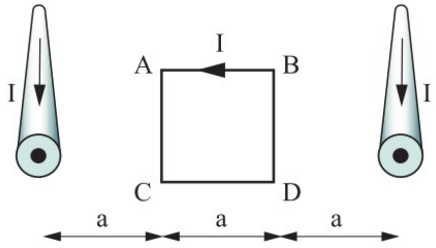
מהו גודלו של הכוח המגנטי השקול המופעל על המסגרת על ידי שני התילים? הסבירו.

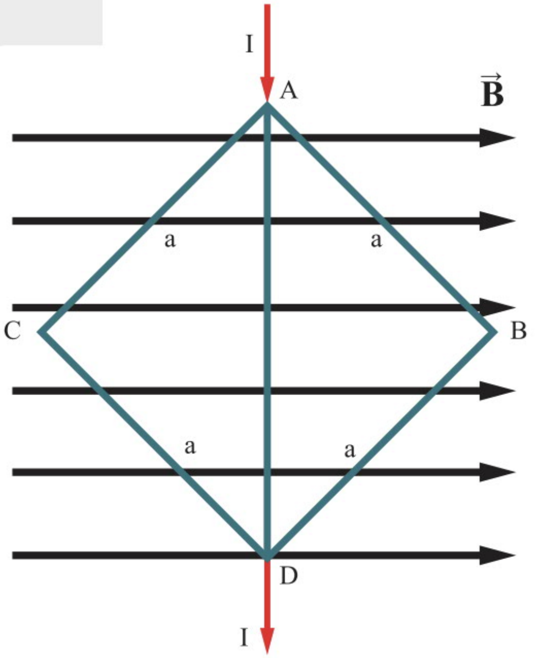
ג. הופכים את כיוון הזרם בתיל הימני, בתנאים של סעיף ב. מהו גודל הכוח המגנטי השקול הפועל על המסגרת?

תרשים א



תרשים ב

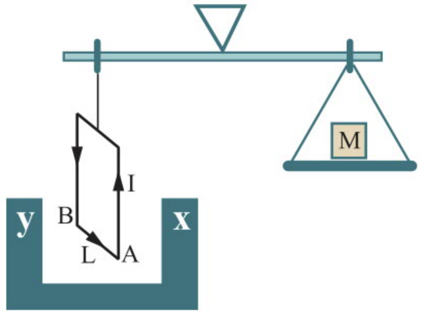




16. בתיל מוליך, שהתנגדותו ליחידת אורך $\lambda = 10\left[\frac{\Omega}{m}\right]$, הורכבה המסגרת המתוארת בתרשים: ריבוע שאורך צלעו $a = 2[m]$ ואלכסונו. המערכת נמצאת בשדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B=0.5[T]$, המכוון ימינה.

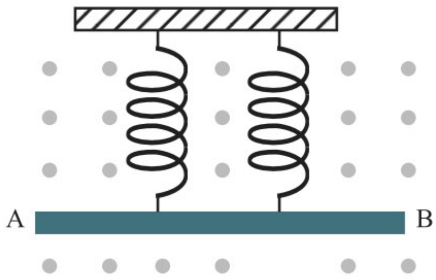
בנקודה A מוזרם אל תוך המסגרת זרם $I = 50[A]$.

א. מהי ההתנגדות השקולה של המסגרת בין הנקודות A ו־D?
ב. מהו הזרם בכל ענף של המסגרת?
ג. מהו הכוח המגנטי השקול (גודל וכיוון) הפועל על המסגרת?



17. בתוך שדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B=2[T]$, נמצאת הצלע התחתונה של מסגרת ריבועית שאורך צלעה $L=20[cm]$ ומסתה $m=80[gr]$. צלע המסגרת מאונכת לקווי השדה המגנטי שיוצר המגנט. המסגרת תלויה בצד השמאלי של מאזניים שווי זרועות **כשהם מאוזנים**, כאשר על צדם הימני מונחת משקולת $M=0.05[kg]$. במסגרת הריבועית זורם זרם שעוצמתו I וכיוונו מ־B ל־A, כמתואר בתרשים.

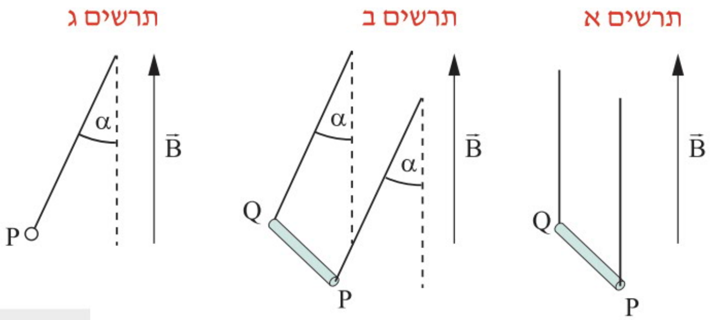
א. מהו גודל וכיוון הכוח המגנטי הפועל על התיל? נמקו.
ב. מהו כיוון השדה המגנטי שיוצר המגנט?
ג. חשבו את עוצמת הזרם החשמלי העובר דרך התיל.
ד. חשבו את משקל המשקולת שיש להוסיף לזרוע הימנית של המאזניים, כדי שהמאזניים יהיו מאוזנים כאשר הופכים את כיוון הזרם.
ה. מסובבים את המסגרת ב־$90°$ סביב הציר האנכי ביחס למצבה ההתחלתי. כדי שהמאזניים יהיו מאוזנים, האם יש להוסיף משקולת ל־M או להניח במקומה משקולת קטנה יותר? נמקו.



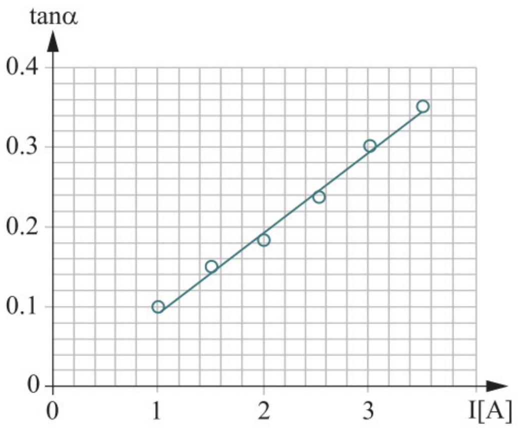
18. תיל שמסתו $m=50[gr]$ ואורכו $L=0.8[m]$ תלוי על שני קפיצים קלים וזהים. כתוצאה מכך מתארך כל אחד מהקפיצים ב־$2[cm]$. באזור שבו נמצאת המערכת פועל שדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B=0.4[T]$ וכיוונו אל מחוץ לדף.

א. מה צריכה להיות עוצמת הזרם I ומה כיוונו (מ־A ל־B או מ־B ל־A) על מנת שהקפיצים יהיו רפויים? נמקו.
ב. מה צריכה להיות עוצמת הזרם I ומה כיוונו (מ־A ל־B או מ־B ל־A) על מנת שכל אחד מהקפיצים יתארך ב־$4[cm]$ ביחס למצבו הרפוי? נמקו.
ג. מה צריכה להיות עוצמת הזרם I ומה כיוונו (מ־A ל־B או מ־B ל־A) על מנת שכל אחד מהקפיצים יתארך ב־$1[cm]$ ביחס למצבו הרפוי? נמקו.

19. במעבדה שורר שדה מגנטי אחיד B מאונך לקרקע וכיוונו כלפי מעלה. תלמיד רצה למדוד את גודל השדה. לשם כך הוא השתמש במוט מוליך גלילי PQ. התלמיד קשר את קצות המוט לשני חוטים זהים. החוטים קשורים בקצותיהם האחרים לשתי נקודות הנמצאות באותו גובה, כמתואר בתרשים א, כך שהמוט PQ נותר תמיד מקביל לקרקע.



כאשר התלמיד העביר זרם חשמלי במוט PQ, המוט סטה ממקומו. המוט התייצב כך שנוצרה זווית α בין כל אחד משני החוטים לבין הכיוון האנכי, כמתואר בתרשים ב.



א. בתרשים ג המוט מסורטט כך שרואים את הקצה P שלו. העתיקו את התרשים וסרטטו בו את כל הכוחות הפועלים על המוט PQ.

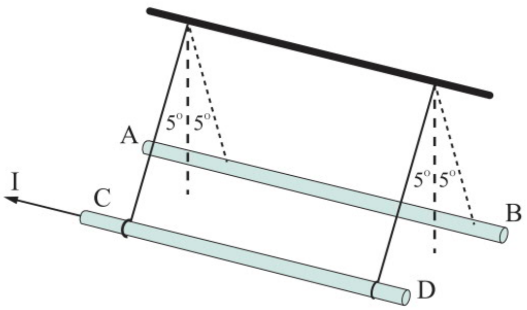
ב. מהו כיוון הזרם במוט (מ-P ל-Q או מ-Q ל-P)? נמקו.

ג. התלמיד שינה כמה פעמים את עוצמת הזרם במוט ומדד בכל פעם את עוצמת הזרם I ואת זווית הסטייה α. תוצאות המדידה מתוארות בגרף.
בלי להסתמך על תוצאות המדידות, פתחו ביטוי מתמטי המקשר בין זווית הסטייה α לבין עוצמת הזרם I.

ד. ציינו מהם שני המשתנים שיש ביניהם יחס ישר.

ה. נתון כי אורך המוט PQ הוא L=0.2[m] ומסתו היא m=10[gr]. חשבו בעזרת הגרף את עוצמת השדה המגנטי B.

20. שני תילים ארוכים מאוד AB ו-CD תלויים כל אחד בעזרת שני חוטים קלים, שאורך כל אחד מהם d=0.5[m]. דרך כל אחד מהתילים זורם זרם שעוצמתו I. כאשר כיוון הזרם בתיל CD הוא מימין לשמאל, מתרחקים שני התילים ומגיעים למצב שיווי משקל, שבו כל אחד מהחוטים נפרש בזווית α=5° ביחס לאנך. נתון שמסת כל אחד מהתילים היא m=10[gr] ואורך כל אחד מהם L=1[m].



א. מהו כיוון השדה המגנטי שיוצר התיל CD באזור שבו נמצא התיל AB? נמקו.

ב. מהו כיוון הזרם בתיל AB? הסבירו.

ג. סרטטו תרשים של הכוחות הפועלים על המוט AB. רשמו את המשוואות במצב שיווי משקל, וחשבו את עוצמת הזרם I.

ד. האם ייתכן מצב שבו הזווית בין שני החוטים תהיה 180 מעלות? נמקו.

ה. מה יקרה לזווית הפריסה של כל תיל ביחס לאנך (האם היא תגדל, תקטן או לא תשתנה) אם יתווסף שדה מגנטי: [1] בכיוון מטה? [2] בכיוון התילים (מ-C ל-D)?

18 כא"מ מושרה, חוק פאראדיי וחוק לנץ

רקע תיאורטי

בפרק 15 תיארנו את תגליתו של המדען האנס כריסטיאן אורסטד (Ørsted), שלפיה תיל נושא זרם יוצר סביבו שדה מגנטי. מתברר כי מתקיימת גם תופעה הפוכה, שהתגלתה במאה ה–19 על ידי הפיזיקאי והכימאי האנגלי מייקל פאראדיי (Faraday): שדה מגנטי יכול לגרום להיווצרות של זרם חשמלי בתיל שנמצא בתחום השפעתו. תופעה זו ידועה בשם **השראה אלקטרומגנטית** והיא נחשבת לאחת התגליות המשמעותיות במדע.

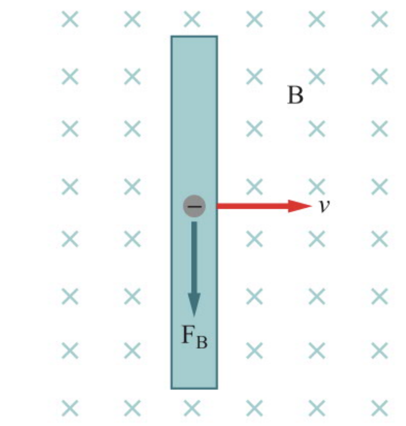
בפרק זה נעסוק תחילה בהשראה אלקטרומגנטית שנגרמת כתוצאה מתנועת מוליך בתוך שדה מגנטי. בהמשך נכיר את המושג "**שטף מגנטי**", וניעזר בו כדי להכליל את החוקיות הקשורה בהיווצרות השראה אלקטרומגנטית (**חוק פאראדיי**) והכיווניות שלה (**חוק לנץ**).

מוט מוליך נע בשדה חשמלי: קיטוב מטענים וכא"מ מושרה

מוט מוליך שאורכו L נמצא בתוך שדה מגנטי B. נניח כי המוט נע ימינה במהירות קבועה v בכיוון ניצב לכיוון השדה.

כפי שראינו בפרק הקודם, על כל אחד מה**אלקטרונים** במוליך פועל **כוח לורנץ** בכיוון מטה (על פי כלל יד ימין, תרשים א). כתוצאה מכך מצטברים אלקטרונים חופשיים בקצהו האחד של המוליך, ובקצה השני של המוליך ייווצר עודף של מטענים חיוביים. באופן זה מתקבלת **הפרדת מטענים**, קיטוב חשמלי בדומה לזה שקיים על קצות סוללה חשמלית.

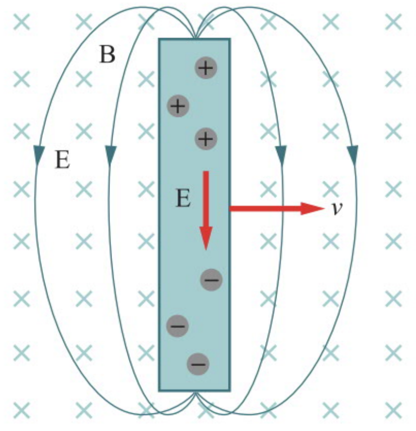
תרשים א



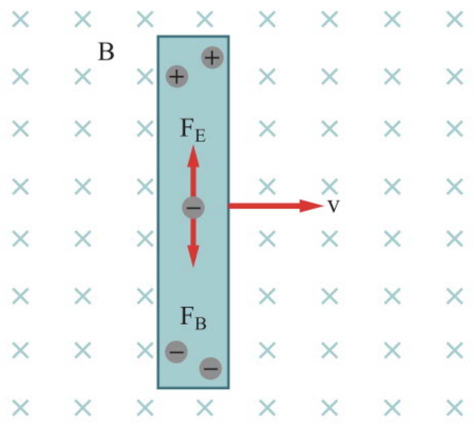
במהלך הקיטוב מתרחשת **תנועה של מטענים**, כלומר **נוצר זרם רגעי**.

קיטוב המטענים החשמליים יוצר **הפרש פוטנציאלים** בין קצות המוליך, וכתוצאה מכך נוצר **שדה חשמלי** E מחוץ למוליך ובתוכו, שדה שכיוונו כלפי מטה (תרשים ב). שדה זה מפעיל על האלקטרונים **כוח חשמלי**, שכיוונו הפוך לכיוון השדה החשמלי, כלומר כלפי **מעלה** (בכיוון המנוגד לכוח לורנץ), כמתואר בתרשים ג.

תרשים ב



תרשים ג



הזרם הרגעי שנוצר במהלך הקיטוב נפסק כאשר הכוחות (החשמלי והמגנטי) הפועלים על האלקטרונים משתווים.

ברגע הזה תנועת האלקטרונים נפסקת והפרש הפוטנציאלים בין קצות המוט מגיע לערכו המרבי.

הפרש הפוטנציאלים המתפתח במוט כתוצאה מתנועתו בשדה מגנטי נקרא **כא"מ מושרה** (תזכורת: כא"מ = כוח אלקטרומניע).

נחשב כעת את גודלו של הכא"מ המושרה שנוצר בין קצות המוט.

חישוב ערך הכא"מ המושרה

במצב שבו מסתיימת תנועת האלקטרונים לאורך המוט המוליך, שקול הכוחות שווה לאפס, $\vec{F}_E + \vec{F}_B = 0$ כלומר:

$$qE - qvB\sin\alpha = 0$$

מכאן שבמקרה הכללי: $E = vB\sin\alpha = v_\perp \cdot B$

אם כיוון המהירות ניצב לכיוון השדה ($\sin\alpha = 1$ כמתואר בתרשים), נקבל: $E = v \cdot B$

אנו יודעים גם שאת השדה החשמלי אפשר לבטא באופן הבא: $E = \frac{V}{\Delta x} = \frac{\varepsilon}{L}$

כאשר L הוא אורך המוט ו-ε הכא"מ המושרה, ששווה להפרש הפוטנציאלים בין קצות המוט.

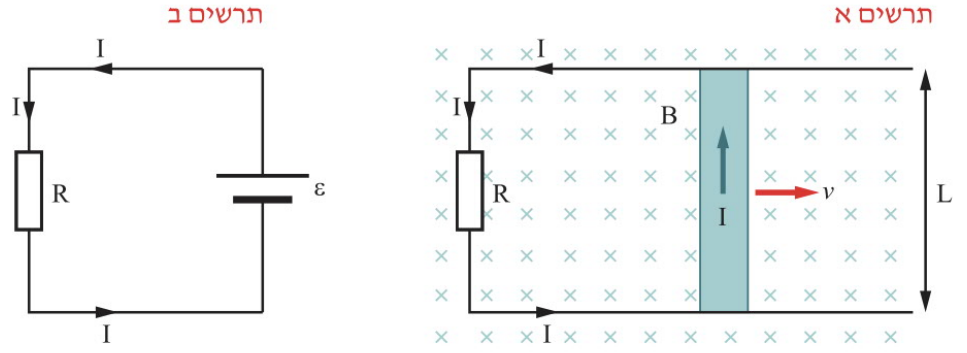
מכאן נקבל: $E = v_\perp \cdot B = \frac{\varepsilon}{L}$

כלומר, גודל הכא"מ המושרה בין קצות המוט הוא: $\varepsilon = v_\perp LB = vLB\sin\alpha$

זרם מושרה רציף

אם נרצה שהזרם דרך המוט המוליך יהיה רציף (ולא רגעי), נוכל לחבר מעגל חשמלי באופן הבא:

נניח את קצות המוט המוליך על מסגרת מוליכה קבועה שמכילה נגד שהתנגדותו R. כאשר המוט נע בתוך השדה המגנטי, נוצר בו קיטוב מטענים כפי שראינו. חיבור המוט למסגרת מוליכה שקול לחיבור המעגל לסוללה. כל עוד המוט ימשיך לנוע בשדה המגנטי במהירות קבועה כשהוא מחליק על המסגרת, יתקיים הקיטוב במוט ויתקבל מעגל חשמלי סגור שבו זורם זרם (תרשים א). בתרשים ב מתואר המעגל החשמלי השקול.

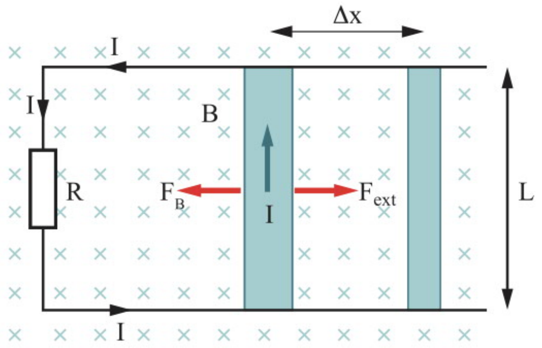


נשים לב לנקודות הבאות:

1. כיוון כוח לורנץ שפועל על האלקטרונים שבמוליך קובע את כיוון הזרם המושרה במעגל.
2. כיוון חיבור הסוללה (במעגל השקול) הוא בהתאם לכיוון הזרם המושרה.
3. עוצמת הזרם המושרה מחושבת לפי חוק אוהם: $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{v_\perp LB}{R}$.
4. הספק החום המתפתח על הנגד: $P = I^2 \cdot R = \left(\frac{v_\perp LB}{R}\right)^2 \cdot R = \frac{v_\perp^2 L^2 B^2}{R}$.

כוחות הפועלים על מוליך נושא זרם הנע בשדה מגנטי

מקורה של האנרגיה המתפתחת בנגד היא בהזזת המוליך בתוך השדה המגנטי, פעולה שכדי לבצע אותה **יש צורך בהפעלת כוח חיצוני** שמבצע **עבודה**.



על המוט המוליך הנע בשדה המגנטי פועלים שני כוחות: **כוח חיצוני** בכיוון **ימינה**, ו**כוח מגנטי** (שנקרא גם כוח מושרה), שאותו מפעיל השדה B על המוליך שבו זורם זרם, וכיוונו **שמאלה** על פי כלל היד הימנית.

אם נניח שהמוט נע בתנועה קצובה, הרי ששקול הכוחות שווה לאפס:
$\vec{F}_{ext} + \vec{F}_B = 0$.

גודלו של הכוח המגנטי הוא (כפי שראינו בפרק הקודם): $F_B = I \cdot L \cdot B \cdot \sin\alpha$ ומכאן: $F_{ext} = F_B = I \cdot L \cdot B \cdot \sin\alpha$

עבודת הכוח החיצוני והכא"מ המושרה

העבודה שנעשית על ידי הכוח החיצוני כאשר ההעתק של המוט שווה ל-Δx היא:

$$W = F_{ext} \cdot \Delta x = ILB \sin\alpha \cdot \Delta x$$

כאשר התנועה קצובה, מתקיים: $\Delta x = v \cdot \Delta t$ ומכאן: $W = F_{ext} \cdot \Delta x = ILB \sin\alpha \cdot v \cdot \Delta t$

נשתמש בהגדרת הזרם החשמלי: $\Delta q = I \cdot \Delta t \quad \Rightarrow \quad I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ ומכאן: $W = LB \cdot v_\perp \cdot \Delta q$

מכאן ש**עבודת הכוח החיצוני ליחידת מטען** היא: $\frac{W}{\Delta q} = \frac{BL \cdot v_\perp \cdot \Delta q}{\Delta q} = v_\perp LB$

ביטוי זה זהה לביטוי שקיבלנו עבור הכא"מ המושרה שנוצר בין קצות המוט הנע בשדה המגנטי, $\varepsilon = v_\perp LB$.

מסקנה: עבודת הכוח החיצוני היא המקור לאנרגיה החשמלית במעגל.

מכיוון שראינו שהכוח המגנטי הפועל על המוט המוליך שווה בגודלו לכוח החיצוני, גם העבודה שהם מבצעים שווה.

הקשר בין הספק הכוח החיצוני לבין הספק החום המתפתח בנגד

כאשר ההתנגדות הכוללת של המעגל היא R, עוצמת הזרם המושרה היא: $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{v_\perp LB}{R}$

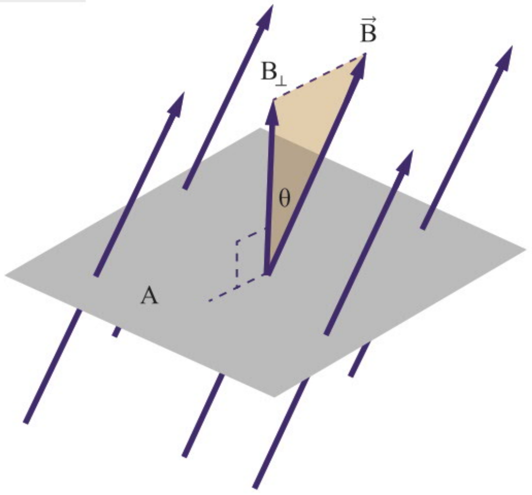
הספק החום המתפתח בנגד שווה ל: $P = I^2 \cdot R = \left(\frac{v_\perp LB}{R}\right)^2 \cdot R = \frac{v_\perp^2 L^2 B^2}{R}$

הספק הכוח החיצוני שווה לעבודת הכוח החיצוני (השווה בגודלה לעבודת הכוח המגנטי) ביחידת זמן:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F_{ext} \cdot \Delta x}{\Delta t} = F_{ext} \cdot v = I \cdot L \cdot B \cdot v_\perp = \frac{\varepsilon}{R} \cdot L \cdot B \cdot v_\perp = \frac{v_\perp LB}{R} \cdot L \cdot B \cdot v_\perp = \frac{v_\perp^2 L^2 B^2}{R}$$

מסקנה: הספק החום המתפתח בנגד שווה להספק הכוח החיצוני F_{ext}.

שטף מגנטי



בפרק 3 שעסק באלקטרוסטטיקה ובחוק גאוס, הגדרנו את מושג השטף עבור השדה החשמלי. באופן דומה ניתן להגדיר שטף עבור השדה המגנטי:

שטף מגנטי Φ דרך משטח שגודלו A מוגדר כמכפלה של השטח ברכיב השדה המגנטי הניצב למשטח:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos\theta = B_{\perp} \cdot A$$

לעיתים מקובל לסמן את השטף המגנטי באות קטנה ϕ.

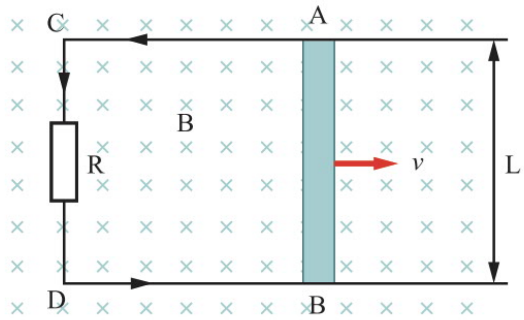
יחידת המידה של שטף מגנטי נקראת **וֶבֶּר** (Weber), על שמו של הפיזיקאי הגרמני וילהלם אדוארד ובר) וסימונה [Wb].

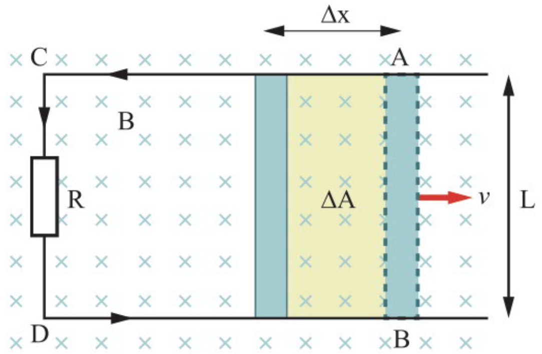
וֶבֶּר אחר (1[Wb]) הוא השטף של שדה שעוצמתו טסלה אחת (1[T]), העובר דרך שטח שגודלו מטר רבוע ($1[m^2]$), כאשר קווי השדה ניצבים למשטח: $1[Wb]=1[T]\cdot 1[m^2]$.

בהמשך פרק זה נראה את הקשר בין השטף המגנטי לבין הכא"מ המושרה.

חוק ההשראה של פאראדיי

עד כה תיארנו את תהליך יצירת הכא"מ המושרה במעגל שבו מוט מוליך שאורכו L נע ימינה במהירות קבועה v בתוך שדה מגנטי אחיד B, בעזרת **ניתוח כוחות הפועלים על המוט**. מתוך הגדרת השטף המגנטי, נוכל להסיק כי הנעת המוט בשדה המגנטי מלווה גם **בשינוי של השטף המגנטי** שעובר דרך הכריכה, המשטח המוגדר בין המוט הנע והמסגרת המוליכה (ABCD).





כאשר המוט מועתק ימינה בשיעור Δx, שטח הכריכה ABCD יגדל בשיעור $\Delta A = L \cdot \Delta x$. כתוצאה מכך תגדל המכפלה של השדה המגנטי בשטח שהוא עובר דרכו ובניצב לו. כפי שראינו, מכפלה זו מוגדרת כשטף מגנטי המסומן ב־Φ כך ש: $\Phi = B_{\perp} \cdot A$.

שינוי השטף ΔΦ עקב תנועת המוט AB בשיעור Δx יהיה (עבור שדה מגנטי קבוע במרחב ובזמן):

$$\Delta\Phi = B \cdot \Delta A = B \cdot L \cdot \Delta x$$

בפרק הזמן Δt, שבו עובר המוט את המרחק Δx, מתרחש שינוי בשטף. קצב השינוי בשטף הוא:

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B \cdot L \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

הגודל $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ שווה למהירות המוט v, מכאן: $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = v \cdot B \cdot L$. ביטוי זה שווה לביטוי שהתקבל כאשר חישבנו את הכא״מ המושרה שנוצר עקב תנועת המוט. מכאן: $\varepsilon = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$.

מסקנה: גודלו של **הכא״מ המושרה** במעגל חשמלי סגור **שווה לקצב השינוי בשטף המגנטי** דרכו.

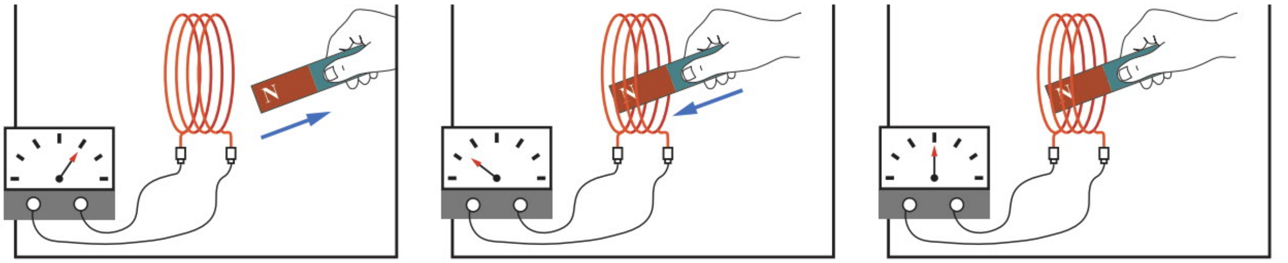
חוק ניסיוני זה נקרא ״**חוק פאראדיי**״.

את כיוונו של הכא״מ המושרה נלמד לקבוע בהמשך הפרק.

הכללה של חוק פאראדיי

מתברר שהמסקנה הנקראת על שמו של פאראדיי אינה ייחודית למקרה שתיארנו (של מוט הנע כשהוא מחובר למסגרת בשדה מגנטי), אלא תקפה במקרים רבים נוספים. הנה מספר הדגמות שבהן ניתן לצפות בתופעה זו:

1. מגנט מתקרב ומתרחק מסליל שדרכו זורם זרם. כאשר המגנט מתקרב לסליל, יותר קווי שדה חודרים דרך השטח הכלוא בסליל, כלומר השטף המגנטי גדל, וכתוצאה מכך יתקבל כא״מ מושרה שיגרום לזרם מושרה (שכיוונו תלוי בכיוון השדה). כאשר המגנט יתרחק מהסליל, השטף המגנטי יקטן, ושוב יתקבל כא״מ מושרה שיגרום לזרם מושרה בכיוון ההפוך.

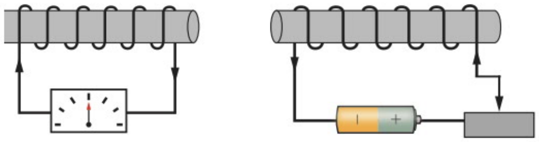


א. מגנט במנוחה ב. הכנסת מגנט לסליל ג. הוצאת מגנט מהסליל

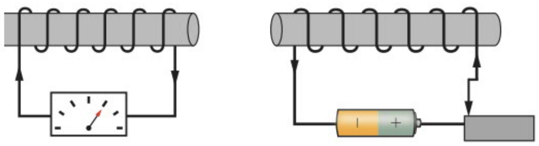
2. שני סלילים מונחים זה לצד זה, כאשר אחד מהם מחובר למקור מתח ולנגד משתנה (בטור), והשני למד־זרם (ללא מקור מתח). כאשר בסליל הראשון זורם זרם קבוע, לא קורה דבר בסליל השני. הזרם החשמלי הזה יוצר שדה מגנטי במרחב סביבו, כולל באזור שבו נמצא הסליל השני.

כאשר מגדילים את עוצמת הזרם בסליל הראשון (על ידי הקטנת ההתנגדות), השדה המגנטי באזור הסליל השני גדל, והמשמעות היא שינוי בשטף המגנטי הכלוא בסליל. כתוצאה מכך נוצר כא״מ מושרה וכן זרם מושרה דרך הסליל השני.

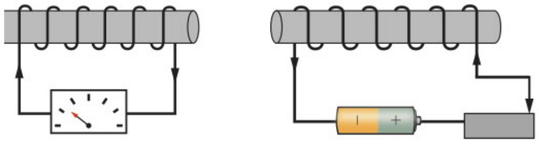
כאשר מקטינים את עוצמת הזרם בסליל הראשון על ידי הגדלת ההתנגדות, שוב ישתנה השטף המגנטי דרך הסליל השני, וכתוצאה מכך ייווצר בו זרם, הפעם בכיוון ההפוך.



זרם קבוע בסליל הראשון



הגדלת הזרם בסליל הראשון



הקטנת הזרם בסליל הראשון

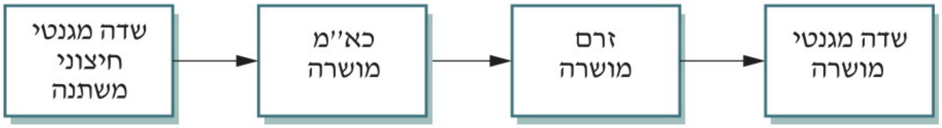
מסקנה: חוק פאראדיי הוא בעל משמעות כללית ואינו מוגבל רק למקרה של תנועת מוליך בתוך שדה מגנטי. בכל פעם שיש **שינוי בזמן של השטף המגנטי** במעגל חשמלי, השינוי מלווה **ביצירת כא״מ מושרה** היוצר **זרם מושרה**.

הקשר $\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ נכון לכל מעגל חשמלי שיש בו שינוי של השטף המגנטי בזמן, בין אם השינוי נגרם כתוצאה מתנועת מוליך בשדה המגנטי או באופן אחר, כפי שראינו בדוגמאות האחרונות.

הערה: שתי הדוגמאות האחרונות הציגו שינוי שטף בסליל. כפי שכבר הוצג בפרקים קודמים, ניתן להתייחס לסליל כאל N כריכות זהות המחוברות בטור, כאשר בכל כריכה נוצר כא"מ מושרה הנובע משינוי השטף באותה כריכה $\varepsilon_i = \frac{\Delta\Phi_i}{\Delta t}$. הכא"מ הכולל בסליל שווה לסכום הכא"מים בכריכות הבודדות, $\varepsilon_{total} = N\frac{\Delta\Phi_i}{\Delta t}$.

חוק לנץ: מציאת כיוון הזרם המושרה

ראינו שבעקבות שינוי בשטף נוצר כא"מ מושרה שיוצר זרם מושרה. כידוע, כל זרם יוצר סביבו שדה מגנטי. לכן הזרם המושרה יוצר מסביבו שדה **מגנטי מושרה**. שדה מגנטי זה מתווסף לשדה המגנטי החיצוני, שהשינוי שלו יצר את הכא"מ המושרה.



בעזרת חוק פאראדיי מצאנו את גודלו של הכא"מ המושרה (השווה לקצב שינוי השטף המגנטי), ומתוך ידיעת ההתנגדות – גם את גודלו של הזרם המושרה. אך מהו כיוונו של הזרם המושרה שנוצר?

לצורך מציאת כיוון הזרם נקבעו הכללים הבאים:

1. אם הזרם המושרה יוצר שדה בכיוון השדה המגנטי החיצוני, נאמר שהכא"מ המושרה ε' חיובי.
2. אם הזרם המושרה יוצר שדה נגד כיוון השדה המגנטי החיצוני, נאמר שהכא"מ המושרה ε' שלילי.

מכאן:

1. במצב שבו השטף המגנטי דרך המעגל **קטֵן** $(\Delta\Phi < 0)$:

השדה המגנטי המושרה צריך להיות **עם כיוון השדה המגנטי החיצוני**, לכן הכא"מ המושרה צריך להיות **חיובי** (לפי כלל 1 לעיל), לכן חוק פאראדיי ייכתב: $\varepsilon' = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ $(\varepsilon' > 0)$.

2. במצב שבו השטף המגנטי דרך המעגל **גדֵל** $(\Delta\Phi > 0)$:

השדה המגנטי המושרה צריך להיות בכיוון **הפוך** לשדה המגנטי החיצוני, לכן הכא"מ המושרה צריך להיות **שלילי** (לפי כלל 2 לעיל), לכן חוק פאראדיי ייכתב: $\varepsilon' = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ $(\varepsilon' < 0)$.

כלומר, בכל מקרה הקשר בין הכא"מ המושרה לבין השינוי בשטף הוא: $\varepsilon' = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

סימן הכא"מ הפוך תמיד לסימן שינוי השטף, כלומר: **הגדלת השטף תיצור כא"מ שישאף להקטין את השטף**.

מכיוון שכיוון הזרם המושרה מוכתב על ידי כיוון המתח המושרה, ניתן להכליל ולנסח את הכלל הידוע בשם חוק לנץ (Lenz, על שמו של הפיזיקאי היינריך לנץ) שקובע:

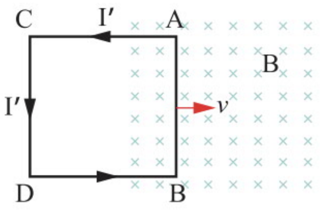
חוק לנץ: כיוונו של הזרם המושרה, שנוצר על ידי כא"מ מושרה, הוא כזה **ששטף השדה המגנטי** הנוצר על ידו **מנוגד לשינוי בשטף המגנטי** שיצר אותו.

ננתח באמצעות חוק לנץ שני מקרים של היווצרות כא"מ מושרה: כתוצאה מתנועת מוליך בשדה מגנטי, וכתוצאה משינוי בזמן של השדה המגנטי (ללא תנועה).

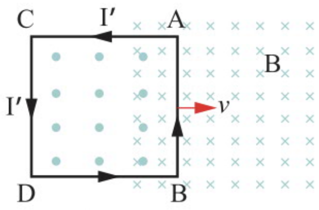
ניתוח תנועת כריכה בשדה מגנטי אחיד באמצעות חוק לנץ

מסגרת ריבועית מוליכה נעה במהירות קבועה v ונכנסת לאזור שבו קיים שדה מגנטי חיצוני B אחיד, המאונך למישור המסגרת (למשל בכיוון פנימה אל הדף, כמתואר בתרשים א). ננתח את תנועת המסגרת בשלושה מצבים:

תרשים א

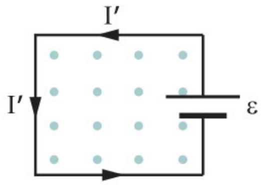


תרשים ב



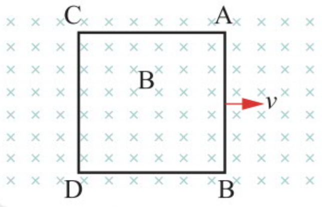
א. **כאשר המסגרת נכנסת לתוך השדה המגנטי**, השטף המגנטי דרך המסגרת הולך וגדל (בכיוון פנימה), לכן על פי חוק לנץ, ייווצר זרם מושרה בכריכה שיגרום ליצירת שדה מגנטי מושרה 'B שכיוונו **החוצה**, כלומר הפוך לכיוון השדה המגנטי החיצוני B (תרשים ב). לפיכך, כיוון הזרם המושרה (על פי כלל יד ימין) הוא **נגד** כיוון מחוגי השעון.

תרשים ג



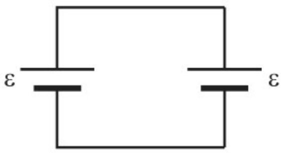
ניתן לאמת תוצאה זו באמצעות כוח לורנץ הפועל על האלקטרונים. כאשר הצלע AB נכנסת לתוך אזור השדה המגנטי B, על האלקטרונים פועל כוח לורנץ F_B, שעל פי כלל היד הימנית כיוונו כלפי מטה. כך מתקבל המעגל השקול המתואר בתרשים ג, כלומר הזרם 'I יוצר שדה מגנטי כזה, שכיוונו בתוך המסגרת המוליכה (על פי כלל יד ימין) הוא החוצה.

תרשים ד



ב. **כאשר המסגרת ממשיכה לנוע ונמצאת כולה בתוך אזור השדה המגנטי החיצוני** B (תרשים ד), השטף המגנטי דרכה לא משתנה, ולכן על פי חוק לנץ לא ייווצר בה כא"מ מושרה ולא יזרום בה זרם מושרה! לכן גם לא ייווצר שדה מגנטי מושרה.

תרשים ה

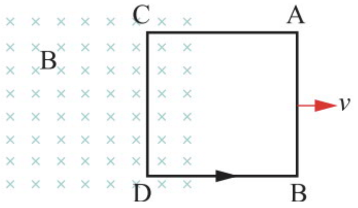


ניתן לאמת תוצאה זו באמצעות כוח לורנץ הפועל על האלקטרונים. כאשר הצלעות AB ו-CD נעות בתוך אזור השדה המגנטי B, על האלקטרונים פועל כוח לורנץ, שעל פי כלל היד הימנית כיוונו כלפי מטה בכל אחת משתי הצלעות, ומתקבל המעגל השקול המתואר בתרשים ה.

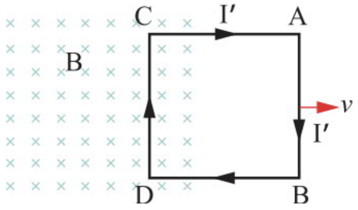
לכן לא זורם זרם במעגל.

ג. **כאשר המסגרת יוצאת מתוך אזור השדה המגנטי** (תרשים ו), השטף המגנטי דרך המסגרת הולך וקטן. לכן על פי חוק לנץ, הזרם המושרה בכריכה יוצר שדה מגנטי מושרה 'B שכיוונו פנימה בכיוון השדה המגנטי החיצוני B. לפיכך, כיוון הזרם המושרה על פי כלל יד ימין הוא בכיוון סיבוב מחוגי השעון (תרשים ז).

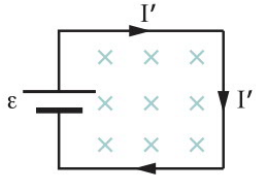
תרשים ו



תרשים ז



תרשים ח



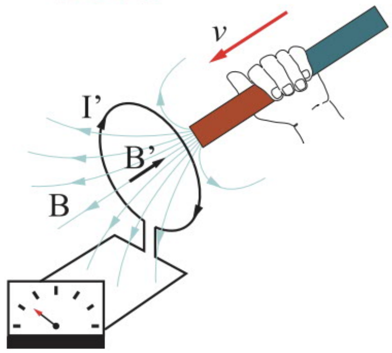
ניתן לאמת תוצאה זו באמצעות כוח לורנץ הפועל על האלקטרונים. כאשר הצלע AB יוצאת מתוך אזור השדה המגנטי B, פועל על האלקטרונים כוח לורנץ, שעל פי כלל היד הימנית כיוונו כלפי מטה. כך מתקבל המעגל השקול המתואר בתרשים ח. כלומר, הזרם 'I יוצר שדה מגנטי כזה, שבתוך הלולאה כיוונו פנימה.

ניתוח מצב של קירוב והרחקת מגנט ביחס לכריכה המשולבת במעגל חשמלי

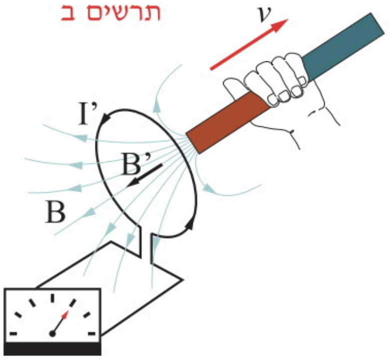
ננתח כעת מצב שבו השטף המגנטי משתנה שלא כתוצאה מתנועת מוליך בשדה קבוע, אלא כתוצאה משינוי בזמן של השדה המגנטי, ללא תנועה של המוליך בתוכו.

כאשר מניעים את המגנט כך ש**הקוטב הצפוני שלו מכוון לעבר הכריכה**, השטף המגנטי גדל. לכן נוצר בכריכה כא"מ מושרה הגורם לזרם מושרה, המוביל ליצירת שדה מגנטי מושרה 'B שכיוונו בתוך הכריכה **הפוך** לכיוון השדה המגנטי החיצוני B (תרשים א).

תרשים א



תרשים ב

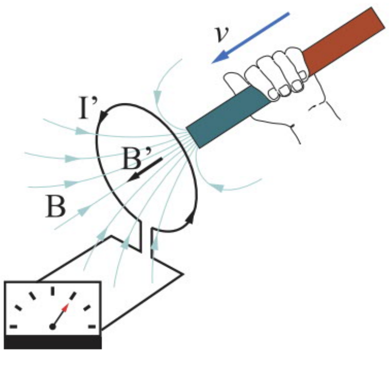


כאשר מרחיקים את המגנט מהכריכה – השטף קטֵן. לכן בכריכה נוצר זרם מושרה כזה שגורם ליצירת שדה מגנטי מושרה 'B שכיוונו בתוך הכריכה זהה לכיוון השדה החיצוני B (תרשים ב).

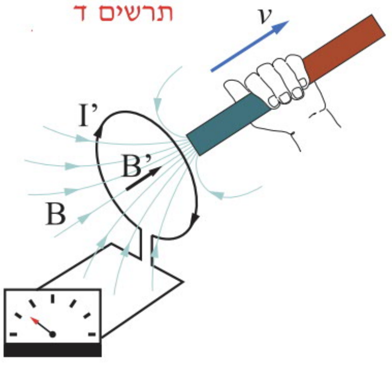
שימו לב: הצבת המגנט באזור הכריכה כך שהקוטב **הדרומי** שלו מכוון לכיוון הכריכה, תגרום להיווצרות שדה מגנטי חיצוני שכיוונו הפוך. הניתוח במצב זה נותן תוצאות זהות: קירוב המגנט גורם לשדה מגנטי מושרה בכיוון הפוך לשדה החיצוני (תרשים ג), הרחקת המגנט גורמת לשדה מגנטי מושרה בכיוון זהה לכיוון השדה החיצוני (תרשים ד).

בכל הדוגמאות ניתן לקבוע את כיוון הזרם המושרה על פי כלל יד ימין.

תרשים ג



תרשים ד



חוק פאראדיי, חוק לנץ וחוק שימור האנרגיה

בכל המקרים שניתחנו, התקבל ש**הזרם המושרה מתנגד לסיבת היווצרותו – השינוי בשטף**:

- כאשר השטף גדל, הזרם המושרה יוצר שדה מגנטי מושרה שכיוונו **הפוך** לשדה החיצוני שיצר את השטף.
- כאשר השטף קטן, הזרם המושרה יוצר שדה מגנטי מושרה שכיוונו **זהה** לכיוון השדה החיצוני שיצר את השטף.

ההסבר מתבסס על **חוק שימור האנרגיה**, שאותו מקיים כמובן גם חוק לנץ:

אילו הכא"מ המושרה היה גורם לזרם מושרה בכיוון שהיה **מסייע** לסיבה שייצרה אותו (ולא היה מתנגד לה), הרי שהזרם המושרה היה הולך וגדל עד לאינסוף ומתקיים כביכול מאליו, תוך ביצוע עבודה אינסופית, וזו כמובן סתירה לחוק שימור האנרגיה.

מכיוון שהכא"מ המושרה שווה לשינוי בשטף: $\varepsilon = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, אז:

- כאשר הכא"מ המושרה חיובי, סימן שהזרם בכריכה יוצר שדה בכיוון השדה החיצוני.
- כאשר הכא"מ המושרה שלילי, סימן שהזרם במסגרת יוצר שדה הפוך לשדה החיצוני.

במקרים שבהם קצב השינוי בשטף המגנטי במעגל אינו קבוע במהלך הזמן, נוסחת חוק פאראדיי מקבלת את צורתה הדיפרנציאלית: $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt}$.

במקרים אלה מבטאת הנוסחה את **הכא"מ המושרה הרגעי**.

סיכום

1. הפרש הפוטנציאלים המתפתח במוט מוליך כתוצאה מתנועתו בשדה מגנטי נקרא כא"מ **מושרה**.
גודלו של הכא"מ המושרה בין קצות המוט הוא: $\varepsilon = v_{\perp} LB$.

2. חיבור המוט הנע למסגרת מוליכה כמוהו כחיבור סוללה למעגל. כתוצאה מכך נוצר זרם מושרה שגודלו:
$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{v_{\perp} LB}{R}$, כלומר עוצמת הזרם תלויה במהירות התנועה היחסית של המוליך, בעוצמת השדה המגנטי, ובאורך המוליך החותך את קווי השדה.

3. על מוליך נושא זרם הנע בתוך שדה מגנטי פועל כוח שמפעיל השדה המגנטי B. כוח זה נקרא כוח **מושרה**, כיוונו **מנוגד לכיוון תנועת המוט** וגודלו:
$$F = I \cdot L \cdot B = \frac{\varepsilon}{R} \cdot L \cdot B = \frac{v_{\perp} LB}{R} \cdot L \cdot B = \frac{v_{\perp} L^2 B^2}{R}.$$

4. עבודת הכוח החיצוני היא המקור לאנרגיה המתפתחת בנגד.

5. מכפלת השדה המגנטי בשטח שהוא עובר דרכו ובניצב לו מוגדרת כ**שטף מגנטי**: $\Phi = B_{\perp} \cdot A$.

6. **חוק פאראדיי**: גודלו של הכא"מ המושרה בכריכה במעגל חשמלי סגור שווה לקצב השינוי בשטף המגנטי דרכה: $\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.
כאשר N כריכות מחוברות בטור והשטף המגנטי משתנה בכולן באותו קצב, אז בכל אחת מהן מושרה כא"מ, והכא"מ הכללי הוא: $\varepsilon = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

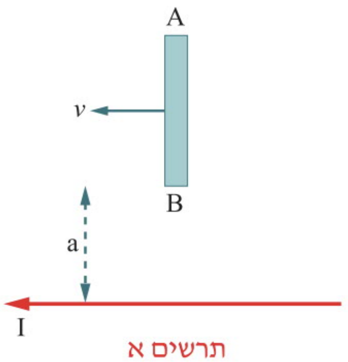
7. **חוק לנץ**: הזרם המושרה נוצר בכיוון כזה שגורם ליצירת שדה מגנטי מושרה בכיוון **המנוגד** לשינוי בשטף המגנטי שיצר אותו: $\varepsilon = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

8. במקרים שבהם קצב השינוי בשטף המגנטי במעגל אינו קבוע במשך הזמן, נוסחת חוק לנץ מקבלת את צורתה הדיפרנציאלית: $\varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt}$ והיא מבטאת את הכא"מ המושרה **הרגעי**.

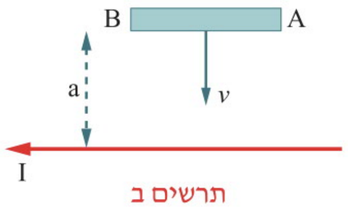
תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)

מוט מוליך AB שאורכו L ותיל מוליך ארוך מאוד הנושא זרם קבוע I נמצאים במישור אחד כשהם ניצבים זה לזה. מרחק הקצה B של המוט מהתיל הוא a (ראו תרשים א).



תרשים א



תרשים ב

אם המוט נע בכיוון מקביל לתיל במהירות קבועה v ונשאר כל העת מאונך למוליך:

א. איזה קצה של המוט יהיה חיובי? נמקו.

ב. האם דרוש כוח כדי שהמוט ינוע במהירות קבועה? נמקו.

מציבים את המוט במקביל לתיל במרחק a ממנו. המוט נע במהירות קבועה v לכיוון התיל (ראו תרשים ב).

ג. באיזה קצה של המוט יצטברו מטענים חיוביים? נמקו.

ד. האם דרוש כוח כדי שהמוט ינוע במהירות קבועה? נמקו.

פתרון דוגמה מספר (1)

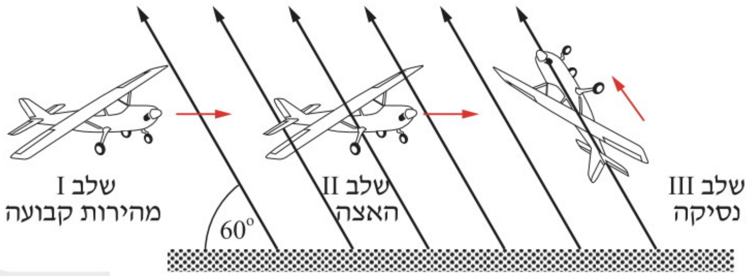
א. מטענים חיוביים יצטברו בקצהו התחתון של המוט (B). על פי כלל יד ימין, כיוון השדה המגנטי שהתיל יוצר במקום שבו נמצא המוט הוא **פנימה** וכיוון המהירות הוא שמאלה, לכן כיוון הכוח על מטען חיובי הוא כלפי **מטה**.

ב. הכא"מ הוא קבוע מכיוון שכל הגדלים הם קבועים (v ,B ,L). מאחר שאין זרם, לא פועל כוח.

ג. מטענים חיוביים יצטברו בקצהו **הימני** של המוט (A). על פי כלל יד ימין, כיוון השדה המגנטי שהתיל יוצר במקום שבו נמצא המוט הוא פנימה וכיוון המהירות הוא כלפי מטה, על כן כיוון הכוח על מטען חיובי הוא ימינה.

ד. הכא"מ אינו קבוע כי עוצמת השדה המגנטי תלויה במרחק. מאחר שהמרחק קטֵן, עוצמת השדה המגנטי גדֵלה ולכן גודל הכא"מ המושרה גדֵל. בזמן השינוי של הכא"מ המושרה נוצרים זרמים, ולכן יפעל כוח מושרה כלפי מעלה, כלומר יש להפעיל כוח חיצוני כלפי מטה כדי שהמוט ינוע במהירות קבועה.

דוגמה מספר (2)



עוצמתו של השדה המגנטי באזור מסוים של כדור הארץ היא $B=3\times10^{-5}[T]$, וכיוונו יוצר זווית בת $60°$ עם הכיוון האופקי, כמתואר בתרשים. מטוס טס באזור זה בשלושה שלבים:

בשלב I הוא טס במהירות קבועה של

$v=180\left[\frac{m}{s}\right]$ בטיסה אופקית וישרה,

בשלב II המטוס מאיץ, ובשלב III הוא נוסק בזווית של $120°$ ביחס לכיוון האופקי ובמהירות קבועה של

$v=140\left[\frac{m}{s}\right]$ (ראו תרשים).

המטוס עשוי מחומר מוליך, כנפי המטוס מאונכות לגוף המטוס, והמרחק בין קצותיהן הוא L=40[m].

א. באילו מהשלבים (I, II, III) נוצר כא"מ בין קצות הכנפיים? נמקו.

ב. בשלבים שבהם נוצר כא"מ:

[1] ציינו אם הכא"מ קבוע או משתנה. נמקו.

[2] איזה קצה של הכנפיים (הקרוב לקורא או הרחוק ממנו) טעון במטען חיובי? נמקו.

ג. מצאו את הכא"מ שבין קצות הכנפיים בשלב (או בשלבים) שבו (או שבהם) הכא"מ קבוע.

ד. באיזה שלב (או באילו שלבים) עובר זרם לאורך כנפי המטוס? נמקו.

פתרון דוגמה מספר (2)

א. הביטוי עבור הכא"מ המושרה בתיל: $\varepsilon = v\cdot B\cdot l\cdot \sin\alpha$, כאשר α היא הזווית בין המהירות לבין השדה המגנטי. מאחר ש-L , B קבועים ושונים מאפס בכל השלבים, אז כא"מ נוצר רק בשלבים שבהם הזווית α שונה מאפס או מ-$180°$ או כאשר המהירות משתנה. לכן נוצר כא"מ מושרה בין קצות הכנפיים בשלב הראשון ובשלב השני.

ב. [1] בשלב הראשון נוצר כא"מ קבוע, כי כל הגדלים הם קבועים (I, B, v, a).

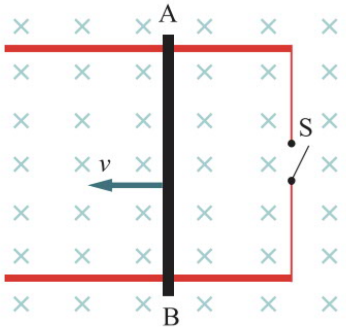
בשלב השני המהירות משתנה ויתר הגדלים הם קבועים, לכן הכא"מ משתנה.

[2] בשלב הראשון ובשלב השני הקצה הקרוב של הכנף טעון במטען חיובי, כי כיוון הכוח שהשדה מפעיל על מטען חיובי, הוא החוצה מהדף.

ג. הכא"מ קבוע רק בשלב הראשון: $\varepsilon = v\cdot B\cdot l\cdot \sin\alpha = 180\cdot 3\cdot 10^{-5}\cdot 40\cdot \sin 60 = 0.187[V]$

ד. זרם עובר לאורך כנפי המטוס רק בשלב השני כי הכא"מ שנוצר משתנה.

דוגמה מספר (3)



מוט AB נע ללא חיכוך לאורכן של שתי מסילות מוליכות. אורך המוט L=30[cm] והתנגדותו R=5Ω. המוט נע שמאלה במהירות קבועה של $v = 8\left[\frac{m}{s}\right]$ באזור שבו שורר שדה מגנטי שעוצמתו B=0.3[T] וכיוונו "לתוך הדף". אל קצות המסילות מחובר מפסק S (ראו תרשים). הזניחו את ההתנגדות של המסילות ושל התילים.

א. כאשר המפסק פתוח –

[1] האם נוצר כא"מ בין קצות המוט? אם לא – נמקו מדוע, אם כן – מהו גודלו?

[2] האם עובר זרם לאורך המוט? נמקו.

[3] האם דרוש כוח כדי לקיים את תנועת המוט במהירות קבועה? נמקו.

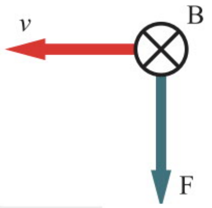
ב. כאשר המפסק סגור –

[1] איזה קצה של המוט טעון במטען חיובי? נמקו.

[2] האם דרוש כוח כדי לשמור על מהירות קבועה של המוט? אם לא – נמקו מדוע, אם כן – מצאו את גודלו ואת כיוונו של הכוח.

ג. כעת הניחו כי למסילות שבמסגרת יש התנגדות ליחידת אורך השווה ל-λ. האם גודלו של הכוח החיצוני, המניע את המוט במהירות קבועה, קבוע כעת? אם כן, הסבירו מדוע. אם לא – קבעו האם הכוח גדל או קטן בזמן והסבירו מדוע.

פתרון דוגמה מספר (3)



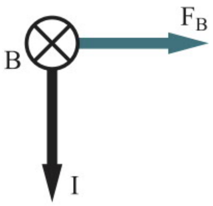
א. כאשר המפסק פתוח:

[1] מטענים חיוביים יצטברו בקצהו התחתון של המוט B. על פי כלל יד ימין, כיוון השדה המגנטי שהתיל יוצר במקום שבו נמצא המוט הוא פנימה וכיוון המהירות הוא שמאלה, לכן על פי חוק לורנץ כיוון הכוח על מטען חיובי הוא כלפי מטה. גודלו:

$$\varepsilon = vBL\sin\alpha = 8\cdot 0.3\cdot 0.3 = 0.72[V]$$

[2] המעגל פתוח ולכן אין זרם (נתון שהמוט נע במהירות קבועה כך שאין גם זרם רגעי).

[3] מאחר שלא זורם זרם, לא פועל כוח.



ב. כאשר המפסק סגור:

[1] הקצה B של המוט טעון במטען חיובי, על פי כלל יד ימין.

[2] על מוט הנע בתוך שדה מגנטי פועל כוח מושרה שמפעיל השדה המגנטי B על הזרם I הזורם במוט כלפי מטה מ-A ל-B. בהתאם לכלל יד ימין, כיוון הכוח המושרה הוא ימינה, נגד כיוון תנועת המוט. לפיכך, כדי שהמוט ימשיך לנוע במהירות קבועה צריכים להפעיל עליו כוח חיצוני F בכיוון התנועה שמאלה, השווה בגודלו לזה של הכוח המושרה F_B.

$$F = F_B = IBL = \frac{\varepsilon}{R}\cdot B\cdot L = \frac{0.72}{5}\cdot 0.3\cdot 0.3 = 0.01296[N]$$

ג. הכא"מ אינו משתנה אך ההתנגדות גדלה:

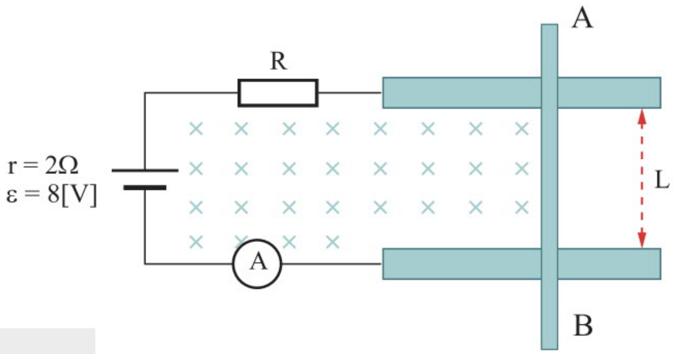
$$R_T = R + \lambda\cdot L + v\cdot t\cdot\lambda\cdot 2$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T} = \frac{\varepsilon}{R+\lambda\cdot L+v\cdot t\cdot\lambda\cdot 2} = \frac{vBL}{R+\lambda\cdot L+v\cdot t\cdot\lambda\cdot 2} \Rightarrow$$

$$F = F_B = IBL = \frac{vBL}{R+\lambda\cdot L+v\cdot t\cdot\lambda\cdot 2}\cdot B\cdot L$$

כשהזמן גדל וההתנגדות גדלה ← הזרם קטן ← הכוח קטן.

דוגמה מספר (4)



שני מוטות מוליכים מקבילים ואופקיים, שהמרחק ביניהם L=0.4[m] נמצאים בשדה מגנטי אחיד B=5[T] המאונך למישור שנוצר על ידי שני המוטות וכיוונו "לתוך הדף". המוטות מחוברים למקור כא"מ $r = 2\Omega$ $\varepsilon = 8[V]$, לנגד R=6Ω ולמד-זרם A.

מניחים על גבי שני המוטות ובמאונך להם מוט מוליך שלישי AB (ראו תרשים). ההתנגדויות החשמליות של מד-הזרם ושל המוטות זניחות, וכן ניתן להזניח את החיכוך בין המוט AB לבין המוטות המקבילים. על המוט AB מפעילים כוח חיצוני אופקי F, כדי להחזיקו במנוחה.

א. חשבו את:

[1] הזרם העובר במוט AB (גודל וכיוון).

[2] גודלו וכיוונו של הכוח החיצוני F.

ב. מפסיקים את פעולת הכוח החיצוני F.

[1] האם המוט AB ינוע שמאלה, ימינה או יישאר במקומו? הסבירו.

[2] האם עוצמת הזרם תגדל, תקטן או לא תשתנה? הסבירו.

[3] חשבו מהי המהירות המרבית של המוט AB.

ג. עתה מסיעים את המוט AB שמאלה במהירות קבועה של $3\left[\frac{m}{s}\right]$.

[1] האם עוצמת הזרם דרך המוט תהיה גדולה או קטנה מזו שזרמה דרכו כאשר הוחזק במנוחה על ידי הכוח F? הסבירו.

[2] מצאו את גודלו של הכוח הדרוש כדי לשמור על מהירות קבועה של המוט.

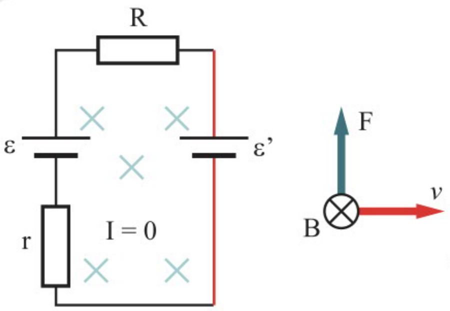
פתרון דוגמה מספר (4)

א. [1] כיוון הזרם במוט הוא מ-A ל-B, על פי סימני ההדקים של מקור המתח.

עוצמת הזרם: $I = \frac{\varepsilon}{R_T} = \frac{8}{2+6} = 1[A]$

[2] השדה המגנטי מפעיל על המוט כוח מגנטי ימינה (לפי כלל יד ימין).

לכן כיוון הכוח החיצוני הוא שמאלה. גודלו של הכוח: $F = I \cdot B \cdot L = 1 \cdot 5 \cdot 0.4 = 2[N]$



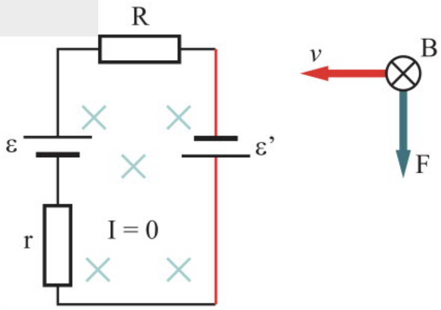
ב. [1] המוט ינוע ימינה בכיוון הכוח המגנטי.

[2] כתוצאה מתנועת המוט ייווצר כא"מ מושרה בכיוון מ-B ל-A (הפוך לכיוון הזרם המקורי), ולכן עוצמת הזרם תקטן (לפי כלל יד ימין).

[3] תהיה זרימה עד שהכא"מ המושרה יהיה שווה בגודלו לכא"מ החיצוני, ואז הזרימה תיפסק (והמהירות תהיה מקסימלית):

$$\varepsilon = \varepsilon' = vLB \Rightarrow \quad v = \frac{\varepsilon}{LB} = \frac{8}{0.4 \cdot 5} = 4\left[\frac{m}{s}\right]$$

ג. [1] עוצמת הזרם תגדל כי ייווצר כא"מ מושרה שמצטרף לכא"מ של המקור, לפי כוח לורנץ הכיוון הוא מ-A ל-B.



[2] נחשב את גודל הכוח:

$$I=\frac{\varepsilon+\varepsilon'}{r+R}=\frac{\varepsilon+vLB}{r+R}=\frac{8+3\cdot0.4\cdot5}{2+6}=1.75[A]$$

$$F=IBL=1.75\cdot5\cdot0.4=3.5[N]$$

דוגמה מספר (5)

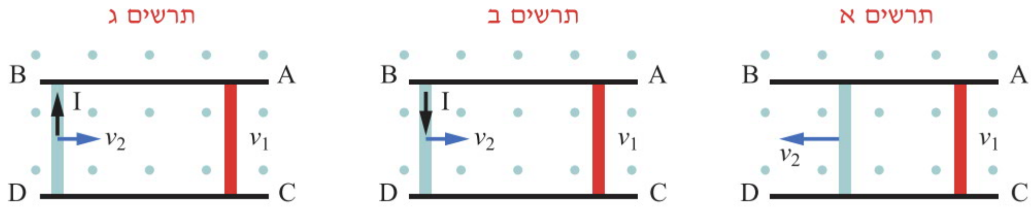
לאורכן של שתי מסילות מוליכות ארוכות מאד ומקבילות AB ו־CD, נעים ללא חיכוך שני מוטות מוליכים, כך שהם ניצבים למסילות. אורך כל מוט L והתנגדותו R. כל המערכת נמצאת בשדה מגנטי אחיד B, שכיוונו ניצב למישור ABCD (ראו תרשים). נתונים: $L=0.8[m]$, $B=3[T]$, $R=2\Omega$.

עבור כל אחד מהמקרים המתוארים (א–ג), מצאו את מהירות המוט הימני v_1 (גודל וכיוון).

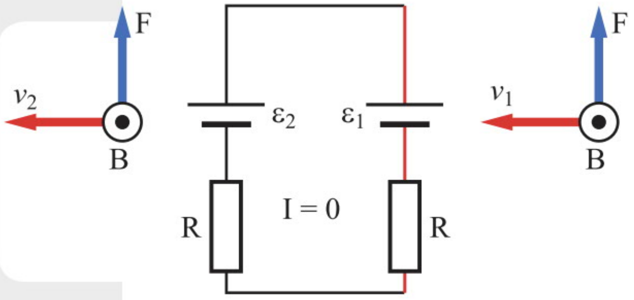
א. המוט השמאלי נע שמאלה במהירות קבועה של $9\left[\frac{m}{s}\right]$ ובמוט לא זורם זרם (תרשים א).

ב. המוט השמאלי נע ימינה במהירות של $9\left[\frac{m}{s}\right]$ וזורם בו זרם של $2[A]$ נגד כיוון השעון (תרשים ב).

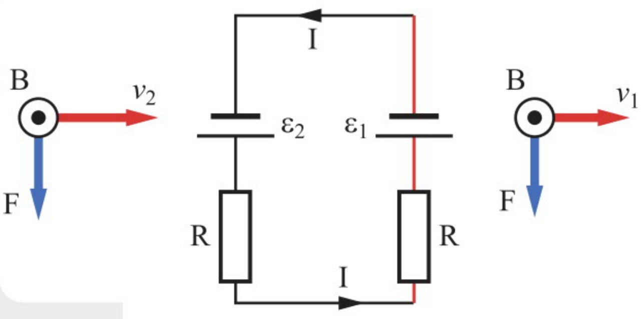
ג. המוט השמאלי נע ימינה במהירות קבועה $9\left[\frac{m}{s}\right]$ וזורם בו זרם של $2[A]$ בכיוון השעון (תרשים ג).



פתרון דוגמה מספר (5)



א. כדי שעוצמת הזרם במוט הימני תהיה אפס, נדרש ששני המוטות ינועו באותה המהירות, ואז הכא"מ המושרה יהיה שווה בשניהם. לכן על המוט הימני לנוע שמאלה במהירות שגודלה $9\left[\frac{m}{s}\right]$.



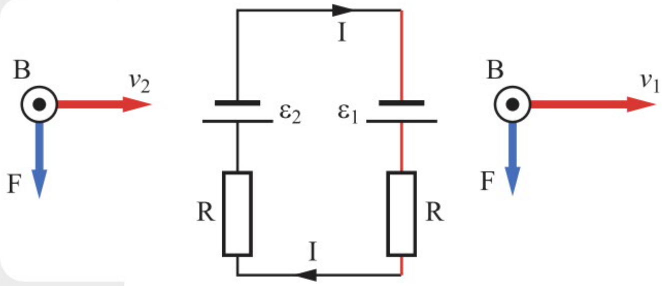
ב.

$$\varepsilon_2=vBL=9\cdot3\cdot0.8=21.6[V]$$

$$I=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{2R}\Rightarrow2=\frac{21.6-\varepsilon_1}{2\cdot2}\Rightarrow\varepsilon_1=13.6[V]$$

$$\varepsilon_1=v_1BL\Rightarrow v_1=\frac{13.6}{3\cdot0.8}=5.66\left[\frac{m}{\sec}\right]$$

ג.



$$\varepsilon_2 = vBL = 9\cdot 3\cdot 0.8 = 21.6[V]$$

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2R} \Rightarrow 2 = \frac{\varepsilon_1 - 21.6}{2\cdot 2} \Rightarrow \varepsilon_1 = 29.6[V]$$

$$\varepsilon_1 = v_1 BL \Rightarrow v_1 = \frac{29.6}{3\cdot 0.8} = 12.33\left[\frac{m}{\sec}\right]$$

דוגמה מספר (6)

בשדה מגנטי המשתנה בזמן, נמצאת טבעת מוליכה שרדיוסה $0.3[m]$ והתנגדותה החשמלית 60Ω. השדה המגנטי מכוון בניצב למישור הטבעת, וברגע $t=0$ עוצמתו היא $8[T]$, ועוצמה זו קְטֵנה בקצב קבוע של $0.4\left[\frac{T}{s}\right]$.

א. חשבו כעבור כמה זמן תהיה עוצמת השדה המגנטי שווה לאפס.

ב. מדוע נוצר כא"מ מושרה בטבעת, ומהו גודלו?

ג. מהו כיוון הזרם המושרה בטבעת, ומהו גודלו?

ד. במשך זמן דעיכת השדה (מרגע $t=0$ ועד שהשדה התאפס), כמה מטען עבר?

ה. כמה אנרגיית חום נוצרת בטבעת תוך כדי דעיכת השדה המגנטי?

פתרון דוגמה מספר (6)

א. הביטוי לשדה המגנטי בתלות בזמן:

$$B_{(t)} = 8 - 0.4\cdot t$$

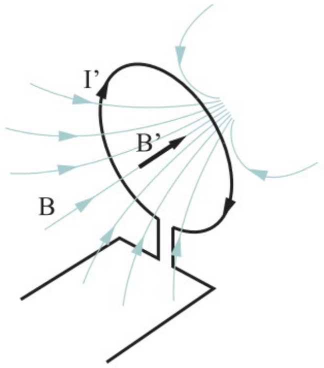
השדה יתאפס כאשר:

$$0 = 8 - 0.4t \quad \Rightarrow t = 20[s]$$

ב. על פי חוק פאראדיי, השינוי בשטף המגנטי דרך הטבעת גורם לכא"מ מושרה. גודלו:

$$\varepsilon = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \left|\frac{\Phi_T - \Phi_0}{\Delta t}\right|$$

$$\varepsilon = \left|\frac{\pi\cdot r^2\cdot 0 - \pi\cdot r^2\cdot B_0}{\Delta t}\right| = \left|\frac{0 - \pi\cdot 0.3^2\cdot 8}{20}\right| = 0.113[V]$$



ג. מאחר שהשדה המגנטי החיצוני B (שכיוונו פנימה) נחלש, הזרם המושרה צריך להיות בכיוון השעון, כי אז הוא יוצר שדה מגנטי מושרה 'B שכיוונו פנימה (על פי כלל יד ימין), שמגדיל את השטף פנימה (בכיוון השעון).

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T} = \frac{0.113}{60} = 1.884\cdot 10^{-3}[A]$$

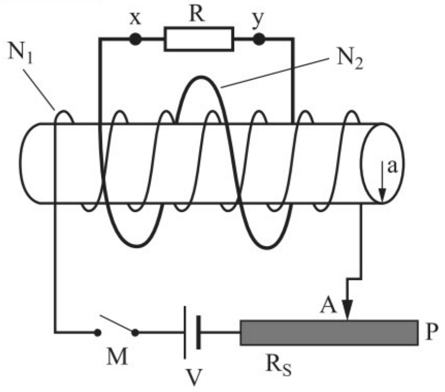
ד.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = I\cdot \Delta t = 1.884\cdot 10^{-3}\cdot 20 = 0.0376[C]$$

ה.

$$W = V\cdot I\cdot t = 0.113\cdot 1.884\cdot 10^{-3}\cdot 20 = 4.25\cdot 10^{-3}[J]$$

דוגמה מספר (7)



נתונה סילונית שאורכה L ורדיוס החתך שלה a. הסילונית מורכבת מ-N_1 כריכות המבודדות זו מזו. את הסילונית מחברים למעגל חשמלי שמכיל: מקור מתח V, נגד משתנה R_S ומפסק M. סביב הסילונית נמצא סליל משני, שמספר כריכותיו N_2 וקצותיו מחוברים לנגד R (ראו תרשים).

א. עבור המקרים הבאים, ציינו והסבירו מהו כיוון הזרם המושרה שעובר דרך הנגד R ($y \leftarrow x$ או $x \leftarrow y$):

[1] תוך כדי סגירת המפסק M.

[2] כאשר המפסק M סגור, תוך כדי הזזת הגררה A לכיוון נקודה P.

ב. כאשר סוגרים את המפסק M, הזרם במעגל הראשוני מגיע לערך של 0.4[A] בפרק זמן של $\Delta t = 2\cdot 10^{-3}$[s]. חשבו את הערך הממוצע של הזרם המושרה בסליל N_2, כאשר נתונים: a=3[cm], N_2= 30, L=30[cm], N_1= 600, R=6Ω.

ג. מחליפים את מקור המתח הישר במקור מתח חילופין. האם עובר זרם דרך הנגד R (המפסק סגור)? הסבירו.

פתרון דוגמה מספר (7)

א. [1] סגירת המפסק M גורמת לעליית הזרם בסילונית; כתוצאה מכך נבנה בסילונית שטף מגנטי שמאלה, הגורם לכך שבסליל המשני ייווצר (לפי חוק לנץ) זרם בעל שטף מגנטי ימינה, לכן הזרם בנגד הוא בכיוון $x \leftarrow y$.

[2] הזזת המגע ימינה תגרום להגדלת ההתנגדות, וכתוצאה מכך להקטנת הזרם בסילונית (מצב הפוך למקרה הקודם); כתוצאה מכך נבנה בסילונית שטף מגנטי ימינה, הגורם לכך שבסליל המשני ייווצר (לפי חוק לנץ) זרם בעל שטף שמאלה, לכן הזרם בנגד הוא בכיוון $y \leftarrow x$.

ב. נמצא תחילה את שינוי השטף בסליל המשני:

$$\Phi_{2(t=T)} = N_2 \cdot B \cdot A$$

$$\Phi_{2(t=0)} = 0$$

$$\Delta\Phi_2 = \Phi_{2(t=T)} - \Phi_{2(t=0)} = N_2 \cdot B \cdot \pi \cdot r^2 - 0 = N_2 \cdot B \cdot \pi \cdot r^2$$

השדה המגנטי הוא של סילונית ארוכה, לכן:

$$B = \frac{N_1 \cdot \mu_0 \cdot I_1}{L}$$

נציב בביטוי לשינוי בשטף בסליל המשני:

$$\Delta\Phi_2 = N_2 \cdot \frac{N_1 \cdot \mu_0 \cdot I_1}{L} \cdot \pi \cdot r^2$$

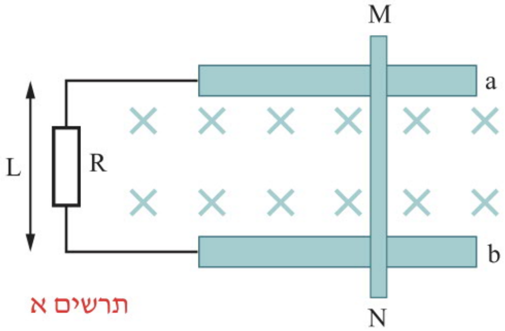
בסליל המשני נוצר זרם מושרה עקב הכא"מ המושרה, השווה בגודלו לקצב שינוי השטף:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{1}{R} \cdot \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t} = \frac{N_2 \cdot N_1 \cdot \mu_0 \cdot I_1 \cdot \pi \cdot r^2}{R \cdot \Delta t \cdot L} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 10^{-7} \cdot 600 \cdot 30 \cdot 0.4 \cdot 0.03^2}{6 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 0.3} = 7.1 \cdot 10^{-3}[A] = 7.1[\text{mA}]$$

ג. עוצמת הזרם בסילונית משתנה והשטף המגנטי משתנה, ולכן נוצר כא"מ מושרה בסליל המשני, הגורם לזרם דרך הנגד.

דוגמה מספר (8)

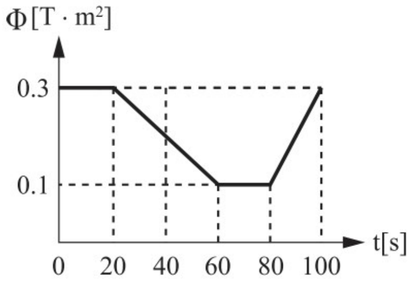
בתרשים א מוצגת מערכת הכוללת שני פסי מתכת a ו–b אופקיים ומקבילים זה לזה, שהמרחק ביניהם הוא L=0.6[m]. הפסים מוליכים והם מחוברים באמצעות נגד שהתנגדותו R=4Ω. מוט מוליך MN מונח על שני הפסים וניצב להם. התנגדות הפסים והתנגדות המוט ניתנות להזנחה.



תרשים א

המערכת נמצאת בתוך שדה מגנטי אחיד וקבוע, שגודלו B=0.5[T] הניצב למישור המערכת, בכיוון פנימה "לתוך הדף". גורם חיצוני יכול להניע את המוט ימינה או שמאלה, או להשאיר אותו במנוחה.

בתרשים ב מוצג גרף של השטף המגנטי, העובר דרך המשטח התחום על ידי הפסים, הנגד והמוט, כפונקציה של הזמן, החל מזמן t=0 ועד t=100[s].



תרשים ב

א. האם בפרק הזמן שבין t=60[s] לבין t=80[s] המוט נע ימינה, שמאלה או נמצא במנוחה? נמקו.

ב. האם בפרק הזמן שבין t=20[s] לבין t=60[s] המוט נע ימינה, שמאלה או נמצא במנוחה? נמקו.

ג. חשבו את עוצמת הזרם המושרה במעגל בפרק הזמן שבין t=20[s] לבין t=60[s].

ד. מהו כיוון הזרם המושרה במוט MN בפרק הזמן שבין t=20[s] לבין t=60[s]? הסבירו באמצעות חוק לנץ.

ה. חשבו את גודל הכוח המגנטי הפועל על המוט MN בפרק הזמן שבין t=80[s] לבין t=100[s] וציינו את כיוונו.

ו. האם בפרק הזמן שבין t=80[s] לבין t=100[s] תנועת המוט היא שוות מהירות, שוות תאוצה או שהוא נע בתאוצה משתנה? נמקו.

פתרון דוגמה מספר (8)

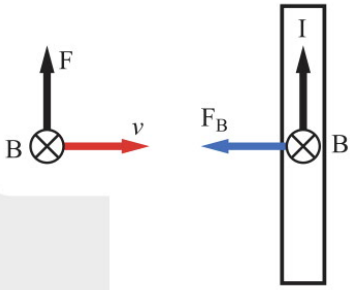
א. במרווח הזמן בין 60 ל–80 שניות לא חל שינוי בשטף, לכן המוט שרוי במנוחה.

ב. במרווח הזמן בין 20 ל–60 שניות השטף קטֵן, כלומר השטח החשוף לשטף קטֵן, לכן המוט נע שמאלה.

ג. $$\varepsilon=-\frac{d\Phi}{dt}=-(\frac{0.1-0.3}{60-20})=0.005[V]\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{0.005}{4}=1.25\cdot10^{-3}[A]$$

ד. כאשר המוט נע שמאלה השטף קטֵן. לכן, על פי חוק לנץ, הזרם המושרה יוצר שדה מגנטי מושרה שכיוונו פנימה לתוך המסגרת. מכאן שכיוון הזרם המושרה הוא בכיוון השעון.

ה. במרווח הזמן בין 80 ל–100 שניות השטף גדֵל, כלומר המוט נע ימינה. מאחר שכיוון השדה המגנטי הוא פנימה, כיוון הזרם במוט (על פי כלל יד ימין) יהיה מ–N ל–M, וכיוון הכוח המושרה הוא שמאלה (על פי כלל יד ימין או כמתבקש מחוק לנץ כדי להקטין את השטף פנימה).



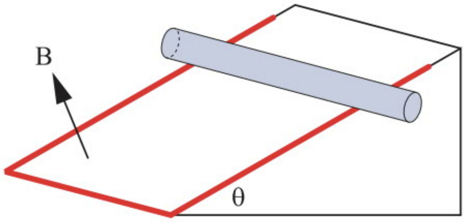
$$\varepsilon=-\frac{d\varphi}{dt}=-(\frac{0.3-0.1}{100-80})=-0.01[V]$$

$$I=\frac{|\varepsilon|}{R}=\frac{0.01}{4}=2.5\cdot10^{-3}[A]$$

$$F=IBL=2.5\cdot10^{-3}\cdot0.5\cdot0.6=7.5\cdot10^{-4}[N]$$

ו. במרווח הזמן בין 80 ל–100 שניות גרף השטף הוא ליניארי, מכאן שהכא"מ המושרה הוא קבוע. מאחר שהשדה המגנטי ואורך המוט הם קבועים, המוט נע במהירות קבועה. $\varepsilon=vBL=const\Rightarrow v=const$

דוגמה מספר (9)



מוט מוליך שאורכו L, מסתו m והתנגדותו R, מחליק ממנוחה ללא חיכוך במורד מישור המשופע בזווית q. המוט מחליק על גבי תיל מוליך חסר התנגדות (באדום, ראו תרשים), כך שנוצר מעגל סגור. שדה מגנטי B הניצב למישור המשופע וכיוונו מעלה, מצוי בכל המרחב.

א. מהו גודלו ומה כיוונו של הכוח המושרה הפועל על המוט, כאשר הוא נע במהירות רגעית v?

ב. מהי המהירות הסופית שבה ינוע המוט (בהנחה שהמישור המשופע ארוך דיו)?

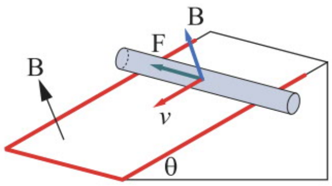
ג. מה צריך להיות גודלו של הכוח החיצוני F הפועל במקביל למישור המשופע, כדי שהמוט ינוע במהירות קבועה v **במעלה** המישור המשופע?

פתרון דוגמה מספר (9)

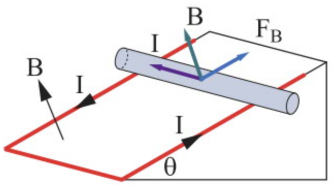
א. גודלו של הכוח המושרה הפועל על המוט: $F = ILB = \frac{\varepsilon}{R} \cdot LB = \frac{vLB}{R} \cdot LB = \frac{vL^2B^2}{R}$

כאשר המוט נע במהירות שגודלה v וכיוונה כלפי מטה, מטענים חיוביים יצטברו בקצהו השמאלי של המוט, על פי כלל יד ימין (תרשים א). במוט יזרום זרם נגד כיוון השעון, לכן יפעל על המוט כוח מושרה שכיוונו מעלה, במקביל למישור המשופע (תרשים ב).

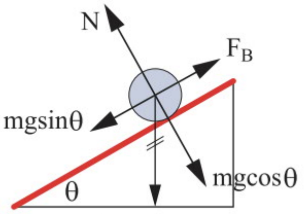
תרשים א



תרשים ב



ב. על המוט פועלים הכוחות כמתואר בתרשים. הכוחות המשפיעים על התנועה הם הכוחות המקבילים למישור. המהירות המקסימלית תתקבל כאשר יתקיים: $F_B = mg\sin\theta$.
נחשב את הכוח המגנטי (הזווית בין המוט לשדה B היא 90 מעלות):

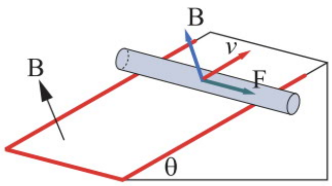


$$F_B = ILB = \frac{\varepsilon}{R} \cdot LB = \frac{v'LB}{R} \cdot LB = \frac{v'L^2B^2}{R}$$

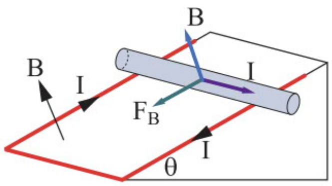
$$\frac{v'L^2B^2}{R} = mg\sin\theta \Rightarrow \quad v' = \frac{R \cdot mg\sin\theta}{L^2B^2}$$

ג. כאשר המוט נע במהירות שגודלה v וכיוונה כלפי מעלה, מטענים חיוביים יצטברו בקצהו הימני של המוט, על פי כלל יד ימין. במוט יזרום זרם בכיוון השעון, לכן יפעל על המוט כוח מושרה שכיוונו מטה במקביל למישור המשופע.

תרשים א



תרשים ב

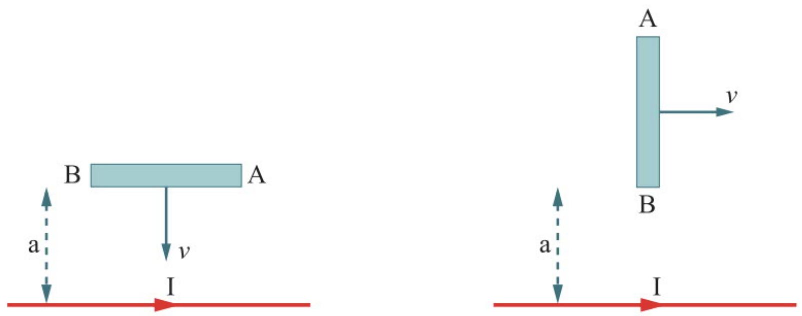


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F - F_B - mg\sin\theta = 0 \Rightarrow F = F_B + mg\sin\theta$$

$$F = \frac{\varepsilon}{R}LB + mg\sin\theta = \frac{vLB}{R}LB + mg\sin\theta \Rightarrow F = \frac{vL^2B^2}{R} + mg\sin\theta$$

תרגילים

1. מוט מוליך AB שאורכו L, ותיל מוליך ארוך מאוד הנושא זרם קבוע I, נמצאים במישור אחד וניצבים זה לזה. מרחק הקצה A של המוט מהתיל הוא a (ראו תרשים א).



תרשים א   תרשים ב

אם המוט נע בכיוון מקביל לתיל במהירות קבועה v ונשאר כל העת מאונך למוליך:

א. איזה קצה של המוט יהיה חיובי? נמקו.

ב. האם דרוש כוח כדי שהמוט ינוע במהירות קבועה? נמקו.

מקרבים את המוט אל התיל, והמוט נע במהירות קבועה v ונשאר כל העת מקביל לתיל (ראו תרשים ב).

ג. באיזה קצה של המוט יצטברו מטענים חיוביים? נמקו.

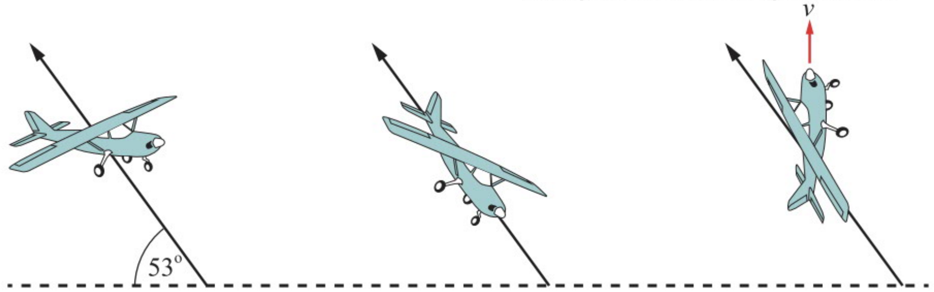
ד. האם דרוש כוח כדי שהמוט ינוע במהירות קבועה? נמקו.

2. מטוס טס באזור מסוים של כדור הארץ שבו שורר שדה מגנטי שכיוונו יוצר זווית בת 53° עם הכיוון האופקי, כמתואר בתרשים. המטוס טס באזור זה בטיסה בת שלושה שלבים:

שלב 1 – המטוס מאט בטיסה אופקית וישרה.

שלב 2 – המטוס צולל בזווית בת 53° עם הכיוון האופקי ובמהירות קבועה.

שלב 3 – המטוס נוסק אנכית במהירות קבועה.



המטוס עשוי מחומר מוליך. כנפי המטוס מאונכות לגוף המטוס והמרחק בין קצותיהן הוא $20[m]$.

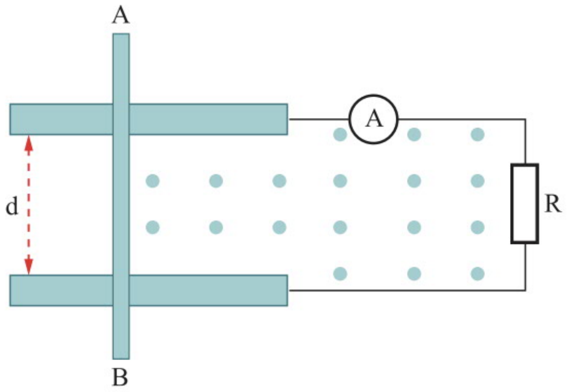
א. באילו מהשלבים נוצר כא"מ בין קצות הכנפיים? נמקו.

ב. באילו מהשלבים לא עובר זרם דרך כנפי המטוס? נמקו.

ג. בשלבים שבהם נוצר כא"מ, איזה קצה של הכנפיים טעון במטען חיובי? נמקו.

ד. בשלב אחר של טיסתו, המטוס טס במהירות קבועה של $v = 120\left[\frac{m}{s}\right]$ ונוצר כא"מ מושרה שגודלו $\varepsilon=0.1[V]$ בין קצות הכנפיים. חשבו את עוצמתו של השדה המגנטי באזור זה של כדור הארץ.

3. שני מוטות מוליכים מקבילים ואופקיים, שהמרחק ביניהם d=0.5[m], נמצאים בשדה מגנטי אחיד $B=0.4[T]$ המאונך למישור שנוצר על ידי שני המוטות וכיוונו "מחוץ לדף". המוטות מחוברים לנגד $R=10\Omega$ ולמד־זרם. מניחים על גבי שני המוטות ובניצב להם מוט מוליך שלישי AB. ההתנגדויות החשמליות של מקור המתח, של מד־הזרם ושל המוטות זניחות, וכן ניתן להזניח את החיכוך בין המוט AB לבין המוטות המקבילים. על המוט AB מפעילים כוח חיצוני אופקי F, כך שהמוט נע שמאלה במהירות קבועה $v=8\left[\frac{m}{s}\right]$.



א. חשבו את:

[1] הזרם העובר במוט AB (גודל וכיוון).

[2] גודלו וכיוונו של הכוח החיצוני F.

ב. מפסיקים את פעולת הכוח החיצוני F.

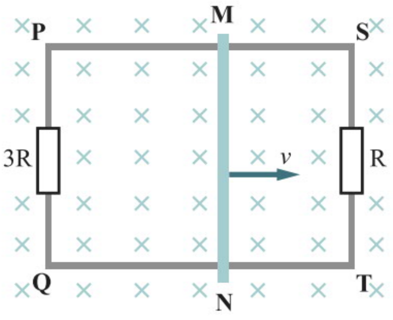
[1] האם המוט AB ינוע שמאלה, ימינה או יישאר במקומו? הסבירו.

[2] האם עוצמת הזרם תגדל, תקטן או לא תשתנה? הסבירו.

ג. [1] באיזו מהירות (גודל וכיוון) יש להניע את המוט, כדי שבמעגל יזרום זרם שעוצמתו 0.5[A] בכיוון השעון? הסבירו.

[2] באיזו מהירות (גודל וכיוון) יש להניע את המוט, כדי שבמעגל יזרום זרם שעוצמתו 0.5[A] **נגד** כיוון השעון? הסבירו.

4. מוט מוליך שמסתו m מחליק בין שני תילים מוליכים חסרי התנגדות, המחוברים ביניהם בשני הצדדים על ידי נגדים: בצד שמאל נגד שהתנגדותו 3R ובצד ימין נגד שהתנגדותו R (ראו תרשים). המוט, שאורכו L והתנגדותו r=0.25R, נע במהירות קבועה v ימינה באזור שבו השדה המגנטי B אחיד וכיוונו "לתוך הדף".



א. בטאו את הכא"מ המושרה המתפתח בין קצותיו של המוט

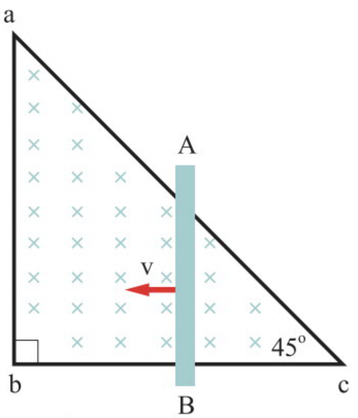
ב. מה כיוון הזרם העובר בכל אחד מהנגדים R ו־3R? נמקו.

ג. בטאו את עוצמת הזרם במוט וציינו את כיוונו. נמקו.

ד. בטאו את עוצמת הזרם דרך הנגדים R ו־3R.

ה. האם יש להפעיל כוח חיצוני על המוט בזמן שהוא נע במהירות קבועה? אם תשובתכם חיובית, ציינו באיזה כיוון. נמקו.

5. מוט נחושת ארוך abc כפוף בצורת משולש שווה־שוקיים, שגודל זוויות הבסיס שלו 45° ואורך שוקיו $ab=bc=0.5[T]$, והוא מונח במישור אופקי. שדה מגנטי אחיד שעוצמתו B=0.5[T] ניצב למישור המוט. מוט נחושת ארוך AB נע על פני המוט המכופף, כך שהמוטות יוצרים בכל רגע משולש נוסף cAB (ראו תרשים). ברגע t=0 המוט היה במנוחה בנקודה c במקביל לצלע ab.



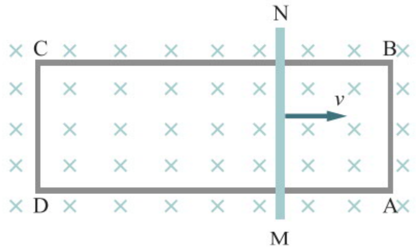
מהירות המוט קבועה וגודלה $v = 0.5\left[\frac{m}{s}\right]$. ההתנגדות ליחידת אורך של המוט AB $\lambda=0.5[\Omega/m]$. ניתן להזניח את התנגדות מוט הנחושת abc.

א. רשמו ביטוי לכא"מ המושרה במוט כפונקציה של הזמן וחשבו את גודלו ברגע $t=0.5[s]$.

ב. חשבו את עוצמת הזרם ואת כיוונו במוט AB ברגע $t=0.5[s]$.

ג. חשבו את גודלו של הכוח המגנטי המושרה ברגע $t=0.5[s]$ וציינו מה כיוונו.

6. מסגרת מלבנית ABCD העשויה תיל מוליך נמצאת בשדה מגנטי אחיד $B=0.04[T]$, המאונך למישור המסגרת וכיוונו "לתוך הדף". על פני המסגרת נע ללא חיכוך מוט מוליך במהירות קבועה $v = 4\left[\frac{m}{s}\right]$, שכיוונה ניצב לשדה המגנטי ולמוט (ראו תרשים). הרוחב AB של המסגרת הוא $L=0.5[m]$. ההתנגדות החשמלית ליחידת אורך של צלעות המסגרת ושל המוט MN היא $\lambda = 2\left[\frac{\Omega}{m}\right]$.



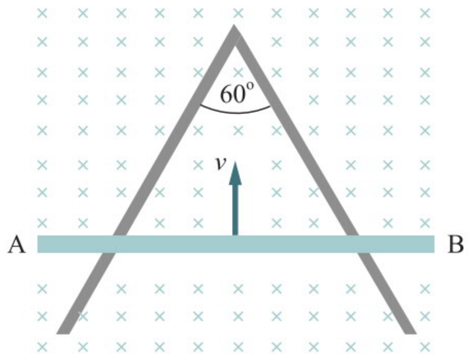
עבור הרגע שבו: AM=BN=L וגם MD=NC=2L, חשבו את:

א. הזרם (גודל וכיוון) העובר דרך קטע המוט MN.

ב. עוצמת הזרמים העוברים דרך AB ודרך DC.

ג. גודל וכיוון הכוח חיצוני הדרוש כדי לקיים את התנועה הקצובה. הסבירו מדוע כוח זה הוא קבוע.

7. מוט נחושת ארוך הכפוף בזווית $60°$ נמצא במישור אופקי. שדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B=1[T]$ מאונך למישור המוט. מוט נחושת ארוך AB נע על פני המוט הכפוף, כך שהמוטות יוצרים בכל רגע משולש שווה-צלעות. ברגע $t=0$ אורך צלע המשולש הוא $a=0.5[m]$. מהירות המוט AB היא קבועה וגודלה $v = 0.3\left[\frac{m}{s}\right]$ (ראו תרשים). ההתנגדות ליחידת אורך של מוטות הנחושת היא $\lambda = 0.5\left[\frac{\Omega}{m}\right]$.

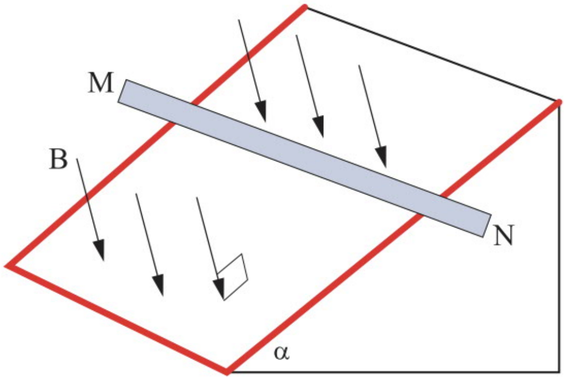


א. האם הכא"מ המושרה שנוצר בין נקודות המגע שבין המוט הנע לבין מוט הכפוף, נשאר קבוע עם הזמן? נמקו.

ב. מצאו את הכא"מ המושרה ברגע $t=1[s]$.

ג. מצאו את עוצמת הזרם במוטות ברגע $t=1[s]$ ואת כיוונו.

.8 מוט מוליך שאורכו L, מסתו m והתנגדותו R, מחליק ממנוחה ללא חיכוך במורד מישור המשופע בזווית α. המוט מחליק על גבי תיל מוליך חסר התנגדות (ראו תרשים), כך שנוצר מעגל סגור. שדה מגנטי B הניצב למישור המשופע וכיוונו מטה, מצוי בכל המרחב.

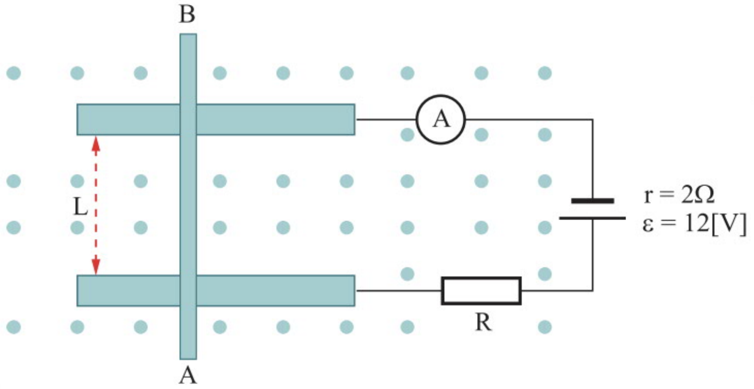


א. מהו גודלו ומה כיוונו של הזרם המושרה הזורם במוט, כאשר הוא נע במהירות רגעית v (מ־M ל־N או מ־N ל־M)?

ב. ברגע מסוים בזמן החלקת המוט, התאוצה שלו התאפסה. מהי עוצמת הזרם במוט ברגע זה?

ג. כוח חיצוני F הפועל במקביל למישור המשופע מניע את המוט במהירות קבועה במעלה המישור המשופע. מהו גודלו ומה כיוונו של הזרם המושרה הזורם במוט במצב זה?

.9 שני מוטות מוליכים מקבילים ואופקיים שהמרחק ביניהם $L=0.2[m]$, נמצאים בשדה מגנטי אחיד $B=4[T]$, המאונך למישור שהנוצר על ידי שני המוטות וכיוונו "לתוך הדף". המוטות מחוברים למקור כא"מ $\varepsilon=12[V]$, $r=2\Omega$, לנגד $R=4\Omega$ ולמד־זרם A. מניחים על גבי שני המוטות ובמאונך להם מוט מוליך שלישי AB (ראו תרשים). ההתנגדויות החשמליות של מד־הזרם ושל המוטות זניחות, וכן ניתן להזניח את החיכוך בין המוט AB לבין המוטות המקבילים.
על המוט AB מפעילים כוח חיצוני אופקי F, כדי להחזיקו במנוחה.



א. חשבו את:

[1] הזרם העובר במוט AB (גודל וכיוון).

[2] גודלו וכיוונו של הכוח החיצוני F.

ב. מפסיקים את פעולת הכוח החיצוני F.

[1] האם המוט AB ינוע שמאלה, ימינה או יישאר במקומו? הסבירו.

[2] האם עוצמת הזרם תגדל, תקטן או לא תשתנה? הסבירו.

[3] חשבו מהי המהירות המרבית של המוט AB.

ג. עתה מסיעים את המוט AB שמאלה במהירות קבועה של $5\left[\frac{m}{s}\right]$.

[1] האם עוצמת הזרם דרך המוט תהיה גדולה או קטנה מזו שזרמה דרכו כאשר הוחזק במנוחה על ידי הכוח F? הסבירו.

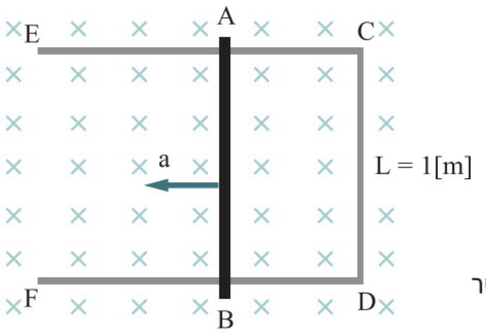
[2] מצאו את גודלו של הכוח הדרוש כדי לשמור על מהירות קבועה של המוט.

10. על גבי תיל מוליך ECDF המכופף בזוויות ישרות נע מוט מוליך AB, כך שנוצרת מסגרת מלבנית מוליכה ACDB. המסגרת נמצאת בשדה מגנטי אחיד שעוצמתו B=4[T] וכיוונו ניצב למישור המסגרת "לתוך הדף". המוט AB נע **בתאוצה קבועה** של $a = 2\left[\frac{m}{s^2}\right]$ בכיוון שמאלה, כשבתחילת תנועתו הוא צמוד ל-CD. אורך המוט הוא L=1[m] (ראו תרשים א).

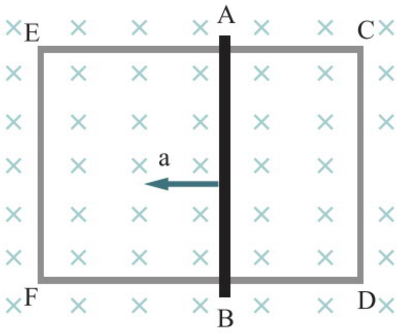
א. כתבו ביטוי למתח המושרה במערכת כפונקציה של הזמן t.

ב. חשבו את עוצמת הזרם הרגעית כעבור 2 שניות מתחילת התנועה, כאשר ההתנגדות ליחידת אורך של המסגרת ושל המוט היא $\lambda = 0.4\left[\frac{\Omega}{m}\right]$.

תרשים א



תרשים ב



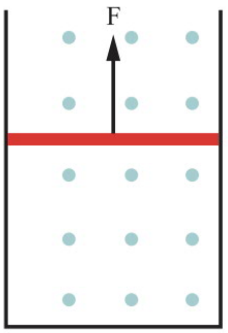
בין E ל-F מחברים מוליך זהה לזה שמחובר בין C ל-D (עם אותה התנגדות ליחידת אורך) ומתקבלת מסגרת מלבנית CDFE, שאורכה CE=DF=10[m].
משחררים שוב את המוט מ-CD באותה התאוצה בכיוון שמאלה.

ג. ציינו את כיוון הזרמים דרך AB, דרך CD ודרך EF.

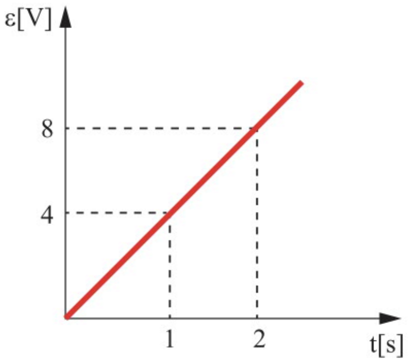
ד. חשבו את עוצמת הזרם הרגעית העוברת דרך המוט AB כעבור 2 שניות מתחילת התנועה.

11. מוט מוליך שהתנגדותו R, אורכו L ומסתו m מורם כלפי מעלה בתאוצה קבועה על ידי כוח חיצוני F. המוט נמצא במגע עם תיל מתכתי ארוך מאוד וחסר התנגדות, שקופל בזווית ישרה בנקודות A ו-B. המערכת מוצבת במישור אנכי, ושדה מגנטי אופקי אחיד B פועל בניצב למישור זה, כמתואר בתרשים א.

נתונים: m=0.4[kg], L=0.8[m],
R=2Ω , B=1.2[T].



תרשים א



תרשים ב

גרף הכא"מ המושרה הנוצר במוט כפונקציה של הזמן מתואר בתרשים ב.

א. חשבו את מהירות המוט ואת תאוצתו ברגע t=2[s].

ב. האם הכוח הגורר F גדל, קטן או אינו משתנה במהלך תנועת המוט בתאוצה קבועה כלפי מעלה? נמקו.

ג. סרטטו את הכוחות הפועלים על המוט. רשמו את משוואת התנועה ומצאו את ערכו של F ברגע t=2[s].

ד. מהי עוצמת הזרם ומהו כיוונו ברגע t=2[s]?

ה. קבעו ונמקו איזה מהמשפטים הבאים מתאר נכון את מה שיתרחש כאשר הכוח F יחדל לפעול:

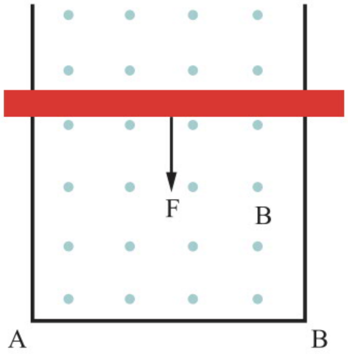
[1] הזרם יקטן עד שיתאפס ואחר כך לא יזרום זרם.

[2] הזרם יקטן עד שיתאפס ואחר כך יזרום בכיוון ההפוך.

[3] לא יזרום זרם דרך המוט.

[4] עוצמת הזרם לא תשתנה.

12. מוט מוליך שהתנגדותו R, אורכו L ומסתו m נמצא ברגע t=0 במנוחה, ואז מואץ כלפי מטה **בתאוצה קבועה** שגודלה a באמצעות כוח חיצוני F. המוט נמצא במגע עם תיל מתכתי ארוך מאוד וחסר התנגדות, המכופף בזוויות ישרות בנקודות A ו-B. המערכת מוצבת במישור אנכי, כך שעל המוט פועל גם כוח הכובד בנוסף על כוח F. שדה מגנטי אופקי אחיד B פועל בניצב למישור זה, כמתואר בתרשים. נתונים:



$$a=4\left[\frac{m}{s^2}\right], m=0.05[kg], L=1[m]$$

$$B=2[T],\ R=2\Omega, g=10\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

א. רשמו ביטוי לכא"מ המושרה במוט כפונקציה של הזמן.

ב. מהי עוצמת הזרם ומגמתו (עם או נגד מגמת מחוגי השעון) ברגע t=2[s]?

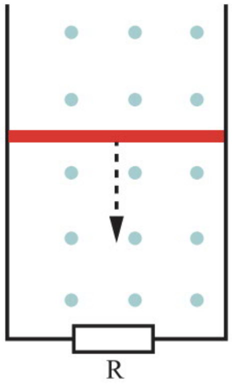
ג. סרטטו את הכוחות הפועלים על המוט. רשמו את משוואת התנועה (חוק שני של ניוטון), ומצאו את גודלו של הכוח F ברגע t=2[s].

ד. האם הכוח F גדל, קטן או אינו משתנה במהלך תנועת המוט בתאוצה קבועה כלפי מטה? נמקו.

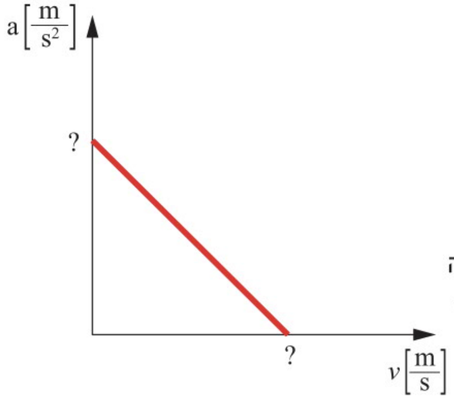
ה. מה צריך להיות גודלו של כוח חיצוני F, הפועל במאונך לקרקע, כדי שהמוט ינוע במהירות קבועה שגודלה $v=15\left[\frac{m}{s}\right]$ וכיוונה כלפי מעלה?

ו. בהמשך לסעיף ה: ברגע מסוים הפסיק לפעול הכוח החיצוני F. מהי המהירות הגבולית שאליה ישאף המוט להגיע לאחר זמן רב מהרגע שבו חדל הכוח החיצוני לפעול?

13. מוט מוליך, שאורכו $L=0.8[m]$ ומסתו $m=0.512[kg]$, מתחיל ליפול ממנוחה, תוך שהוא יוצר מגע חשמלי עם שני פסים מוליכים אנכיים שהתנגדותם זניחה, המחוברים ביניהם באמצעות נגד שהתנגדותו R=0.8Ω. הגרף שבתרשים א מתאר את תאוצת המוט כפונקציה של המהירות הרגעית שלו v. במרחב שורר שדה מגנטי B=0.8[T], המכוון אופקית בניצב למישור הפסים (ראו תרשים ב).



תרשים ב



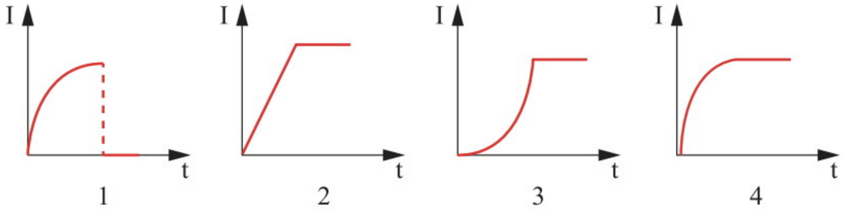
תרשים א

א. רשמו משוואת כוחות הפועלים על המוט והוכיחו את הקשר: $a=g-\frac{v\cdot B^2\cdot L^2}{R\cdot m}$

ב. מהם שיעורי הנקודות שבהן הגרף חותך את הצירים? מהי המשמעות הפיזיקלית של שיעורי הנקודות האלו?

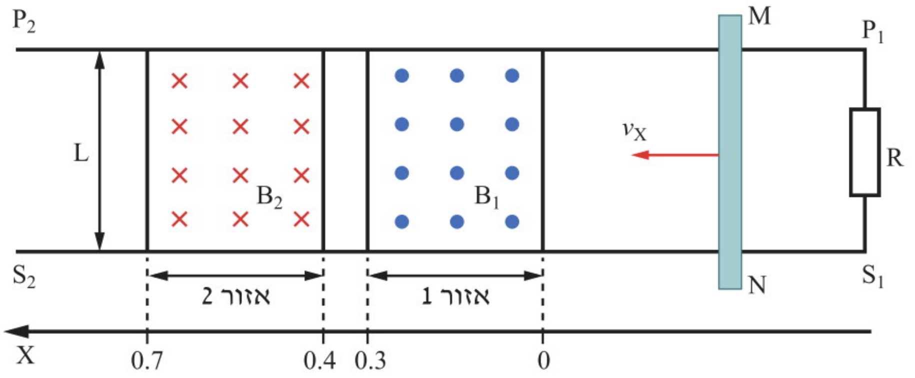
ג. מהו גודלו וכיוונו של הזרם המושרה העובר לאורך המוט במהלך ירידתו במורד הפסים, לאחר שתאוצתו מתאפסת?

ד. איזה מארבעת הגרפים מתאר את עוצמת הזרם המושרה כפונקציה של הזמן מרגע שחרור המוט ועד זמן מה לאחר שתאוצתו מתאפסת?



14. בתרשים שלפניכם מוצגת במבט-על מערכת ניסוי, המורכבת משתי מסילות חלקות (P_1-P_2, S_1-S_2) המונחות במקביל על שולחן אופקי במרחק L זו מזו (ראו תרשים). על המסילות מונח מוט MN שמסתו m. המסילות והמוט מוליכים וההתנגדויות שלהם זניחות. נגד R מחבר בין הקצוות S_1 ו-P_1 של המסילות. בין המסילות באזור המסומן 1 ($0 \le x \le 0.3[m]$) שורר שדה מגנטי B_1, ובין המסילות באזור המסומן 2 ($0.4[m] \le x \le 0.7[m]$) שורר שדה מגנטי B_2. שני השדות קבועים, מאונכים למישור השולחן ושווים בגודלם: $|B_1| = |B_2| = 0.05[T]$.

כיווני השדות כמתואר בתרשים. נתון: L=0.8[m], R=8Ω.



במהלך הניסוי, המוט MN נכנס לאזור 1 במהירות $v = 3\left[\frac{m}{s}\right]$. באזור זה הופעל על המוט כוח F_1 בכיוון ציר ה-x ולכן מהירותו נשארה קבועה.

א. האם במהלך התנועה של המוט באזור 1, זָרם בנגד R זֶרֶם? אם לא, נמקו מדוע. אם כן, מצאו את גודלו ואת כיוונו (מ-S_1 ל-P_1 או מ-P_1 ל-S_1).

ב. [1] חשבו את עבודתו של הכוח F_1, הדרושה לקיומה של תנועה קצובה זו באזור 1.

[2] חשבו את כמות החום המתפתחת בנגד R באותו פרק זמן.

[3] מהי מסקנתכם מתוצאות החישוב שהתקבלו ב-[1] ו-[2]?

כשהמוט נע באזור 2, הופעל עליו כוח F_2 בכיוון ציר ה-x (במקום F_1), שגרם לכך שינוע בתאוצה קבועה $a = 4\left[\frac{m}{s^2}\right]$.

ג. קבעו מה כיוונו של הזרם בנגד R במקרה זה (מ-S_1 ל-P_1 או מ-P_1 ל-S_1).

ד. בטאו את הזרם בנגד כפונקציה של הזמן. רגע הכניסה של המוט לאזור 2 הוא t=0.

ה. קבעו אם עבודתו של הכוח F_2, הדרושה לקיומה של התנועה המתוארת באזור 2, גדולה מכמות החום המתפתחת בנגד R באותו פרק זמן, קטנה ממנה או שווה לה? נמקו.

15. רכבת מהירה נעה כשהיא מרחפת מעל המסלול. הרכבת מרחפת בגלל תנועתה בשדה מגנטי אופקי אחיד B, כמתואר בתרשים (המציג חתך אנכי לאורך הקרון). השדה המגנטי נוצר על ידי מגנטים חזקים המוצבים לאורך שני צדי המסלול, כך שכיוון השדה פנימה "לתוך הדף" ועוצמתו $B=1.5[T]$. בעת תנועת הרכבת נוצר זרם מושרה בכבל RS המתוח לאורך רצפת הקרון. כבל זה הוא חלק מלולאה חשמלית PQESMU הניצבת לשדה, והכוללת גם כבלים שמתוחים לאורך מסלול הרכבת. בנקודות Q ו-M יש מגעים חשמליים ניידים הנעים עם הרכבת (הקטע PU הסוגר את הלולאה נמצא בקצה המסלול, והתרשים אינו בקנה-מידה אחיד). אורך הקטע SM הוא $L=60[cm]$ ומהירות הרכבת הנעה שמאלה היא $v=540\left[\frac{km}{h}\right]$.

הזניחו את המתח המושרה בקטע QR.

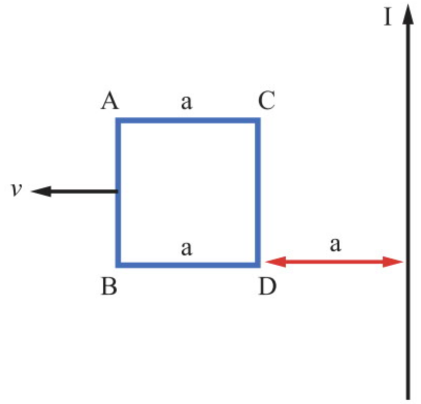
א. חשבו את המתח המושרה בין קצות הקטע SM.

ב. ברגע מסוים ההתנגדות של הלולאה PQRSMU היא 10Ω. חשבו את גודל הזרם העובר בקטע RS וקבעו את כיוונו (שמאלה או ימינה).

ג. חשבו את הכוח המגנטי (גודל וכיוון) שמפעיל השדה המגנטי B על הכבל RS ברגע המתואר בסעיף ב. נתון שאורך הכבל RS הוא $15[m]$.

ד. לאורך הקרון מתוחים 50 כבלים כדוגמת הכבל RS, שכל אחד מהם הוא חלק מלולאה נפרדת כדוגמת הלולאה PQRSMU. על כל אחד מהכבלים פועל אותו כוח מגנטי שחישבתם בסעיף ג (הזניחו את השדה המגנטי של כדור הארץ). מהי המסה של הקרון, אם ידוע כי הוא מרחף בגובה קבוע מעל הקרקע?

16. מסגרת ריבועית שאורך צלעה a והתנגדותה R נמצאת ברגע $t=0$ במרחק a מתיל ארוך מאוד שזורם בו זרם I. המסגרת מתרחקת מהתיל במהירות קבועה v (ראו תרשים).



א. רשמו ביטוי לכא"מ המושרה במסגרת כפונקציה של הזמן.

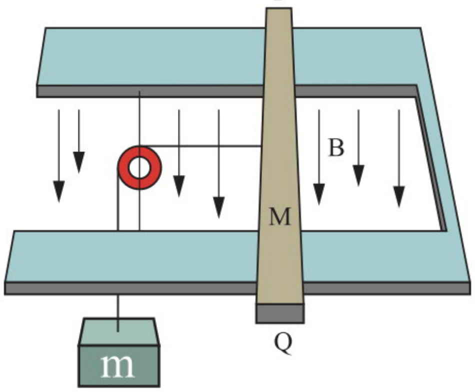
ב. מהו כיוון הזרם במסגרת?

ג. רשמו ביטוי לכוח החיצוני הנדרש כדי שהמסגרת תנוע במהירות קבועה.

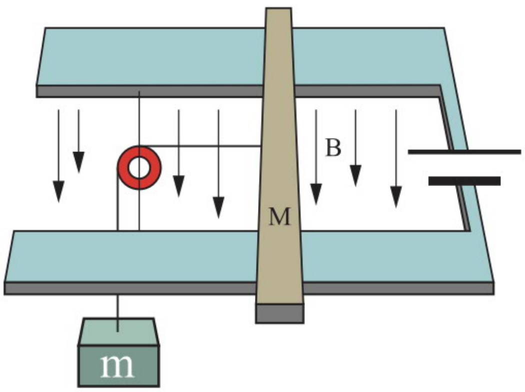
ד. במקרה אחר המסגרת נעה כלפי מעלה במקביל לתיל במהירות קבועה v. האם יזרום זרם במסגרת? נמקו.

17. מוט מוליך שאורכו L, מסתו M והתנגדותו החשמלית R, מונח על מסילה אופקית חלקה העשויה אף היא מחומר מוליך. בין שני חלקי המסילה מחובר תיל מוליך שהתנגדותו זניחה. המוט קשור באמצעות חוט אל גוף שמסתו m. החוט מחליק ללא חיכוך על גלגלת קטנה האחוזה בציר מבודד (ראו תרשים א). כל המתקן מצוי באזור שבו שורר שדה מגנטי אחיד, שעוצמתו B וכיוונו כמתואר בתרשים. הניחו כי המערכת משוחררת ממנוחה והזניחו את כוחות החיכוך ואת התנגדות התילים והמסילה.

תרשים א



תרשים ב



א. מהו כיוון הזרם המושרה במוט? נמקו.

ב. תארו במילים את תנועת המוט (מבחינת מהירות ותאוצה).

ג. חשבו את המהירות המרבית שאליה יגיע המוט.

במקום התיל המוליך מחברים בקצות המסילה מקור מתח ε שהתנגדותו הפנימית זניחה (ראו תרשים ב). כאשר משחררים את המערכת ממנוחה מתברר שהמוט PQ לא זז.

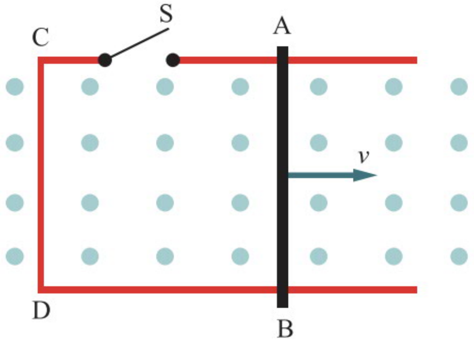
ד. מהו הכא"מ ε של מקור המתח?

ה. החוט המחבר את המשקולת אל המוט נקרע (כאשר הכא"מ ε מחובר).

[1] לאיזה כיוון ינוע המוט ומה תהיה תאוצתו ההתחלתית?

[2] לאיזו מהירות סופית יגיע המוט?

18. מוט AB נע ללא חיכוך לאורכן של שתי מסילות מוליכות המחוברות על ידי תיל מוליך CD. המוט, שאורכו $L=0.5[m]$ והתנגדותו $R=4\Omega$, נע ימינה במהירות קבועה שגודלה $v=1\left[\frac{m}{s}\right]$. המערכת נמצאת באזור שבו שורר שדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B=0.4[T]$ וכיוונו החוצה. הזניחו את התנגדויות המסילות והתיל.



א. במצב המתואר בתרשים כש**המפסק פתוח**:

[1] האם נוצר כא"מ מושרה בין קצות המוט AB? נמקו.

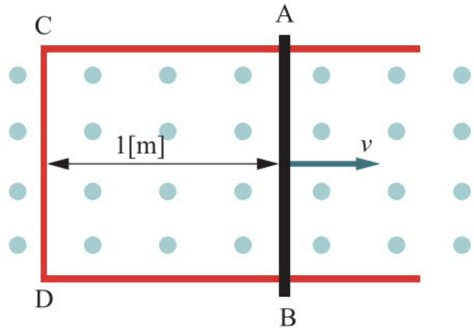
[2] האם נוצר זרם מושרה? אם כן – ציינו את כיוונו. אם לא – נמקו.

ב. סוגרים את המפסק.

[1] מהו כיוונו של הזרם במוט CD ומהי עוצמתו?

[2] מהו כיוונו של הכוח החיצוני F שצריכים להפעיל כדי שהמוט ימשיך לנוע במהירות קבועה?

[3] הסבירו מדוע גודלו של הכוח קבוע וחשבו גודל זה.



ג. ברגע t=0 המוט AB נמצא במרחק 1[m] מ-CD, כשהוא נע ימינה במהירות $8\left[\frac{m}{s}\right]$ והשדה המגנטי משתנה על פי הפונקציה $B(t)=0.5t$ (המפסק נותר סגור, ראו תרשים ב).

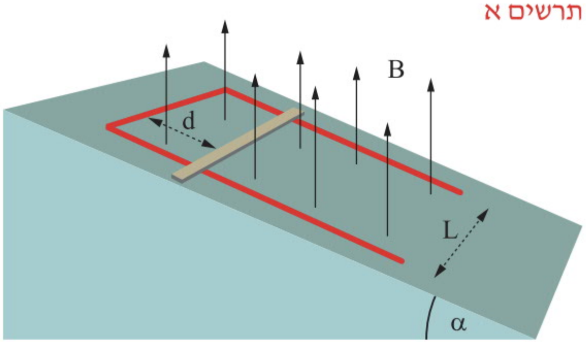
[1] רשמו ביטוי לשטף המגנטי דרך המסגרת כפונקציה של הזמן.

[2] רשמו ביטוי לכא"מ המושרה במסגרת כפונקציה של הזמן.

[3] מהו גודלו ומה כיוונו של הזרם המושרה במסגרת ברגע t=3[s]? נמקו.

19. מוט מוליך מחליק במהירות קבועה $v=4\left[\frac{m}{s}\right]$ לאורך שני פסי מתכת מוליכים ומקבילים, הנטויים בזווית α=53° ביחס למישור האופקי. המרחק בין הפסים הוא L=0.8[m], והם מחוברים ביניהם בקצותיהם העליונים על ידי תיל חסר התנגדות. ההתנגדות החשמלית של המוט R=2Ω. ברגע t=0 נמצא המוט במרחק d=1[m] מהקצה העליון. כל המערכת מצויה בתוך שדה מגנטי אחיד, שעוצמתו B=0.5[T] וכיוונו כלפי מעלה (במאונך למישור האופקי, ראו תרשים א).

תרשים א



א. כתבו נוסחה לשטף המגנטי Φ התחום על ידי המוט ופסי המתכת, כפונקציה של הזמן.

ב. [1] מה גודלו של הכא"מ המושרה במעגל החשמלי, כאשר המוט נע במורד המישור המשופע?

[2] מהי עוצמת הזרם המושרה (גודל וכיוון) במוט?

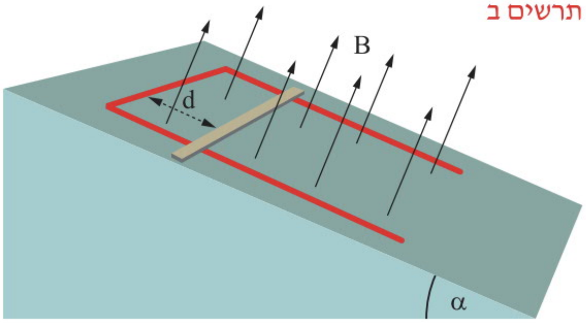
ג. מהו הכוח (גודל וכיוון) שמפעיל השדה המגנטי על המוט הנע?

ד. משנים את כיוון השדה המגנטי בלבד, כך שכיוונו החדש בניצב למישור המשופע (ראו תרשים ב).

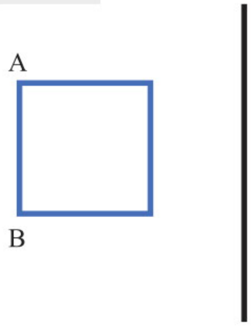
[1] האם מהירות תנועת המוט תהיה גדולה, קטנה או שווה לזו שהייתה לו כשהוא נע במהירות קבועה? נמקו.

[2] האם השטף המגנטי, התחום על ידי המוט ופסי המתכת כפונקציה של הזמן, גדול, קטן או שווה לזה שהתקבל כשהשדה היה במאונך למישור האופקי? נמקו.

תרשים ב

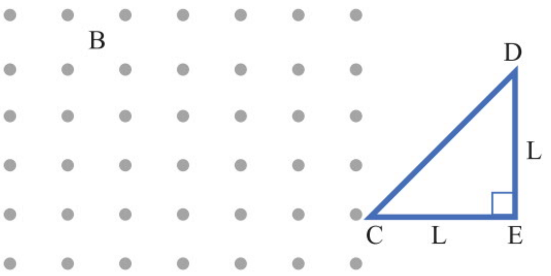


20. מסגרת ריבועית קטנה נמצאת על יד תיל נושא זרם. מה כיוון הזרם המושרה בכל אחד מהמצבים הבאים?



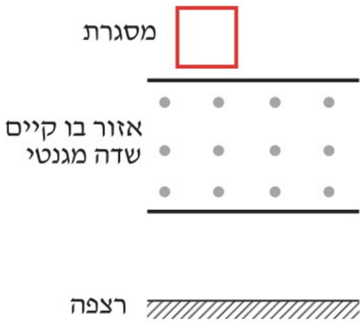
א. בתיל זורם זרם קבוע כלפי מעלה.
ב. בתיל זורם זרם ההולך וגדל כלפי מעלה.
ג. בתיל זורם זרם ההולך וקטן כלפי מעלה.
ד. בתיל זורם זרם ההולך וגדל כלפי מטה.
ה. בתיל זורם זרם קבוע כלפי מעלה והמסגרת נעה ימינה.
ו. בתיל זורם זרם קבוע כלפי מעלה והמסגרת נעה מעלה.

21. בתרשים מוצג תיל מוליך CDE, שצורתו משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים. אורך כל אחד משני הניצבים הוא L, וההתנגדות הכוללת של התיל היא R. מושכים את התיל שמאלה במהירות קבועה v, שכיוונה מאונך לניצב DE. בכל מהלך תנועתו, התיל נמצא במישור הדף. ברגע $t=0$, הקודקוד C של התיל מגיע לגבול אזור שבו שורר שדה מגנטי אחיד שגודלו B וכיוונו "מחוץ לדף" (בניצב למישור התיל), כמתואר בתרשים. גבול אזור השדה מקביל לניצב DE. האורך והרוחב של חתך האזור שבו שורר השדה המגנטי גדולים מאוד ביחס לממדי המשולש.



א. בתיל עובר ברציפות זרם חשמלי מושרה מרגע $t=0$ ועד לרגע מסוים $t=t'$. בטאו את t' באמצעות נתוני השאלה (R, v, L ו-B).
ב. קבעו באמצעות חוק לנץ את כיוון הזרם בתיל הניצב DE (מ-D ל-E או מ-E ל-D) בפרק הזמן מ-$t=0$ ועד $t=t'$. הסבירו את קביעתכם.
ג. בטאו באמצעות נתוני השאלה ובעזרת המשתנה t את עוצמת הזרם בתיל כפונקציה של הזמן t (בפרק הזמן מ-$t=0$ ועד $t=t'$).
ד. כיצד משתנה הערך המוחלט של עוצמת הזרם בתיל בפרק הזמן $t=0$ ועד $t=t'$? האם הוא הולך וגדל כפונקציה של הזמן, נשאר קבוע, או הולך וקטֵן? נמקו.

22. מסגרת ריבועית העשויה מתיל מוליך שוחררה ממנוחה. בעת נפילתה, המסגרת חולפת דרך אזור שבו מצוי שדה מגנטי שכיוונו אל "מחוץ לדף" (ראו תרשים). ניתן לחלק את תנועת המסגרת לשלושה שלבים:



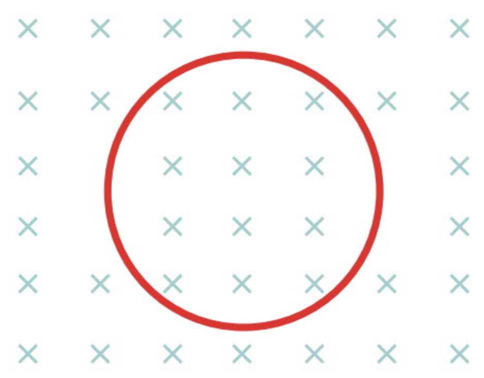
שלב 1: מתחילת כניסתה לתוך השדה המגנטי עד שכולה בתוכו.
שלב 2: כאשר המסגרת נמצאת כולה בתוך השדה ונעה בתוכו.
שלב 3: מרגע שהמסגרת מתחילה לצאת מהשדה ועד שהיא יוצאת ממנו לגמרי.

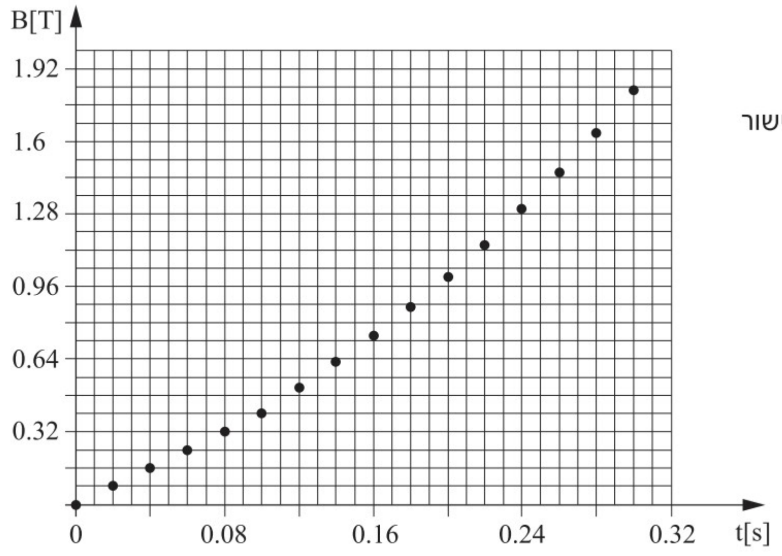
א. עבור כל אחד מהשלבים, ציינו את הכוחות הפועלים על המסגרת וקבעו אם הכוח השקול הפועל עליה גדל, קטן או לא משתנה. נמקו.
ב. עבור כל אחד מהשלבים, קבעו אם זרם דרך המסגרת זָרַם. אם כן – מהו כיוון הזרם? אם לא – הסבירו מדוע.

נתונים מסת המסגרת $m=0.02[kg]$, אורך צלעה $a=0.4[m]$, התנגדותה $R=2\Omega$, עוצמת השדה המגנטי $B=0.6[T]$. ברגע מסוים במהלך הנפילה של המסגרת, התאוצה שלה התאפסה.

ג. חשבו את עוצמת הזרם במסגרת ברגע זה.
ד. חשבו את מהירות התנועה של המסגרת ברגע זה.

23. מציבים כריכה מעגלית העשויה תיל מוליך באזור שבו שורר שדה מגנטי אחיד B, שכיוונו פנימה "לתוך הדף" במאונך למישור הכריכה. רדיוס הכריכה R=4[cm]. גודלו של B משתנה כפונקציה של הזמן t, כמתואר בגרף.





א. עבור כל אחד מפרקי הזמן שלפניכם, קבעו אם הכא"מ המושרה בכריכה הוא קבוע או משתנה ונמקו את קביעותיכם:

[1] $0 \le t \le 0.08$

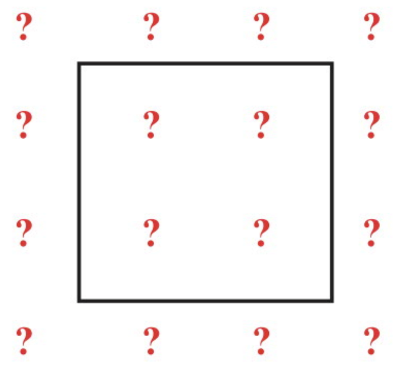
[2] $0.16 \le t \le 0.24$

ב. חשבו את הכא"מ המושרה בכריכה ברגע $t_1 = 0.04[s]$ וברגע $t_2 = 0.18[s]$.

ג. קבעו מהו הכיוון של השדה המגנטי שהזרם המושרה יוצר במרכז הכריכה. נמקו.

ד. חשבו את הגודל של הכא"מ המושרה שמתקבל בכריכה ברגע $t = 0.02[s]$, כאשר כיוון השדה המגנטי B מקביל למישור הכריכה. הסבירו.

24. בשדה מגנטי **המשתנה בזמן** נמצא ריבוע העשוי מתיל מוליך, שאורך כל צלע שלו a=0.5[m], והוא בעל התנגדות ליחידת אורך $\lambda = 4\left[\frac{\Omega}{m}\right]$. השדה המגנטי מכוון בניצב למישור הריבוע, והוא מתחיל לדעוך בקצב אחיד $0.5\left[\frac{T}{s}\right]$, כאשר ערכו ההתחלתי $B_0=5[T]$. כיוון השדה אינו ידוע.



א. מה גודלו של הכא"מ המושרה שנוצר בזמן דעיכת השדה המגנטי?

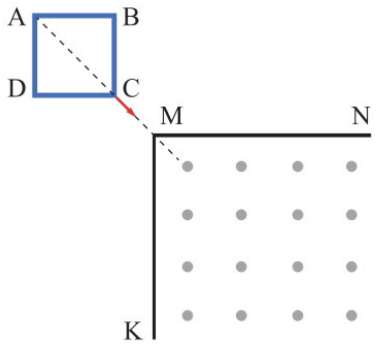
ב. מהו הזרם המושרה במסגרת במשך כל תהליך דעיכת השדה המגנטי?

ג. אם הזרם המושרה הוא נגד כיוון השעון, מה כיוונו של השדה המגנטי החיצוני? נמקו.

ד. במשך כל תהליך דעיכת השדה המגנטי עד להתאפסותו, מהי כמות המטען שעברה דרך חתך כלשהו של התיל?

ה. אילו קצב דעיכת השדה המגנטי היה גדול פי 2 (ושאר נתוני השאלה ללא שינוי), האם הערכים של הכא"מ המושרה, הזרם המושרה והמטען שעבר היו זהים לאלה שחישבתם בסעיפים הקודמים? נמקו.

25. בתרשים מוצגת מסגרת ריבועית ABCD, העשויה תיל מוליך ואחיד שהתנגדותו הכוללת היא R. מושכים את המסגרת במהירות קבועה שגודלה v וכיוונה לאורך המשך האלכסון AC של הריבוע, כמתואר בתרשים. באזור ששניים מגבולותיו הם MN ו־MK המאונכים זה לזה, יש שדה מגנטי אחיד שגודלו B וכיוונו "מחוץ לדף".
ברגע $t_0=0$, קדקוד C של המסגרת מגיע לקדקוד M של אזור השדה המגנטי, וצלעות הריבוע AB ו־AD מקבילות בהתאמה לצלעות MN ו־MK של אזור השדה המגנטי. ברגע t=T, קדקוד A מתלכד עם קדקוד M. רגע t הוא רגע כלשהו בין הרגע t_0 לרגע T.



א. מדוע זורם בתיל זרם ברגע t ומהו כיוון הזרם? נמקו.

ב. באמצעות נתוני השאלה R, v, B ו־t (או באמצעות חלק מהם), בטאו ברגע t את:

[1] השטף המגנטי דרך הריבוע התחום על ידי המסגרת.

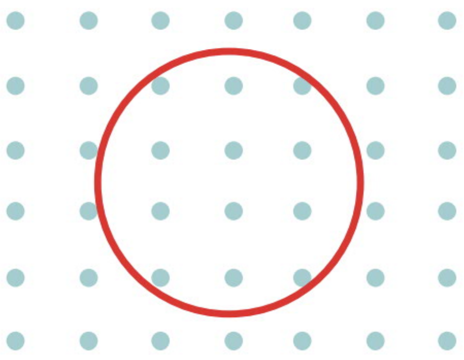
[2] הכא"מ המושרה בתיל.

[3] עוצמת הזרם בתיל.

ג. האם בפרק הזמן שבין t_0 לרגע T עוצמת הזרם במסגרת היא קבועה? נמקו.

26. בתרשים א מוצגת טבעת מוליכה שרדיוסה R=5[cm]. שדה מגנטי אחיד ניצב למישור הטבעת. גודל שדה זה משתנה כפונקציה של הזמן כמוצג בתרשים ב.

תרשים א



א. חשבו את גודל הכא"מ המושרה בטבעת מרגע $t=0$ ועד $t=10[s]$.

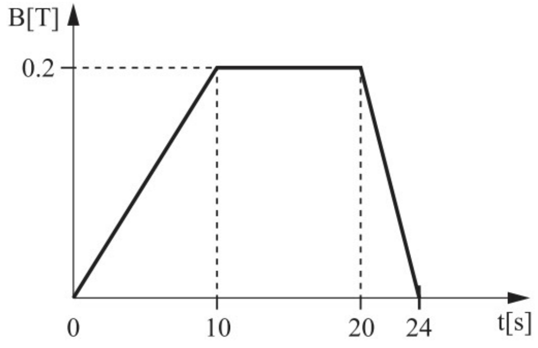
ב. סרטטו גרף המתאר את הכא"מ המושרה בטבעת כפונקציה של הזמן מרגע $t=0$ ועד $t=24[s]$.

ג. קבעו מהם פרקי הזמן שבהם זורם זרם מושרה בטבעת, ומהו כיוון הזרם בכל פרק זמן. הסבירו את תשובתכם.

ד. ההתנגדות החשמלית של הטבעת היא $R=10\Omega$. חשבו את ההספק המתפתח בטבעת ברגע $t=12[s]$ וברגע $t=22[s]$.

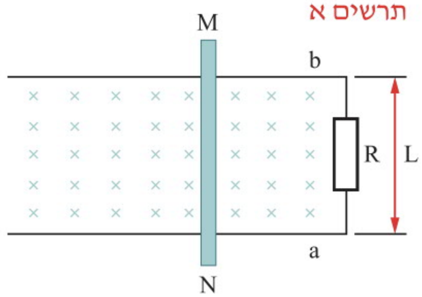
ה. לאחר שהופסק השדה המגנטי, חותכים קטע קטן מהטבעת, ומפעילים מחדש את השדה המגנטי המשתנה כמתואר בתרשים ב.
האם הגרף שסרטטתם בסעיף ב ישתנה? האם תשתנה תשובתכם לסעיף ד? הסבירו.

תרשים ב



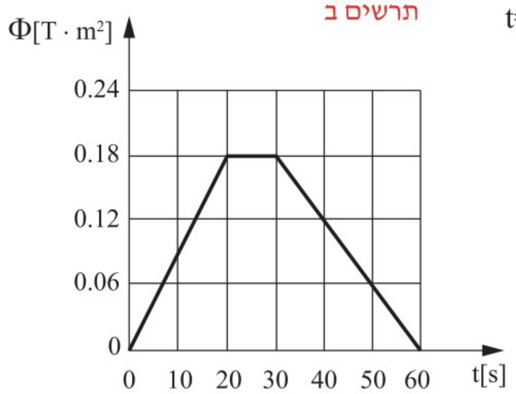
27. בתרשים א מוצגת מערכת הכוללת שני פסי מתכת a ו-b אופקיים ומקבילים זה לזה, שהמרחק ביניהם הוא $L=0.5[m]$. הפסים מוליכים והם מחוברים באמצעות נגד שהתנגדותו $R=0.5\Omega$. מוט מוליך MN מונח על שני הפסים וניצב להם. התנגדות הפסים והתנגדות המוט ניתנות להזנחה. המערכת נמצאת בתוך שדה מגנטי אחיד שגודלו $B=0.5[T]$ וכיוונו ניצב למישור המערכת, "לתוך הדף". שינויים בשטף המגנטי יכולים להיגרם אך ורק בגלל תנועת המוט. גורם חיצוני יכול להניע את המוט ימינה או שמאלה, או להשאיר אותו במנוחה, כך שבכל זמן נתון המוט ניצב לפסים.

תרשים א



בתרשים ב מוצג גרף של השטף המגנטי העובר דרך המשטח התחום על ידי הפסים, על ידי הנגד ועל ידי המוט, כפונקציה של הזמן, החל מזמן t=0 עד $t=60[s]$.

תרשים ב



א. האם בפרק הזמן שבין t=0 לבין $t=20[s]$ המוט נע ימינה, שמאלה או נמצא במנוחה? נמקו.

ב. האם בפרק הזמן שבין $t=20[s]$ לבין $t=30[s]$ המוט נע ימינה, שמאלה או נמצא במנוחה? נמקו.

ג. חשבו את עוצמת הזרם המושרה במעגל בפרק הזמן שבין t=0 לבין $t=20[s]$.

ד. מהו כיוון הזרם המושרה במוט MN (מ-M ל-N או מ-N ל-M) בפרק הזמן:

[1] בין t=0 לבין $t=20[s]$?

[2] בין $t=30[s]$ לבין $t=60[s]$?

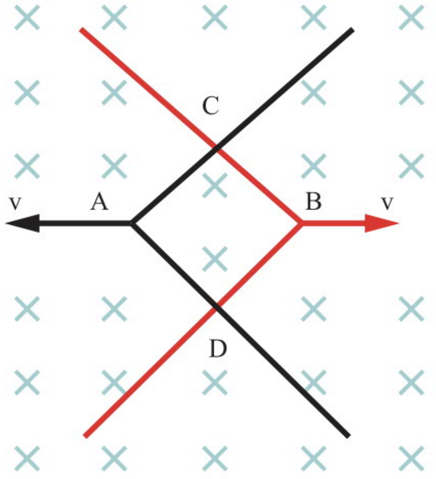
נמקו את תשובתכם באמצעות חוק לנץ.

ה. מהו גודל וכיוון הכוח המגנטי הפועל על המוט MN בפרקי הזמן:

[1] בין t=0 לבין $t=20[s]$?

[2] בין $t=30[s]$ לבין $t=60[s]$?

ו. האם בפרק הזמן שבין $t=30[s]$ לבין $t=60[s]$ תנועת המוט היא שוות מהירות, שוות תאוצה או בתאוצה משתנה? נמקו.



28. שני תילים מוליכים שהתנגדותם ליחידת אורך היא λ מכופפים בזווית ישרה ומחוברים אל משטח אופקי. שני התילים מונעים במהירות קבועה v תוך כדי יצירת מגע בנקודות C ו-D (הזניחו את החיכוך). וקטור המהירות של כל אחד מהתילים מכוון לאורך האלכסון AB, כך שבכל רגע נוצרת כריכה ריבועית מוליכה שצלעותיה הולכות וגדלות (ראו תרשים). ידוע שברגע t=0 מתלכדת הנקודה A עם הנקודה B, ובמרחב שורר שדה מגנטי אחיד B בניצב למישור האופקי.

נתונים: $\lambda = 2\left[\frac{\Omega}{m}\right]$, $v = 2\left[\frac{m}{s}\right]$, $B = 0.8[T]$.

א. חשבו את הכא"מ המושרה בכריכה ברגע $t=2[s]$:

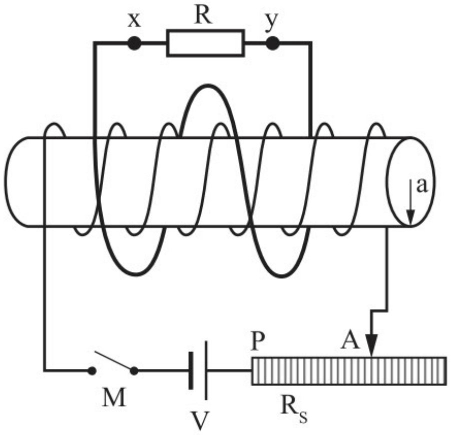
[1] על ידי חישוב קצב השינוי של השטף המגנטי.

[2] על ידי ניתוח הכוחות הפועלים על המוטות.

ב. מהו הזרם המושרה בכריכה הריבועית (גודל וכיוון) ברגע $t=2[s]$?

ג. האם עוצמת הזרם בכריכה ברגע $t=10[s]$ גדולה מזו שברגע $t=4[s]$, קטנה ממנה או שווה לה? נמקו.

29. נתונה סילונית שאורכה L ורדיוס החתך שלה a. הסילונית מורכבת מ-N_1 כריכות המבודדות זו מזו. את הסילונית מחברים למעגל חשמלי שמכיל: מקור מתח V, נגד משתנה R_S ומפסק M. סביב הסילונית נמצא סליל משני, שמספר כריכותיו N_2 וקצותיו מחוברים לנגד R (ראו תרשים).



א. עבור המקרים הבאים, ציינו והסבירו מהו כיוון הזרם המושרה שעובר דרך הנגד R ($x\leftarrow y$ או $y\leftarrow x$):

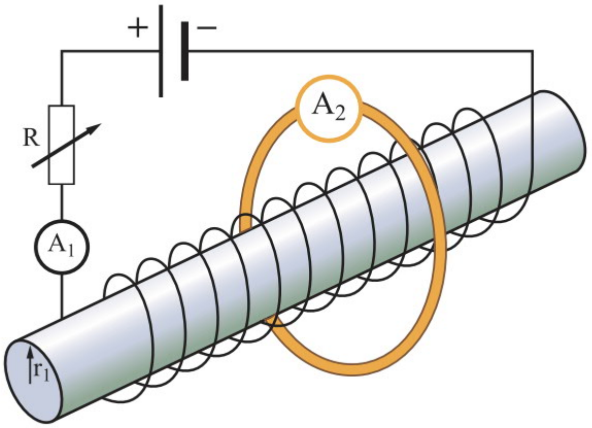
[1] תוך כדי סגירת המפסק M.

[2] כאשר המפסק M סגור, תוך כדי הזזת הגררה A לכיוון נקודה P.

ב. ידוע שכאשר סוגרים את המפסק M, הערך הממוצע של הזרם המושרה בסליל N_2 הוא $I=5[mA]$ בפרק זמן של $\Delta t = 5\cdot10^{-4}[s]$. לאיזה ערך מגיע הזרם במעגל הראשוני בפרק זמן זה? נתונים: $L=10[cm]$, $N_1=400$, $a=1[cm]$, $N_2=15$, $R=10\Omega$.

ג. מחליפים את מקור המתח הישר במקור מתח חילופין. האם עובר זרם דרך הנגד R (המפסק סגור)? הסבירו.

30. המעגל המתואר בתרשים מכיל מדי-זרם אידיאליים, מקור מתח ε שהתנגדותו זניחה, נגד משתנה R, סליל בעל n כריכות למטר שרדיוס החתך שלו r_1, טבעת מוליכה בעלת התנגדות ליחידת אורך λ ורדיוס r_2, המקיפה את הסליל. מד-הזרם A_1 מראה קריאה **קבועה** (ראו תרשים).



א. מהי עוצמת השדה המגנטי הנוצר בסליל ומה כיוונו?

ב. מהו הכא"מ המושרה בטבעת המוליכה? נמקו.

ג. ברגע מסוים מתחיל הזרם לדעוך בקצב קבוע של $a[A/s]$.

[1] מהו הכא"מ המושרה בטבעת המוליכה?

[2] מהו הזרם המושרה בטבעת המוליכה (גודל וכיוון)?

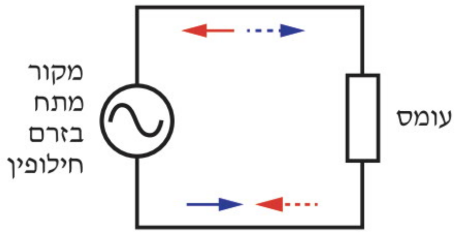
19 יישומים טכנולוגיים וסיכום

רקע תיאורטי

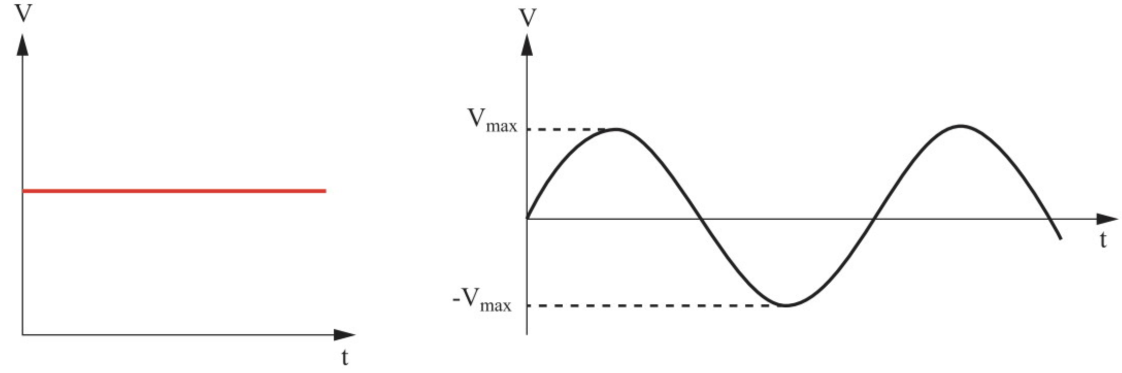
עד כה למדנו שניתן לייצר מקורות מתח על ידי הפרדת מטענים חשמליים בשתי דרכים: **מכנית** (שפשוף גופים העשויים מחומרים מבודדי חשמל, מחולל ואן דה גרף) ו**כימית** (סוללות חשמל למיניהן). הסוללה הכימית יכולה לספק מתח ישר ורציף, אך הספק האנרגיה שלה נמוך מאוד והולכת הזרם שנוצר (למשל באמצעות תילי נחושת לבתי הצרכנים) כרוכה בהפסדי אנרגיה עצומים ואינה יעילה. ההשראה האלקטרומגנטית שהכרנו בפרק הקודם מאפשרת דרך שלישית ליצירת מקורות מתח על ידי הפרדה אלקטרומגנטית של מטענים חשמליים. **מחולל מתח חילופין** (AC, Alternating Current) הוא המתקן החשוב ביותר ליצירת מקור מתח שימושי בחיי היום-יום ובתעשייה.

מתח חילופין

מקור מתח ישר (DC, Direct Current) מספק מתח קבוע בעל קוטביות אחידה (חיובית או שלילית). לעומת זאת, במקור מתח חילופין הקוטביות משתנה בתדירות קבועה מסוימת. בתילי ההולכה זורם זרם שכיוונו משתנה באותה תדירות. מתח החילופין הנפוץ ביותר בשימוש (בפרט בחברות החשמל) משתנה כמו פונקציית סינוס בתדר קבוע של $60[Hz]$ או $50[Hz]$, ומאפשר הזרמה של חשמל למרחקים ארוכים בעלות נמוכה יחסית.



זרם חשמלי שכיוונו מתהפך



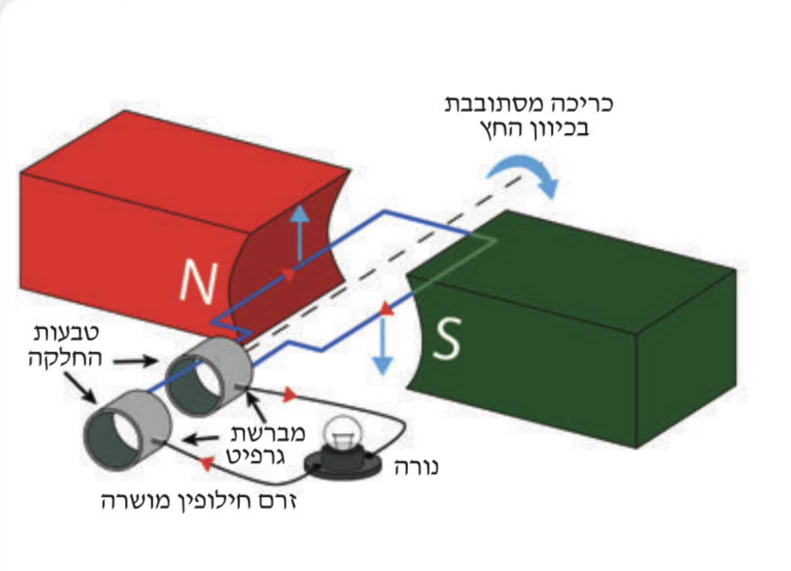
שינוי המתח כפונקציה של הזמן עבור מתח ישר (משמאל) ועבור מתח חילופין סינוסי (מימין)

מחולל (גנרטור) זרם חילופין

מחולל בסיסי של גל סינוס עשוי מכריכה (המכונה "**רוטור**"), המסתובבת במהירות זוויתית קבועה ω בתוך שדה מגנטי אחיד B שנוצר בין שני קוטבי מגנט (מכונה "**סטטור**").

השטף המגנטי העובר דרך הכריכה המסתובבת משתנה כל העת בצורת גל סינוס, ולכן נוצר בכריכה כא"מ מושרה

תנועתי, שאף הוא משתנה באופן סינוסואידלי. כדי לקלוט את המתח מהכריכה יש לחבר לקצותיה טבעות הנקראות **טבעות החלקה**. הטבעות מבודדות זו מזו ומסתובבות עם הכריכה. בטבעות מתחככות **מברשות עשויות גרפיט** שתפקידן להוליך את הזרם שנוצר בכריכה אל העומס החיצוני (נגד או נורה, למשל) שדרכו זורם זרם חילופין, שהשינוי שלו בזמן מיוצג גם כן על ידי פונקציית סינוס.

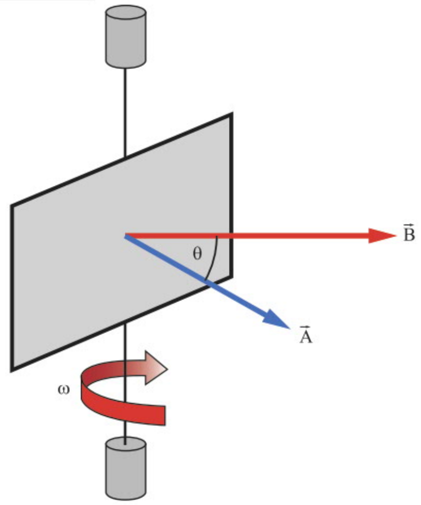


תרשים סכמתי של מחולל זרם חילופין

חישוב הכא"מ במחולל גל סינוס

כריכה מלבנית ששטחה A (השטח מיוצג באמצעות וקטור שטח $\vec{A}$), מסתובבת במהירות זוויתית ω סביב ציר סיבוב העובר דרך מרכזה. בזמן t=0 מתלכד וקטור השטח עם וקטור השדה המגנטי $\vec{B}$ כשהכריכה עצמה ניצבת לשדה המגנטי (θ=0).

במצב זה השטף החודר דרך הכריכה הוא מקסימלי ושווה: $\Phi_{max} = \left|\vec{B}\right| \cdot \left|\vec{A}\right|$.

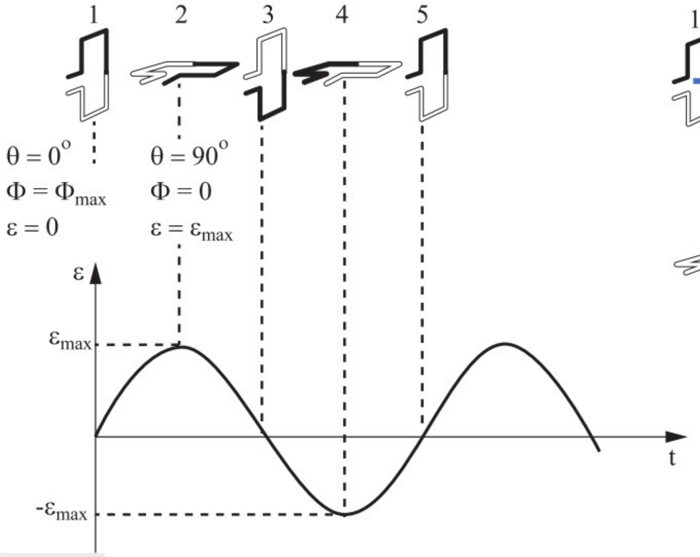


לאחר זמן t נוצרת זווית $\theta = \omega t$ בין וקטור השטח לווקטור השדה המגנטי, והשטף החודר דרך הכריכה שווה:

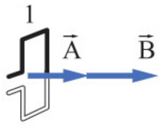
$$\Phi(t) = \vec{B} \bullet \vec{A} = \left|B\right| \cdot \left|A\right| \cdot cos\theta$$

על פי חוק פאראדיי: $\mathcal{E} = -\dfrac{d\Phi(t)}{dt}$. נגזור את השטף לפי משתנה הזמן ונקבל:

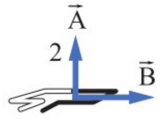
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -\frac{d\left[B \cdot A \cdot \cos(\omega t)\right]}{dt} \Rightarrow \quad \varepsilon = BA\omega \sin(\omega t)$$



מהביטוי שהתקבל ניתן לראות כי:



1. כאשר $\theta = 0°$ מתקבל $\varepsilon = 0$, כלומר כאשר השטף מרבי, הכא"מ שווה לאפס.

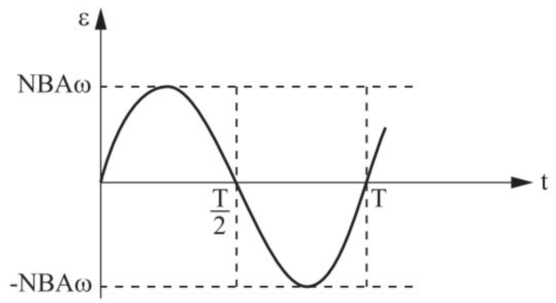


2. כאשר $\theta = 90°$ מתקבל $\varepsilon = \varepsilon_{max}$, כלומר כאשר השטף שווה לאפס, הכא"מ הוא מרבי.

בגרף מתואר השינוי של הכא"מ לאורך זמן.

כדי לקבל כא"מ בעל אמפליטודה גדולה יותר, ניתן ללפף מספר כריכות במקום כריכה בודדת.

כל כריכה תיצור כא"מ לפי המשוואה שקיבלנו לעיל, והכא"מ הכולל יהיה חיבור שלהם. עבור N כריכות צמודות, הכא"מ הכולל יהיה: $\varepsilon_T = NBA\omega\sin(\omega t)$.

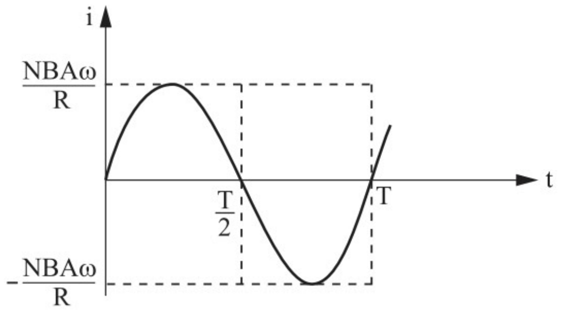


זרם והספק במעגל מתח חילופין

זרם חילופין דרך צרכן (עומס)

כאשר מחברים את מחולל מתח החילופין לנגד חיצוני ("נגד עומס", צרכן), יזרום דרכו זרם חילופין המתואר על ידי:

$$i(t) = \frac{\varepsilon(t)}{R} = \frac{NBA\omega}{R}\sin(\omega t)$$

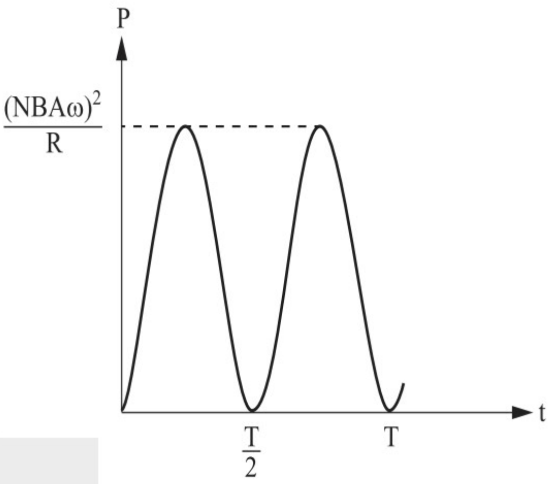


הספק שנמסר לנגד במעגל מתח חילופין

ניזכר שגודל ההספק שנמסר לנגד במעגל חשמלי מחושב כך: $P_R = \frac{\varepsilon^2}{R}$. לכן, ההספק שנמסר לנגד העומס על ידי מחולל מתח חילופין סינוסואידלי הוא:

$$P_R = \frac{\varepsilon^2}{R} = \underbrace{\frac{(NBA\omega)^2}{R}}_{P_{max}}\sin^2(\omega t) = P_{max}\sin^2(\omega t)$$

בגרף מתואר השינוי בזמן של ההספק שנמסר לנגד העומס.

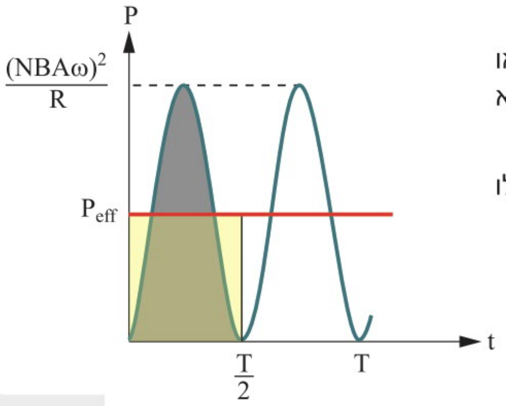


הספק אפקטיבי (R.M.S)

מאחר שההספק הנמסר לנגד העומס, שבו זורם זרם חילופין, משתנה כל העת ונתון לתנודות מחזוריות, הרי שישנם רגעים שבהם ההספק הוא מקסימלי וישנם רגעים שבהם ההספק הוא אפס.

מקובל להגדיר **הספק ממוצע** או **הספק אפקטיבי** (המסומן P_{eff}) כהספק **קבוע**, שבאמצעותו האנרגיה המתקבלת על הצרכן במהלך מחזור אחד ($P_{eff} \cdot T$) שווה לאנרגיה על הצרכן שהייתה מתקבלת באותו זמן באמצעות ההספק המשתנה (המתקבל ממתח החילופין).

ההספק האפקטיבי נקרא גם **הספק RMS** (Root Mean Square), שאותו נסמן $P_{R.M.S}$.



האיור הבא ממחיש את ההספק האפקטיבי באמצעות גרף. כזכור, עבודה (או אנרגיה) מתבטאת ב"שטח" שמתחת לגרף ההספק. ה"שטח" האפור מבטא את העבודה המתבצעת על נגד העומס במהלך מחזור אחד של ההספק.

ה"שטח" הצהוב מייצג את העבודה שהייתה מתבצעת על נגד העומס אילו ההספק היה קבוע.

ההספק האפקטיבי הוא ההספק הקבוע שעבורו שני ה"שטחים" שווים.

חישוב הספק, זרם וכא"מ אפקטיביים במעגל מתח חילופין

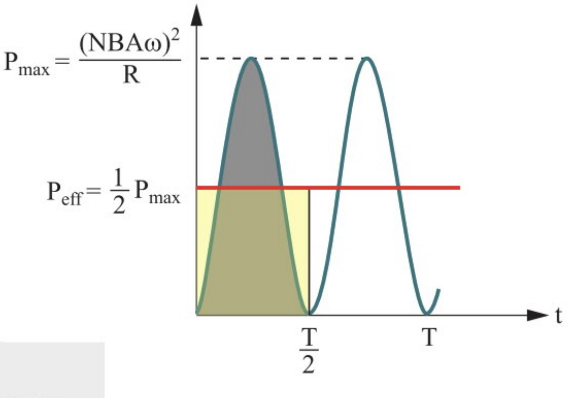
הספק אפקטיבי עבור מתח סינוסואידלי

כפי שראינו, ההספק המשתנה על נגד העומס הוא: $P_R = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{(NBA\omega)^2}{R}\sin^2(\omega t) = P_{\max}\sin^2(\omega t)$.

העבודה המתקבלת עבור הספק נתון שווה לשטח ש"מתחת" לגרף ההספק, ובשפה מתמטית היא שווה לאינטגרל של פונקציית ההספק: $W_{t_1 \to t_2} = \int_{t_1}^{t_2} P\,dt$.

העבודה על פני מחזור אחד של ההספק (שאורכו $\frac{T}{2}$) היא:

$$W_{0\to\frac{T}{2}} = \int_0^{T/2} P(t)\,dt = \int_0^{T/2} P_{\max}\sin^2(\omega t)\,dt = P_{\max}\cdot\frac{T}{4}$$



כאשר השוויון האחרון נובע מהקשר: $\int_0^1 \sin^2(x)\,dx = \frac{1}{2}$

במהלך אותו פרק זמן, העבודה המתקבלת על ידי ההספק האפקטיבי שווה ל: $W_{P_{eff}} = P_{eff}\cdot\frac{T}{2}$

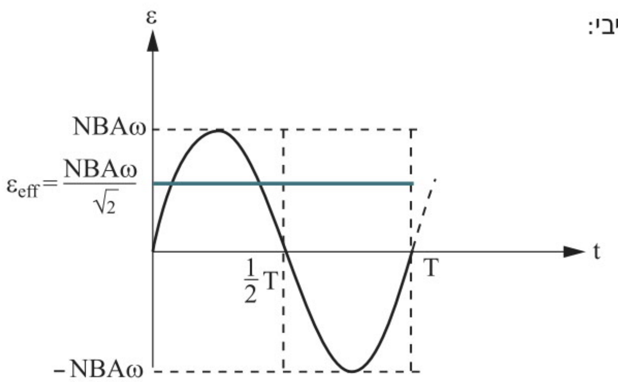
על פי הגדרת ההספק האפקטיבי נדרוש ששני הגדלים יהיו שווים:

$$W_{P_{eff}} = W_{P_{AC}} \Rightarrow P_{eff}\cdot\frac{T}{2} = P_{\max}\cdot\frac{T}{4}$$

ומכאן נקבל שההספק האפקטיבי הוא: $P_{eff} = \frac{P_{\max}}{2} = \frac{(NBA\omega)^2}{2R}$

כא"מ אפקטיבי

מתוך הקשר בין הכא"מ להספק, נוכל לחשב את הכא"מ האפקטיבי:



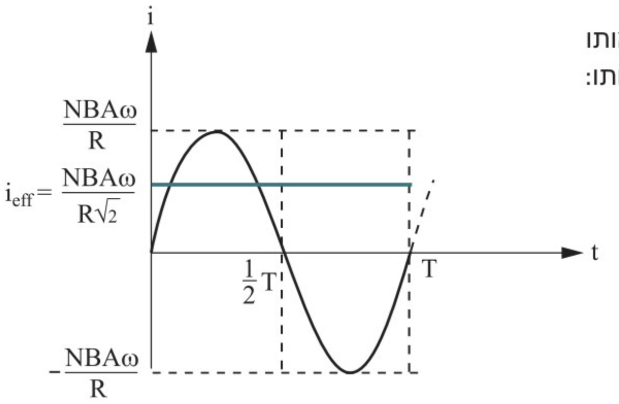
$$(1) \quad P_{eff} = \frac{1}{2} P_{\max} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_{\max}^2}{R}$$

$$(2) \quad P_{eff} = \frac{\varepsilon_{eff}^2}{R}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{NBA\omega}{\sqrt{2}}$$

זרם אפקטיבי

הזרם האפקטיבי הוא הזרם הקבוע שיגרום להספק האפקטיבי שאותו חישבנו למעלה. מתוך הקשר בין הזרם לבין ההספק נוכל לחשב אותו:



$$(1) \quad P_{eff} = \frac{1}{2} P_{\max} = \frac{1}{2} i_{\max}^2 \cdot R$$

$$(2) \quad P_{eff} = i_{eff}^2 \cdot R$$

$$\Rightarrow i_{eff} = \frac{i_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{NBA\omega}{R\sqrt{2}}$$

שנאי (טרנספורמטור) ושינוע אנרגיה למרחקים

בעיית שינוע אנרגיה חשמלית למרחקים

רוב מכשירי החשמל בעולם ובארץ פועלים על מתח של 220 וולט. מתברר שהעברה של אנרגיה חשמלית במתחים נמוכים כאלו אינה יעילה. נוכל להדגים זאת:

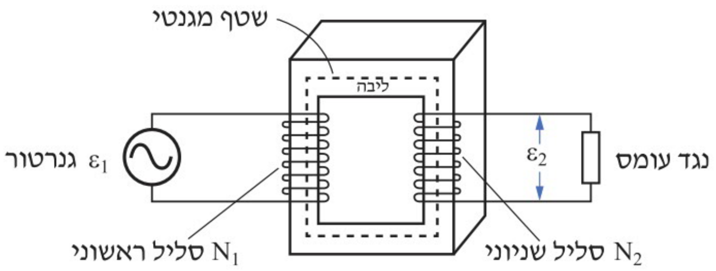
נניח שהספקו של מכשיר חשמלי ביתי הוא $1100[W]$. מכאן שהזרם דרך התילים שיוליכו למכשיר את האנרגיה החשמלית יהיה $\frac{1100[W]}{220[V]} = 5[A]$. הספק האנרגיה שיתבזבז על ההולכה בתילים יהיה:

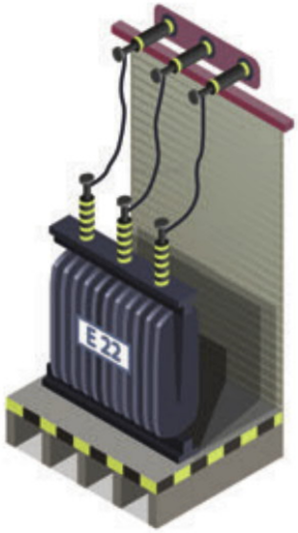
$$P = I^2 \cdot R = 5^2 \cdot R = 25R$$

התנגדות תילי ההולכה לאורך קילומטרים רבים היא גבוהה משמעותית מ- $\frac{1100}{25} = 44\Omega$, כלומר כל האנרגיה החשמלית תתבזבז בפועל בתילים וכלל לא תגיע לצרכן. ההתנגדות של התילים כמעט אינה ניתנת לשינוי. לכן אם מעוניינים להקטין את הספק האנרגיה המתבזבזת בתילים (וגורמת לחימום שלהם), חייבים להקטין בהרבה את עוצמת הזרם. הדרך לעשות זאת היא באמצעות ייצור מתחים גבוהים בהרבה בחברות החשמל, ושימוש בשנאים כפי שנראה מיד.

שנאי (טרנספורמטור)

שנאי הוא מכשיר שמעביר אנרגיה אלקטרומגנטית ממעגל חשמלי אחד למשנהו, תוך שינוי המתח והזרם וללא שינוי ההספק (במקרה של שנאי אידיאלי כמובן).





תכנון שנאים מתבסס על העיקרון שכבר הכרנו, שלפיו המתח המושרה שנוצר עקב שינוי בזמן של שטף מגנטי בכריכות הוא פרופורציוני למספר הכריכות.

השנאי מורכב משני סלילים המלופפים על ליבת ברזל משותפת. הסליל השמאלי נקרא **סליל ראשוני** והוא בעל N_1 כריכות, והסליל הימני נקרא **סליל משני** והוא בעל N_2 כריכות.

יחס המתחים בשנאי

מחולל מתח חילופין יוצר כא"מ מושרה ε_1 בסליל הראשוני. הסליל הראשוני, שבו זורם זרם $i_1(t)$ המשתנה בזמן, יוצר שטף מגנטי שאף הוא משתנה בזמן. שטף זה מועבר באמצעות ליבת ברזל אל הסליל המשני. ליבת הברזל כמעט שאינה מאפשרת שפייה (בריחה) של קווי שדה, כך שהשטף מועבר במלואו אל הסליל המשני. על כן השינויים בשטף המגנטי שווים בשני הסלילים: $\frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{d\Phi_2}{dt}$, ומתוך חוק ההשראה של פאראדיי נקבל:

$$\varepsilon_1 = N_1 \frac{d\Phi_1}{dt} \Rightarrow \quad \frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{\varepsilon_1}{N_1}$$

$$\varepsilon_2 = N_2 \frac{d\Phi_2}{dt} \Rightarrow \quad \frac{d\Phi_2}{dt} = \frac{\varepsilon_2}{N_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\varepsilon_1}{N_1} = \frac{\varepsilon_2}{N_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

כלומר, **יחס המתחים שווה ליחס מספר הליפופים בשני הסלילים!**

יחס השְׁנָאָה ושיקולי הספק בשנאי

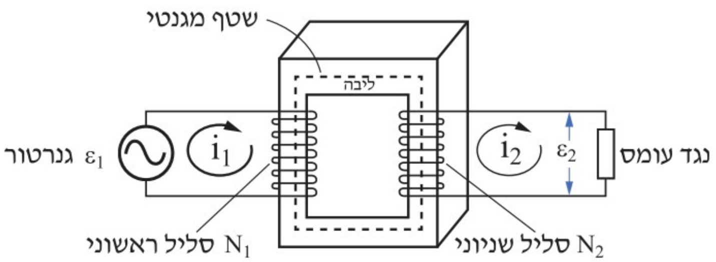
כפי שציינו, ההספק של שני הסלילים הוא זהה (בהנחה שהשנאי אידיאלי) בשל שיקולים של שימור אנרגיה ליחידת זמן. מכאן נובע:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \quad \mathcal{E}_1 i_1 = \mathcal{E}_2 i_2 \Rightarrow \quad \frac{i_2}{i_1} = \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2}$$

מתוך הצבת הקשר שקיבלנו $\frac{N_2}{N_1} = \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1}$ מתקבל הגודל שנקרא גם **יחס השְׁנָאָה** (שאותו מקובל לסמן באות k):

$$k = \frac{i_2}{i_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

יחס הזרמים הפוך ליחס מספר הליפופים.



נניח כי בסליל המשני מספר הליפופים גדול מזה שבסליל הראשון.

כתוצאה מכך יתקבל בסליל המשני (וגם כמובן על פני נגד העומס R) זרם קטן יותר מאשר בסליל הראשוני ($N_2 > N_1 \Rightarrow i_2 < i_1$).

לעומת זאת, המתח בסליל המשני יהיה גבוה יותר מהמתח בסליל הראשוני ($N_2 > N_1 \Rightarrow \varepsilon_2 > \varepsilon_1$).

נוכיח כי מצב זה שקול למצב שבו היינו מחברים ישירות למחולל זרם החילופין (הגנרטור) נגד עומס בעל התנגדות אפקטיבית קטנה יותר ונמצא את ערכה.

ההספק על הנגד האפקטיבי בחיבור ישיר למקור: $P_{eff} = I_1^2 \cdot R_{eff}$

ההספק של נגד העומס בחיבור דרך השנאי: $P_R = I_2^2 \cdot R$

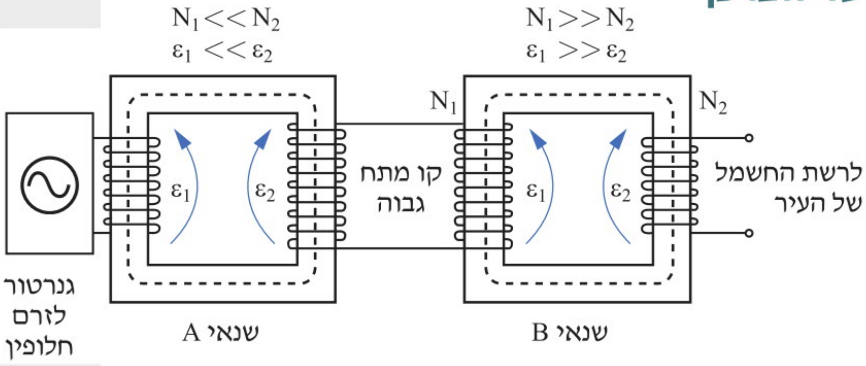
מתוך השוואת ההספקים נקבל את ערך הנגד האפקטיבי: $P_{eff} = P_R$

$$I_1^2 \cdot R_{eff} = I_2^2 \cdot R \Rightarrow \quad R_{eff} = R \cdot \left(\frac{I_2^2}{I_1^2}\right) = R\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

לכן כאשר $N_2 > N_1$, ההספק המתבזבז קטן יותר (פי ריבוע יחס הליפופים), עובדה שמסייעת להקטין את עלות שינוע האנרגיה באופן משמעותי.

הערה: מבחינה תיאורטית ניתן להקטין את התנגדות שינוע האנרגיה ככל שנרצה, אבל אז ניאלץ ליצור מתח גבוה מאוד בתילי ההולכה וזה עלול להיות מסוכן. לכן נקבעו תקנים מחמירים בכל מדינה ומדינה. בשנים האחרונות החלו להטמין את תילי ההולכה במעבה האדמה כתחליף ל"עמודי החשמל", מה שמאפשר ליצור מתחי הולכה גבוהים מאוד המוזילים בצורה משמעותית את שינוע האנרגיה.

הולכת חשמל במתח גבוה עד הצרכן



באיור מתוארת הולכת החשמל באופן סכמתי מרגע ייצורו ועד הגעתו לצרכן.

החשמל מיוצר בתחנת הכוח במתח נמוך ε_1 באמצעות שנאי A שבו $N_1<<N_2$ (יחס ההשנאה הוא כאלפית, $k \approx 1/1000$). המתח ε_2 ביציאת השנאי גבוה מאוד (בדרך כלל בסדר גודל של מאות אלפי וולטים) והזרם קטן באותו יחס. הזרם (הנמוך) מועבר בתילי ההולכה (קווי מתח גבוה), כאשר החום שמתפתח עליהם (ההספק המבוזבז) קטן פי $\frac{1}{k^2}$.

בכניסה לרשת החשמל העירונית ולפני המעבר לצרכנים הביתיים צריך להפחית את המתח, ועושים זאת באמצעות שנאי נוסף B, שבו מספר הליפופים בסליל הראשוני גדול יותר מזה שבסליל המשני ($N_1>>N_2$), עד לקבלת מתח העבודה הרצוי.

סיכום ומשוואות מקסוול

בספר זה למדנו על שדות חשמליים ומגנטיים קבועים ומשתנים ועל הקשרים ביניהם.

נסכם בקצרה את החוקים שלמדנו ואף נרחיב אותם למסגרת מושגית הידועה בשם **משוואות מקסוול**.

חוק גאוס באלקטרוסטטיקה

ראינו שמטענים חשמליים יוצרים שדות אלקטרוסטטיים, שקווי השדה שלהם מתחילים ומסתיימים במטענים חשמליים או באינסוף. באמצעות **חוק קולון** למדנו לחשב שדות אלקטרוסטטיים של מערכי מטען מסוימים במצבים שבהם יש מטענים מעטים בלבד. ראינו ש**חוק גאוס** (Gauss) מאפשר לחשב שדות אלקטרוסטטיים גם עבור מערכים מורכבים של מטענים חשמליים. חוק זה מקשר בין השטף של השדה החשמלי דרך משטח סגור (שקראנו לו "**משטח גאוס**") לבין כמות המטען הכולל ה"כלוא" בתוך הנפח התחום במשטח זה:

$$(1) \quad \sum E_{\perp,total} \cdot A = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$$

כאשר ε_0 הוא המקדם הדיאלקטרי של הריק.

חוק גאוס עבור שדה מגנטי

במהלך הלימוד עמדנו על שני מאפיינים חשובים של שדות מגנטיים שבהם הם נבדלים משדות חשמליים:

1. קווי השדה המגנטי הם קווים **סגורים**.
2. אין קוטב מגנטי בודד, או בניסוח אחר: אין "מטען" מגנטי בודד ("מונופול מגנטי"). הקטבים המגנטיים מופיעים תמיד בזוגות ולכן נקראים **דיפולים מגנטיים**.

לכן השטף המגנטי דרך כל משטח גאוס שווה לאפס. במילים אחרות, כנגד כל שטף מגנטי שמייצר קוטב צפוני, ייווצר שטף מנוגד על ידי קוטב דרומי. על כן נקבל:

$$(2) \quad \sum B_i \cdot \Delta A_i = 0$$

שתי המשוואות הקודמות מתארות קשרים בין שדות **קבועים** לבין המטענים שיוצרים אותם. ניתן לראות שבמשוואות אלו אין קשרים בין השדות (החשמלי והמגנטי), וכל אחד מהם פועל בנפרד וללא תלות בשדה האחר.

נזכיר כעת בקצרה שני חוקים נוספים המקשרים בין השדות המגנטיים והחשמליים לבין המקורות היוצרים אותם.

חוק אמפר

ראינו שזרם חשמלי יוצר שדה מגנטי. חישבנו את גודלו של השדה המגנטי עבור מספר מקרים פשוטים כמו תיל ארוך מאוד, כריכה מעגלית או סילונית, כאשר זורם דרכם זרם. באופן כללי ניתן לנסח את החוקיות באמצעות משוואה הידועה בשם **חוק אמפר**:

$$(3a)\quad \sum B_i \cdot \Delta L_i = \mu_0 I$$

כאשר μ_0 הוא מקדם הפרמאביליות של הריק.

למעשה קיימת הכללה של החוק הזה (הנקראת **תיקון מקסוול**), המבוססת על העובדה שניתן ליצור שדה מגנטי ב**שתי** דרכים: על ידי **זרם חשמלי** (כפי שלמדנו) או על ידי **שדה חשמלי משתנה**.

$$(3b)\quad \sum B_i \cdot \Delta l_i = \mu_0 \sum I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t}$$

חוק פאראדיי

ראינו ששינוי בשטף מגנטי גורם ליצירת כא"מ מושרה, כלומר ליצירת שדה חשמלי, באופן דומה לכך ששינוי בשדה חשמלי יוצר שדה מגנטי. קשר זה ידוע בשם חוק פאראדיי:

$$(4)\quad \sum \mathrm{E}_i \cdot \Delta l_i = -\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$$

ארבע המשוואות שתיארנו ידועות בשם **משוואות מקסוול** על שמו של הפיזיקאי ג'ימס קלרק מקסוול (Maxwell), שפיתח אותן בשנות ה-60 של המאה ה-19. משוואות אלו, בתוספת המשוואה של **כוח לורנץ**, מהוות תיאור מתמטי שלם לעולם התופעות האלקטרומגנטיות, כפי שחוקי ניוטון מתארים את עולם המכניקה.

סיכום

1. **מחולל מתח חילופין** (AC, Alternate Current) הוא המתקן החשוב ביותר ליצירת מתח חשמלי לשימושים שונים בחיי היום-יום ובתעשייה. מחולל מתח חילופין בסיסי עשוי מכריכה (רוטור) המסתובבת במהירות זוויתית קבועה ω בתוך שדה מגנטי אחיד B שנוצר בין שני קוטבי מגנט (סטטור).

   א. **המתח** שנוצר ברוטור העשוי N כריכות מלבניות ששטח כל אחת מהן A, ושמסתובב בתדירות זוויתית ω, שווה ל: $\varepsilon = NBA\omega\sin(\omega t)$.

   ב. **הזרם דרך צרכן** (נגד עומס) שהתנגדותו R שווה ל: $$i(t) = \frac{\varepsilon(t)}{R} = \frac{NBA\omega}{R}\sin(\omega t)$$

   ג. **ההספק המופק על ידי צרכן** שהתנגדותו R שווה ל: $$P_R = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{(NBA\omega)^2}{R}\sin^2(\omega t)$$

2. **הספק ממוצע או הספק אפקטיבי** (P_{eff}) הוא הספק **קבוע**, שבאמצעותו האנרגיה המתקבלת על הצרכן במהלך מחזור אחד ($P_{eff} \cdot T$) שווה לאנרגיה על הצרכן שהייתה מתקבלת באותו זמן באמצעות ההספק המשתנה (המתקבל ממתח החילופין).

   גודל זה נקרא גם **הספק** RMS (Root Mean Square) ומסומן $P_{R.M.S}$

   א. הספק אפקטיבי של מקור מתח סינוסואידלי שווה ל: $$P_{eff} = \frac{P_{\max}}{2} = \frac{(NBA\omega)^2}{2R}$$

   ב. הזרם האפקטיבי ניתן על ידי: $$i_{eff} = \frac{i_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{NBA\omega}{R\sqrt{2}}$$

   ג . המתח האפקטיבי מתקבל על ידי מכפלת הזרם ב-R: $$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{NBA\omega}{\sqrt{2}}$$

3. **שנאי** הוא מכשיר המעביר אנרגיה אלקטרומגנטית ממעגל חשמלי אחד למשנהו תוך שינוי המתח והזרם כמעט ללא שינוי בהספק. השנאי מורכב משני סלילים המלופפים על ליבת ברזל משותפת: סליל ראשוני בעל N_1 כריכות וסליל משני בעל N_2 כריכות.

   א. **יחס מתחים על הסלילים** הוא: $$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

   ב. **יחס הזרמים בסלילים** הוא: $k = \frac{i_2}{i_1} = \frac{N_1}{N_2}$. יחס זה נקרא בשם **יחס ההשנאה**.

4. **הולכת חשמל מתחנת הכוח לצרכנים** אינה יעילה במתח נמוך (מאות וולטים, מתח שבו מיוצרת האנרגיה החשמלית על ידי הגנרטורים בתחנות הכוח), מכיוון שרוב האנרגיה מתבזבזת על חימום תילי ההולכה (משום שהזרם נקבע על פי ההספק הנצרך אצל הצרכנים הביתיים).

   כדי לייעל את התהליך, משתמשים בשנאים המאפשרים שינוי הזרמים בתילי ההולכה.

   א . שנאי ביציאה מתחנת הכוח בעל יחס השנאה נמוך (k מסדר גודל של אלפית), מעלה פי $\frac{1}{k}$ את המתח ומוריד פי k את הזרם. לכן ההספק המתבזבז על ההולכה בתילים קטן פי k^2.

   ב. שנאי אחר בכניסה לרשת העירונית עושה את הפעולה ההפוכה ומשנה את המתח למאות וולטים.

5. סיכמנו את לימודינו בחשמל ומגנטיות בהיכרות קצרה עם ארבע **משוואות מקסוול**:

א. **חוק גאוס באלקטרוסטטיקה**: מטענים יוצרים שדות אלקטרוסטטיים, קווי השדה מתחילים ומסתיימים במטענים או באינסוף:

$$\sum E_{\perp,total} \cdot A = \frac{\sum q}{\varepsilon_0} \qquad (1)$$

ב. **חוק גאוס במגנטיות**: אין מונופולים מגנטיים, קווי השדה הם קווים סגורים:

$$\sum B_i \cdot \Delta A_i = 0 \qquad (2)$$

ג. **חוק אמפר המוכלל**: זרם ושדה חשמלי המשתנה בזמן יוצרים שדה מגנטי:

$$\sum B_i \cdot \Delta l_i = \mu_0 \sum I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t} \qquad (3)$$

ד. **חוק פאראדיי**: שטף מגנטי משתנה יוצר כא"מ מושרה:

$$\sum E_i \cdot \Delta l_i = -\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \qquad (4)$$

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)

א. הערך של המתח האפקטיבי ברשת החשמל בישראל הוא V=220[V]. מהו הערך של המתח המרבי V_0?

ב. מתח חילופין מרבי V_0=400[V] שתדירותו 50[Hz] נופל על נגד שהתנגדותו R. נתון שבמהלך דקה אחת הופכת אנרגיה של 40,000[J] לחום בנגד. חשבו את הגדלים הבאים:

[1] המתח האפקטיבי של מקור המתח.

[2] ההספק הממוצע הנצרך בנגד.

[3] התנגדות הנגד R.

[4] ביטוי להספק הרגעי.

[5] ההספק הרגעי המרבי.

פתרון דוגמה מספר (1)

א. המתח המרבי:

$$V_0 = \sqrt{2}V = \sqrt{2}\cdot 220 = 311[V]$$

ב. [1] המתח האפקטיבי של מקור המתח:

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{400}{\sqrt{2}} = 282.84[V]$$

[2] ההספק הממוצע הנצרך בנגד:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{40000}{60} = 666.66[W]$$

[3] התנגדות הנגד R:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{282.84^2}{666.66} = 120\Omega$$

[4] נמצא ביטוי להספק הרגעי:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\cdot 50 = 100\pi\left[\frac{rad}{s}\right]$$

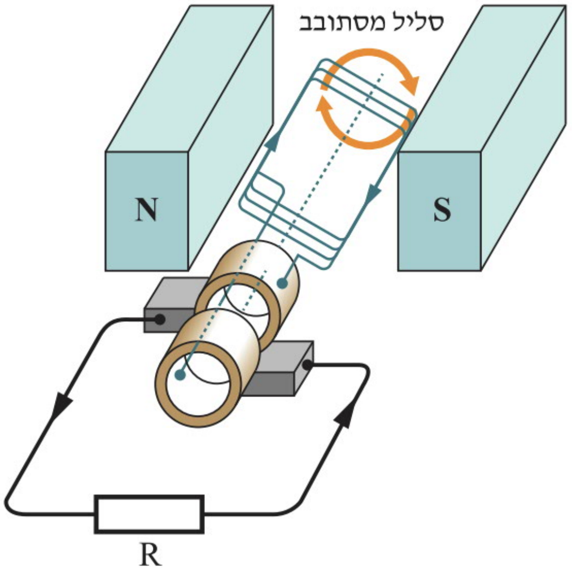
$$P_{(t)} = I_0 V_0 \sin\omega t = \frac{V_0^2}{R}\sin^2\omega t$$

$$P_{(t)} = \frac{400^2}{120}\sin^2(314\cdot t) = 1333.33\sin^2(314\cdot t)$$

[5] ההספק הרגעי המרבי:

$$P_{(\max)} = \frac{(V\cdot\sqrt{2})^2}{R} = \frac{(282.84\cdot\sqrt{2})^2}{120} = 1333.3[W]$$

דוגמה מספר (2)



בגנרטור לזרם חילופין יש סליל ובו N כריכות. הסליל מבצע f סיבובים בשנייה. נתונה עוצמת השדה המגנטי B=2[T] ונתון שטח כל כריכה $A=0.4[m^2]$. לגנרטור מחובר מעגל שהתנגדותו הכוללת היא R.

נתונים הביטויים שמתארים את הכא"מ ואת הזרם בתלות בזמן:

$$\varepsilon_{(t)} = 40000\sin(314\cdot t)$$
$$I_{(t)} = 3\sin(314\cdot t)$$

א. כמה סיבובים בשנייה מבצע הסליל?

ב. מהו המתח המרבי ε_0 ומהו הזרם המרבי I_0 ?

ג. מהי ההתנגדות הכוללת במעגל שאליו מחובר הגנרטור?

ד. מהו מספר הכריכות N בסליל?

ה. אם ידוע שברגע מסוים ε=0, כעבור כמה זמן יתקיים שוב שהכא"מ יתאפס (ε=0)?

פתרון דוגמה מספר (2)

א. מהביטויים: $\varepsilon_{(t)} = 40,000\cdot\sin(314\cdot t),\quad I_{(t)} = 3\cdot\sin(314\cdot t)$ נובע:

$$\omega = 314 = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2\pi} = 50[Hz]$$

ב. המתח והזרם המרביים:

$$I_0 = 3[A],\quad \varepsilon_0 = 40,000[V]$$

ג. ההתנגדות הכוללת במעגל:

$$R = \frac{\varepsilon_0}{I_0} = \frac{40000}{3} = 13,333.33\Omega = 13.33[k\Omega]$$

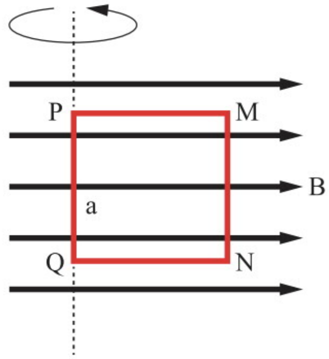
ד. נחשב את מספר הכריכות בסליל:

$$\varepsilon_0 = NBA\omega \Rightarrow 40,000 = N\cdot 2\cdot 0.4\cdot 314$$
$$N = \frac{40,000}{2\cdot 0.4\cdot 314} \cong 159$$

ה. הכא"מ יתאפס שוב לאחר מחצית זמן המחזור:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.02[s]$$
$$t = \frac{T}{2} = \frac{0.02}{2} = 0.01[s]$$

דוגמה מספר (3)



נתון תיל ריבועי שאורך צלעו a=8[cm]. ברגע t=0 מתחילים לסובב את הריבוע סביב הצלע PQ בתדירות של f=50[*Hz*]. הריבוע נמצא בשדה מגנטי אחיד שעוצמתו *B*=2[*T*] וכיוונו ימינה (כמתואר בתרשים).

א. רשמו ביטוי לשטף המגנטי כפונקציה של הזמן.

ב. רשמו ביטוי לכא"מ המושרה כפונקציה של הזמן.

ג. מהו הכא"מ המרבי ε_0?

ד. באיזה מצב הכא"מ הוא מרבי?

ה. באיזו מגמה יזרום הזרם, כאשר הצלע MN נעה פנימה אל תוך הדף והתיל המלבני נמצא במישור הדף?

פתרון דוגמה מספר (3)

א. בהתאם להגדרת השטף המגנטי:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos\alpha = B \cdot a^2 \cdot \cos\omega t = B \cdot a^2 \cdot \cos 2\pi ft$$

$$\Phi = 2 \cdot 0.08^2 \cdot \cos 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t = 0.0128\cos(314 \cdot t)$$

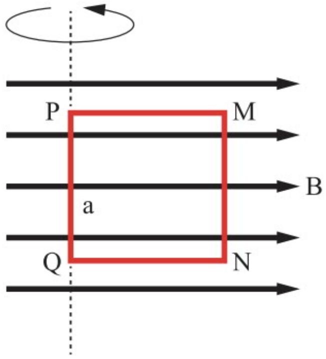
ב.

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt} = -(-0.0128 \cdot 314 \cdot \sin(314t)) = 4.0192\sin(314t)$$

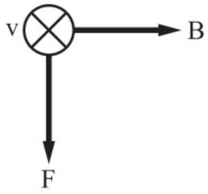
ג.

$$\varepsilon_0 = N \cdot A \cdot \omega \cdot B = 1 \cdot 0.08^2 \cdot 314 \cdot 2 = 4.0192[\mathrm{V}]$$

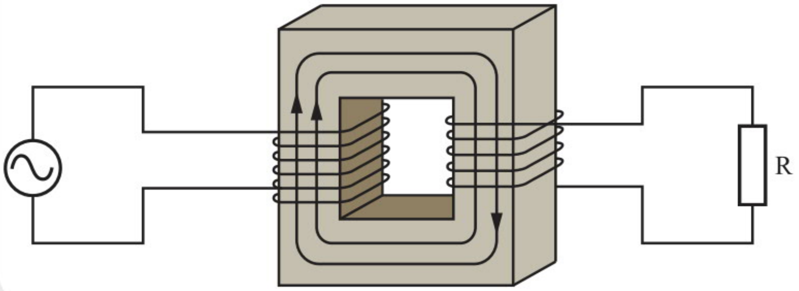
ד. הכא"מ הוא מרבי כאשר מישור התיל הריבועי הוא מקביל לשדה המגנטי.



ה. המהירות פנימה והשדה המגנטי ימינה, על פי כלל יד ימין הזרם יהיה בכיוון מ-M ל-N (בכיוון השעון).



דוגמה מספר (4)



בסליל ראשי של שנאי יש 100 כריכות. הסליל מחובר למקור זרם חילופין שהכא"מ שלו ε_1=90[V], תדירותו 50[Hz] והזרם בו הוא I_1. בסליל המשני יש 10 כריכות, הכא"מ הנוצר בו הוא ε_2, והזרם I_2=4[A].

א. מצאו את הכא"מ שנוצר בסליל המשני ε_2.

ב. מצאו את הזרם I_1.

ג. מהו ההספק הממוצע שנצרך במעגל הראשוני?

ד. מהו ההספק הממוצע ההופך לחום על הנגד במעגל המשני?

פתרון דוגמה מספר (4)

א. הכא"מ שנוצר בסליל המשני:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}=\frac{N_1}{N_2}\Rightarrow\varepsilon_2=\varepsilon_1\cdot\frac{N_2}{N_1}=90\cdot\frac{10}{100}=9[V]$$

ב. אם נניח כי כל האנרגיה החשמלית שהמעגל הראשוני מספק עוברת בלי הפסדים למעגל המשני נוכל לרשום:

$$\varepsilon_1\cdot I_1=\varepsilon_2\cdot I_2\Rightarrow I_1=I_2\cdot\frac{N_2}{N_1}=4\cdot\frac{10}{100}=0.4[A]$$

ג. ההספק הממוצע שנצרך במעגל הראשוני:

$$P_1=\varepsilon_1\cdot I_1=90\cdot 0.4=36[W]$$

ד. ההספק הממוצע שהופך לחום על הנגד במעגל המשני:

$$P_2=\varepsilon_2\cdot I_2=9\cdot 4=36[W]$$

דוגמה מספר (5)

תחנת כוח מייצרת חשמל בהספק של $1.2 \cdot 10^6[W]$. מהתחנה מעבירים את החשמל למקום מרוחק באמצעות כבל נחושת שהתנגדותו 10Ω. ענו על הסעיפים הבאים כאשר משתמשים פעם אחת במתח חילופין של $4{,}000[V]$ ופעם אחרת במתח חילופין של $40{,}000[V]$ (הכוונה למתחים אפקטיביים).

א. מהו הזרם הזורם דרך תיל הנחושת?

ב. מהו ההספק ההופך לחום בתיל הנחושת?

ג. מהו אחוז האנרגיה ההולך לאיבוד?

פתרון דוגמה מספר (5)

עבור מתח של $4{,}000[V]$:

א. הזרם הזורם דרך תיל הנחושת:

$$P = V \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{V} = \frac{1.2 \cdot 10^6}{4,000} = 300[A]$$

ב. ההספק ההופך לחום בתיל הנחושת:

$$\Delta P = I^2 \cdot R = 300^2 \cdot 10 = 900,000[W]$$

ג. אחוז האנרגיה ההולך לאיבוד:

$$\frac{\Delta P}{P} \cdot 100 = \frac{900,000}{1.2 \cdot 10^6} \cdot 100 = 75\%$$

עבור מתח של $40{,}000[V]$:

א. הזרם הזורם דרך תיל הנחושת:

$$P = V \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{V} = \frac{1.2 \cdot 10^6}{40,000} = 30[A]$$

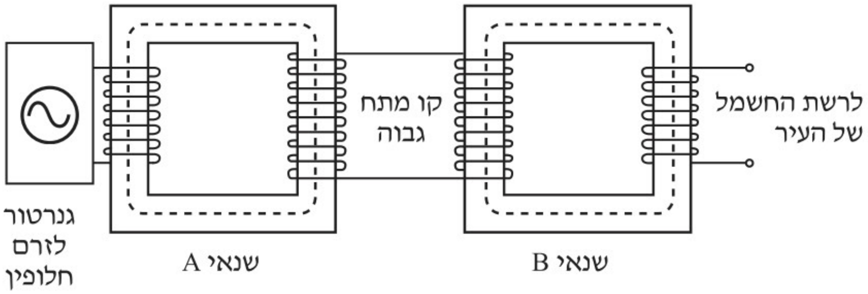
ב. ההספק ההופך לחום בתיל הנחושת:

$$\Delta P = I^2 \cdot R = 30^2 \cdot 10 = 9,000[W]$$

ג. אחוז האנרגיה ההולך לאיבוד:

$$\frac{\Delta P}{P} \cdot 100 = \frac{9,000}{1.2 \cdot 10^6} \cdot 100 = 0.75\%$$

דוגמה מספר (6)



גנרטור בתחנת כוח מייצר מתח חילופין שערכו האפקטיבי הוא $25,000[V]$ בהספק של $3\times10^6[W]$. הגנרטור מחובר לשנאי A, שמתח היציאה שלו מסופק לקו מתח גבוה. התנגדות קו המתח הגבוה היא 15Ω, וזורם בו זרם שערכו האפקטיבי הוא $50[A]$.

בקרבת עיר מסוימת קו המתח הגבוה מחובר לשנאי B, שמתח היציאה שלו מתאים לרשת החשמל של העיר (ראו תרשים).

א. הסבירו את העיקרון בפעולתו של גנרטור לזרם חילופין.

ב. מהי משמעות המשפט "הערך האפקטיבי של מתח החילופין הוא $25,000[V]$"?

ג. כיצד נוצר הזרם בסליל משני של שנאי?

ד. איזה אחוז מהווה "האנרגיה האובדת" במשך שנייה בקו המתח הגבוה, מסך האנרגיה המסופקת על ידי הגנרטור במשך שנייה?

פתרון דוגמה מספר (6)

א. גנרטור לזרם חילופין יוצר כא"מ מושרה על ידי תנועה יחסית בין סליל לשדה מגנטי.

ב. המשמעות היא: ההספק המתפתח שווה להספק שהיה נוצר על ידי מקור מתח ישר של $25,000[V]$.

ג. הזרם בסליל המשני של השנאי נוצר כתוצאה מכך שדרך הסליל הראשי עובר זרם משתנה, הגורם להיווצרות של שדה מגנטי משתנה. כתוצאה מכך השטף המגנטי בסליל המשני משתנה, ונוצר בו כא"מ מושרה הגורם לזרם משתנה. בעזרת השנאי מעלים את המתח בקצות קו המתח הגבוה. מכיוון שההספק קבוע, העלאת המתח גורמת להקטנת הזרם בקו המתח הגבוה. בזרם נמוך, אובדן האנרגיה החשמלית לחום (בשל התנגדות חוטי הקו) הוא נמוך יותר, וכך קטנים הפסדי ההספק בקו המתח הגבוה.

ד. "האנרגיה האובדת" בשנייה בקו המתח הגבוה היא:

$$W_2 = P_2 \cdot t$$
$$P_2 = I^2 \cdot R = 50^2 \cdot 15 = 37500[W]$$
$$W_2 = 37500 \cdot 1 = 37500[J]$$

לפי הנתון, האנרגיה המסופקת בשנייה:

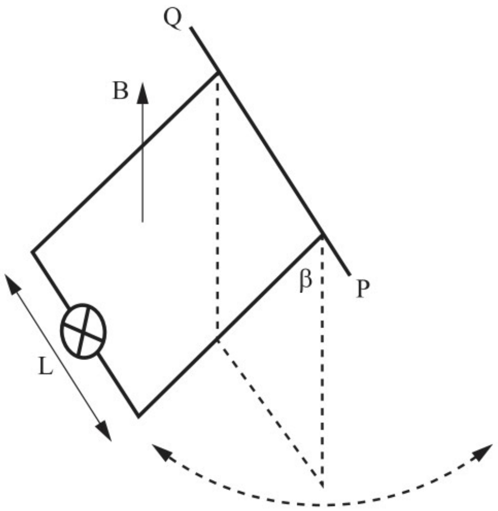
$$W_1 = P \cdot t = 3 \cdot 10^6 \cdot 1 = 3 \cdot 10^6[J]$$

השיעור באחוזים שאנרגיה זו מהווה מסך האנרגיה המסופקת בשנייה הוא:

$$\frac{W_2}{W_1} \cdot 100\% = \frac{37500}{3 \cdot 10^6} \cdot 100 = 1.25\%$$

דוגמה מספר (7)

מסגרת העשויה תילים קשיחים ומוליכים ושהתנגדותה זניחה, מתנודדת בשדה מגנטי אחיד B שכיוונו מעלה (ראו תרשים). צלע אחת של המסגרת מתלכדת עם ציר הסיבוב PQ. בצלע התחתונה שאורכה L יש נורה שהתנגדותה R. המהירות של הצלע התחתונה כאשר היא עוברת בתחתית מסלולה היא v. החיכוך והתנגדות האוויר ניתנים להזנחה.



א. באיזה מקום לאורך מסלול המסגרת תימדד בנורה עוצמת זרם מרבית? נמקו.

ב. בטאו את עוצמתו המרבית של הזרם בנורה באמצעות נתוני השאלה.

ג. מהי עוצמת הזרם בנורה כאשר הצלע התחתונה נמצאת במקום הגבוה ביותר במסלולה?

ד. נתון שכאשר $\beta=8^\circ$, מהירות הצלע התחתונה $v=4\left[\frac{m}{s}\right]$. כמו כן נתונים התנגדות הנורה $R=5\Omega$, עוצמת השדה המגנטי $B=0.8[T]$ ואורך הצלע $L=0.25[\text{m}]$. מהי עוצמת הזרם בנורה במצב זה?

ה. האם עוצמת הזרם המרבית תשתנה מתנודה לתנודה? נמקו.

פתרון דוגמה מספר (7)

א. עוצמת הזרם בנורה תהיה מרבית כאשר הנורה תימצא בנקודה הנמוכה ביותר. נימוקים אפשריים:

- כאשר הנורה נמצאת בנקודה הנמוכה ביותר, השינוי בשטף הוא מרבי (השטף עצמו אפסי).
- בנקודה זו המהירות היא מרבית.
- במצב זה וקטור המהירות מאונך לווקטור השדה המגנטי, ולכן הכא"מ מרבי:

$$\varepsilon = v\cdot B\cdot L\cdot\sin\alpha \Rightarrow (\alpha=90^\circ)$$

ב. על פי חוק אוהם:

$$I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{v\cdot B\cdot L\cdot\sin\alpha}{R}=\frac{v\cdot B\cdot L}{R}$$

ג. כאשר הנורה נמצאת במקום הגבוה ביותר, המסגרת נעצרת רגעית, ולכן הזרם יהיה אפס.

ניסוח אפשרי נוסף:

השינוי בשטף המגנטי שווה לאפס, ולכן לא נוצר כא"מ מושרה ואין זרם.

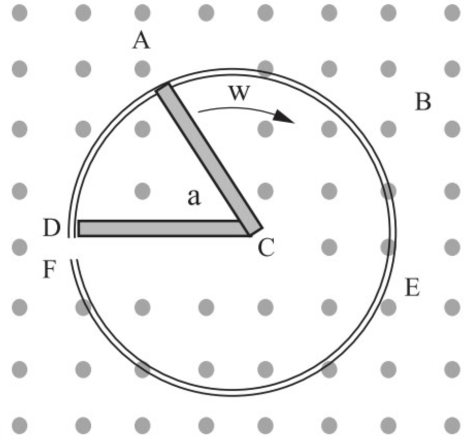
ד. כאשר המסגרת נמצאת בזווית של 8° ביחס לאנך, הזווית שבין וקטור המהירות של הצלע שעליה נמצאת הנורה לבין כיוון השדה המגנטי היא 82°. עוצמת הזרם ברגע זה תהיה:

$$I=\frac{v\cdot B\cdot L\cdot\sin\alpha}{R}=\frac{4\cdot 0.8\cdot 0.25\cdot\sin 82}{5}=0.158[A]$$

ה. עוצמת הזרם המרבית תלך ותקטן, הנורה פולטת אור הגורם לאיבוד אנרגיה.

נימוק אחר: השדה המגנטי יפעיל על המסגרת כוח שיאט את תנועתה (בהתאם לחוק לנץ).

דוגמה מספר (8)



המסילה המתוארת בתרשים מורכבת משני קטעים ישרים AC - CD ומקשת DEF. רדיוס הקשת הוא r. כל חלקי המסילה עשויים מתכת. מישור המסילה מאונך לשדה מגנטי אחיד B.

א. הביעו באמצעות נתוני השאלה את השטף המגנטי הכלוא בתחום ACD, במצב שבו הזווית בין AC ל-CD היא α (ברדיאנים).

ב. הקטע AC נייד ומסתובב בכיוון תנועת מחוגי השעון סביב ציר הקבוע במרכז C בתדירות זוויתית קבועה ω. בכל מהלך התנועה יש מגע בין הקצה A לבין המסילה DEF.

הביעו באמצעות נתוני השאלה את הכא"מ שנוצר כתוצאה מהתנועה המתוארת:

[1] על ידי שיקולים של שינוי בשטף. [2] על ידי כוח לורנץ.

ג. מהי מגמת הזרם החשמלי הזורם בקטע AC: מ-A ל-C או מ-C ל-A. הסבירו.

ד. נתון שכל חלקי המסילה עשויים מתיל זהה, שהתנגדותו ליחידת אורך היא קבועה. הניחו שהקטע AC ממשיך לנוע עד F באותה תדירות זוויתית ω. האם הזרם (בערכו המוחלט) גדל או קטן במשך תנועת הקטע? הסבירו.

פתרון דוגמה מספר (8)

א. השטף שווה ל: $\Phi = B \cdot A_{ACD}$. היחס בין השטח A_{ACD} לשטח המעגל כולו, שווה ליחס שבין הזווית α לבין הזווית הכוללת של המעגל 2π, מכאן:

$$\frac{A_{ACD}}{\pi \cdot r^2} = \frac{\alpha}{2\pi} \Rightarrow A_{ACD} = \frac{\alpha \cdot r^2}{2}$$

$$\Phi = B \cdot A_{ACD} = B \cdot \frac{\alpha \cdot r^2}{2}$$

ב. נחשב את הכא"מ בשתי דרכים:

[1] הכא"מ שווה בגודלו לקצב השינוי בשטף. מאחר שהזווית משתנה בקצב קבוע נקבל:

$$\alpha = \omega \cdot t \Rightarrow \Phi = B \cdot \frac{r^2}{2} \cdot \omega \cdot t \Rightarrow \varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\omega \cdot B \cdot r^2}{2}$$

מכיוון שכל הגדלים הם קבועים, גם הכא"מ קבוע.

[2] מהירותו המשיקית של המוט בקצהו (כשהוא נוגע במסילה) היא מרבית ושווה ל: ωL.

ליד ציר הסיבוב מהירות זו שווה לאפס. לכן יש לקחת מהירות משיקית ממוצעת השווה לזו שבמרכז המוט: $\bar{v} = \frac{\omega r}{2}$ ונקבל:

$$\varepsilon = \bar{v} \cdot B \cdot L \cdot \sin\alpha = \frac{\omega r}{2} \cdot B \cdot r = \frac{\omega \cdot B \cdot r^2}{2}$$

ג. מגמת הזרם היא מ-A ל-C על פי כלל יד ימין.

או:

מאחר והשטף המגנטי, הנגרם על ידי השדה המגנטי החיצוני B שכיוונו החוצה גדל, הזרם המושרה צריך לגרום ליצירת שדה מגנטי מושרה שיקטין את השטף החוצה. לכן הזרם המושרה צריך להיות בכיוון השעון (כלומר מ-A ל-C), כי אז הוא יוצר שדה מגנטי מושרה 'B שכיוונו פנימה (על פי כלל יד ימין), ושדה זה מקטין את השטף החוצה.

ד. ככל שהקשת DA גדולה יותר, כך ההתנגדות גדלה, ומאחר שהכא"מ קבוע, הזרם קטן.

תרגילים

1. מתח חילופין מרבי $V_0=311[V]$ שתדירותו $50[Hz]$ נופל על נגד שהתנגדותו $R=50\Omega$.

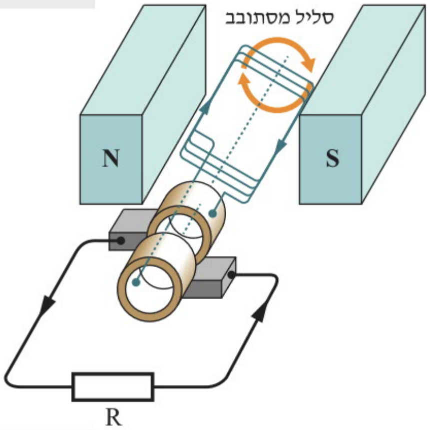
א. מצאו את המתח האפקטיבי של מקור המתח.

ב. מצאו את ההספק הממוצע הנצרך בנגד.

ג. כמה אנרגיה הופכת לחום בנגד זה במשך דקה?

ד. מצאו ביטוי להספק הרגעי.

ה. מצאו את ההספק הרגעי המרבי.



2. בגנרטור לזרם חילופין יש סליל שטוח ובו 180 כריכות. הסליל מבצע 50 סיבובים בשנייה. עוצמת השדה המגנטי $B=1.2[T]$ ושטח כל כריכה $A=0.5[m^2]$. לגנרטור מחובר מעגל שהתנגדותו הכוללת $R=12{,}000\Omega$.

א. מהו המתח המרבי ε_0 ומהו הזרם המרבי I_0 ?

ב. רשמו ביטויים למתח ε ולזרם I.

ג. אם ברגע מסוים $I=0$, כעבור כמה זמן יהיה $I=I_0$?

3. סליל מלבני שממדיו $6[cm]\times3[cm]$ ושעשוי מ-2,000 כריכות מסתובב בשדה מגנטי אחיד בקצב של 4,000 סיבובים בדקה. עוצמת השדה המגנטי $B=2[T]$.

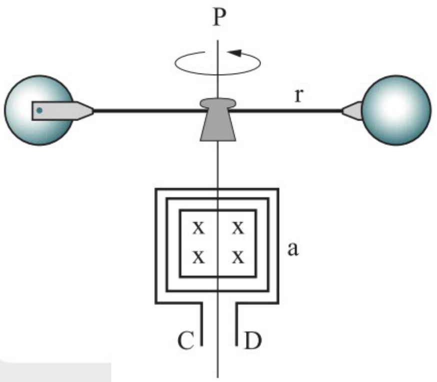
א. חשבו את הכא"מ המרבי שנוצר בין קצות הסליל.

ב. מהו המתח האפקטיבי שנוצר בין קצות הסליל?

4. סליל מעגלי, ששטח חתך הרוחב שלו $A=8[cm^2]$, מספר כריכותיו $N=200$ והתנגדותו $R=4\Omega$, מסתובב סביב ציר המאונך לקווי שדה מגנטי שעוצמתו $B=4[T]$ בתדירות של 2,000 סיבובים בדקה.

א. חשבו את שינוי השטף המגנטי בסליל במשך רבע סיבוב.

ב. בהנחה כי שינוי זה הוא קבוע, חשבו את המתח המושרה הממוצע בסליל.

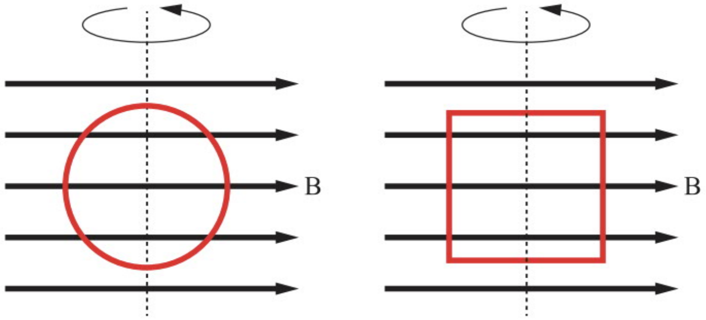


5. מד-רוח מסתובב סביב ציר אנכי P ללא חיכוך. אורך זרועותיו $r=30[cm]$ כל אחת. על הציר מותקן סליל ריבועי המאונך לציר וסימטרי סביבו (ראו איור). אורך צלע הריבוע $a=8[cm]$, מספר הכריכות $N=1500$. נתונים גם עוצמת הרכיב האופקי של השדה המגנטי הארצי $B_E=2\cdot10^{-5}[T]$ ומהירות הרוח $v=72\left[\frac{km}{h}\right]$. המהירות המשיקית של כפות מד-הרוח היא קבועה ושווה לשליש ממהירות הרוח.

א. מהי המהירות הזוויתית של כפות מד-הרוח?

ב. חשבו את המתח המושרה המרבי בין קצות הסליל C ו-D.

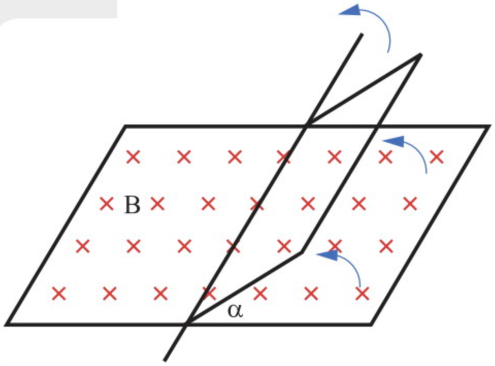
.6 שתי מסגרות, האחת מעגלית שרדיוסה $r=5[cm]$ והאחרת ריבועית שאורך צלעה $a=10[cm]$, עשויות מתיל מוליך בעל התנגדות ליחידת אורך $\lambda = 0.5\left[\frac{\Omega}{m}\right]$. כל אחת מהמסגרות מסתובבת סביב ציר הסימטריה שלה בתדירות של $f=50\ [Hz]$ בשדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B=1.5[T]$ (ראו איור).



א. חשבו את הכא"מ המושרה המרבי שנוצר בכל אחת מהמסגרות.

ב. חשבו את עוצמת הזרם המושרה המרבי שנוצר בכל אחת מהמסגרות.

.7 סליל ריבועי שקצותיו מחוברים זה לזה ואורך צלעו $a=20[cm]$ מסתובב בתדירות של $f=5[Hz]$ בשדה מגנטי קבוע שעוצמתו $B=0.1[T]$. מספר הכריכות בסליל הוא $N=1000$ והתנגדותו $R=10\Omega$ (ראו איור).



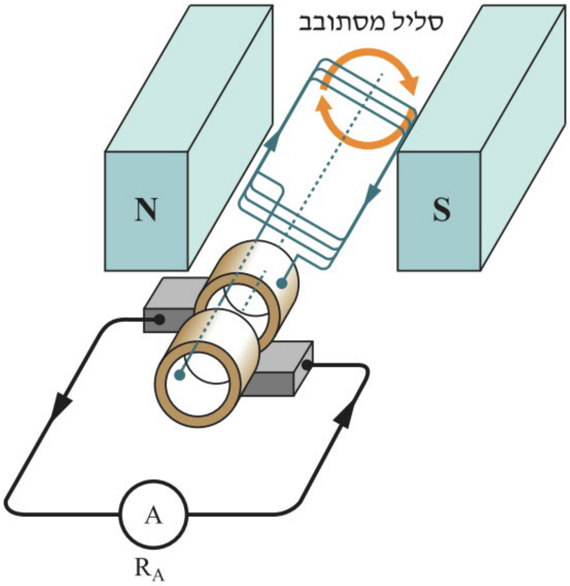
א. חשבו את השטף המגנטי דרך הסליל כפונקציה של הזמן.

ב. חשבו את הכא"מ המושרה כפונקציה של הזמן.

ג. חשבו את הזרם המושרה כפונקציה של הזמן.

ד. חשבו את כמות המטען הנע בזמן של חצי סיבוב בתוך הסליל.

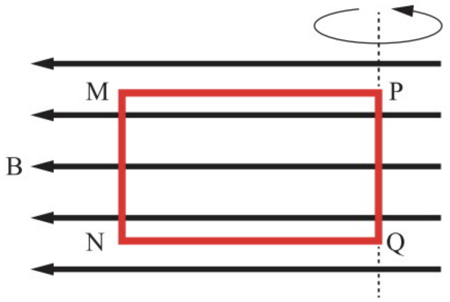
.8 לסליל ריבועי אורך צלע $a=10[cm]$, מספר כריכות $N=100$, והתנגדות $R=1\Omega$. הסליל מסתובב פעם בשנייה סביב ציר הסימטריה, העובר במישור הריבוע ומאונך לקווי שדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B=0.5[T]$. קצות הסליל מחוברים דרך שתי טבעות ופחמים למד-זרם שהתנגדותו $R_A=0.5\Omega$ (ראו איור).



א. רשמו ביטוי כללי למתח הרגעי המושרה בסליל.

ב. חשבו את שיא המתח המושרה ואת שיא עוצמת הזרם במעגל.

9. נתון תיל מלבני שבו אורך הצלע PQ 5 ס"מ ואורך הצלע PM 15 ס"מ. ברגע $t=0$ מתחילים לסובב את המלבן סביב הצלע PQ בתדירות של $f=50[Hz]$. המלבן נמצא בשדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B=0.8[T]$ וכיוונו שמאלה (ראו איור).



א. רשמו ביטוי לשטף המגנטי כפונקציה של הזמן.

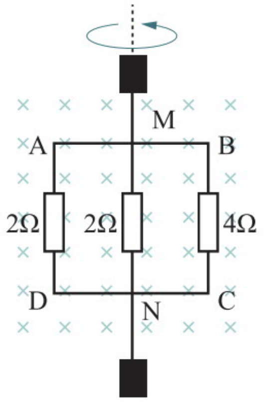
ב. רשמו ביטוי לכא"מ המושרה כפונקציה של הזמן.

ג. מהו הכא"מ המקסימלי ε_0?

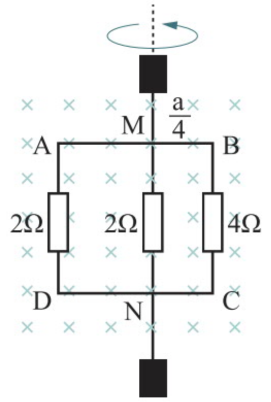
ד. באיזה מצב הכא"מ הוא מרבי ובאיזה מצב הוא מזערי?

ה. באיזו מגמה יזרום הזרם כאשר הצלע MN נעה מחוץ לדף (כלפי הקורא) והתיל המלבני נמצא במישור הדף?

10. נתונה מסגרת ריבועית ABCD שאורך צלעה $a=20[cm]$. המסגרת מסתובבת 200 פעמים בשנייה סביב ציר הסימטריה האנכי שלה באזור שבו שורר שדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B=4[T]$.
נתונים: $R_{AD}=2\Omega$, $R_{BC}=4\Omega$, והתנגדות המוליך המחבר את אמצעי הצלעות AB ו-BC היא $R_{MN}=2\Omega$ (כמתואר בתרשים א).



תרשים א



תרשים ב

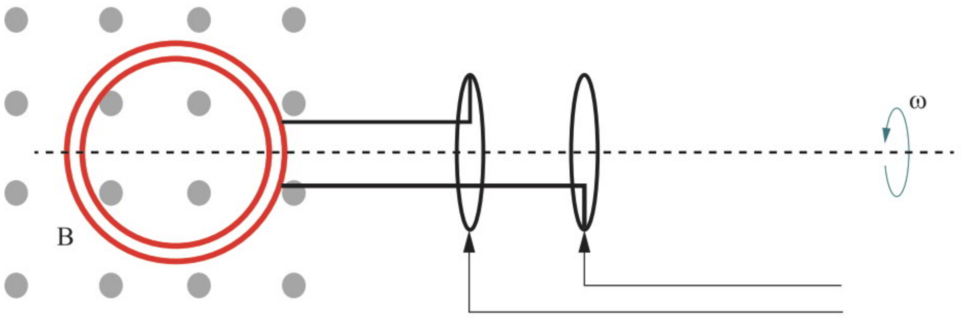
א. חשבו את השטף המגנטי העובר דרך המסגרת ABCD כפונקציה של הזמן.

ב. חשבו את הכא"מ המושרה המרבי הנוצר במסגרת ABCD.

ג. מהם הזרמים דרך MN, BC, AD כאשר הכא"מ המושרה הוא המרבי?

ד. משנים את מקום ציר הסיבוב והוא עתה במרחק a/4 מהצלע BC (כמתואר בתרשים ב). האם יחולו שינויים בתשובותיכם לסעיפים הקודמים? נמקו.

11. במכונית יש גנרטור לזרם חילופין (אלטרנטור), המורכב מסליל שטוח ובו 300 כריכות מעגליות בקוטר של $d=0.15[m]$. הסליל מסתובב בשדה מגנטי קבוע שעוצמתו $B=0.06[T]$ ומבצע 300 סיבובים בדקה (ראו איור).



א. רשמו ביטוי לשטף המגנטי כפונקציה של הזמן.

ב. רשמו ביטוי לכא"מ המושרה כפונקציה של הזמן.

ג. מהו הכא"מ המקסימלי ε_0?

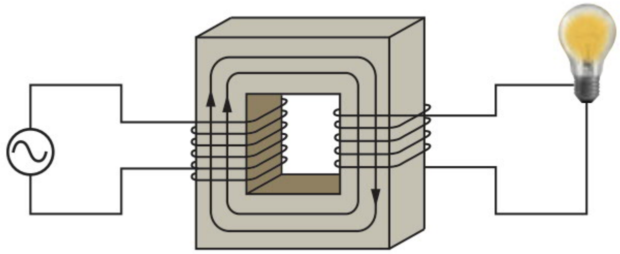
ד. סרטטו גרף של הכא"מ המושרה כפונקציה של הזמן. ציינו באילו זמנים מישור הסליל ניצב לשדה המגנטי.

ה. מהו הכא"מ בזמן $30\cdot10^{-3}[s]$ לאחר $t=0$?

ו. כמה זמן לאחר $t=0$ יהיה הכא"מ שווה $2[V]$?

ז. מה צריכה להיות תדירות הסיבוב כדי שהכא"מ המקסימלי יהיה $30[V]$?

12. במנורת שולחן יש נורה שהתנגדותה 10Ω המחוברת לסליל משני של שנאי אידיאלי בעל 20 כריכות. בסליל הראשי של השנאי יש 400 כריכות, והוא מחובר למתח רשת של $230[V]$.



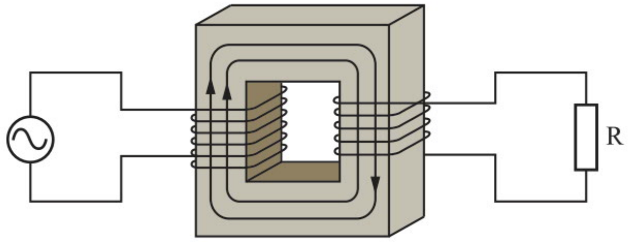
א. מהו המתח על הנורה?

ב. מהו הזרם דרכה?

ג. מהו ההספק שהיא צורכת?

ד. מהו הזרם בסליל הראשוני?

13. בסליל ראשי של שנאי אידיאלי יש N_1 כריכות. הסליל מחובר למקור זרם חילופין שהכא"מ שלו $\varepsilon_1=200[V]$, והזרם בו הוא $I_1=0.5[A]$. בסליל המשני יש 60 כריכות, הכא"מ הנוצר בו הוא $\varepsilon_2=20[V]$ והזרם I_2.



א. מצאו את מספר הכריכות N_1.

ב. מצאו את הזרם I_2.

ג. מצאו את התנגדות הנגד R.

.14 תחנת כוח מייצרת חשמל בהספק של $1\cdot10^6$[W]. מהתחנה מעבירים את החשמל למרחק L=100[km] באמצעות כבל נחושת בעל חתך עגול, שקוטרו d=0.9[cm]. ההתנגדות הסגולית של הנחושת היא $\rho=1.72\cdot10^{-8}[\Omega\cdot m]$.

ענו על הסעיפים הבאים עבור מתח חילופין של 15,000[V] (מתח אפקטיבי).

א. מהי ההתנגדות הכוללת של תיל הנחושת?

ב. מהו הזרם הזורם דרך תיל הנחושת?

ג. מהו ההספק ההופך לחום בתיל הנחושת?

ד. מהו אחוז האנרגיה ההולך לאיבוד?

ה. מהו אחוז האנרגיה ההולך לאיבוד כאשר משתמשים במתח חילופין של 500,000[V] (מתח אפקטיבי)?

.15 תחנת כוח מייצרת חשמל בהספק של P. מהתחנה מעבירים את החשמל למקום מרוחק באמצעות כבל נחושת שהתנגדותו 40Ω. כאשר משתמשים במתח חילופין של 500,000[V] (מתח אפקטיבי), אחוז האנרגיה ההולך לאיבוד הוא 0.08%.

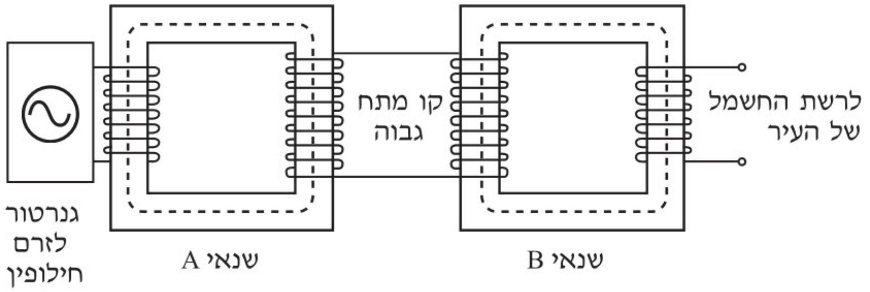
א. מהו הזרם הזורם דרך תיל הנחושת?

ב. מהו ההספק ההופך לחום בתיל הנחושת?

ג. מהו ההספק P שבו מייצרת תחנת הכוח את החשמל?

ד. מה היה אחוז האנרגיה ההולך לאיבוד אילו היו משתמשים במתח של 100,000[V]?

.16 תחנת כוח חשמלית מייצרת מתח V=220[V] (מתח אפקטיבי) והספקה הוא P=15,000[KW]. מתח זה מסופק לרשת עירונית שבה המתח V=220[V]. מחברים בתחילת קו המתח שנאי אידיאלי A, המעלה את המתח ל- V_1=60,000[V], ובסוף קו המתח מחברים שנאי אידיאלי B, המוריד את המתח ל- V_2=220[V] (ראו תרשים). התנגדות הרשת העירונית היא R והתנגדות קו המתח הגבוה בין השנאים A ו-B היא 10Ω.



א. חשבו מהו הזרם בקו המתח הגבוה.

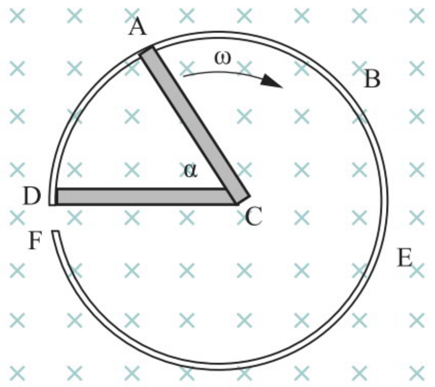
ב. חשבו את יחס מספרי הליפופים $\frac{N_1}{N_2}$ בשנאי A.

ג. חשבו את היחס בין איבוד האנרגיה שבקו המתח לבין האנרגיה המיוצרת בתחנת הכוח.

ד. הוכיחו שאילו לא היו משתמשים בשנאים, לא ניתן היה להעביר את האנרגיה הדרושה בנתונים אלה.

ה. הסבירו מדוע משתמשים בשנאים להעברת אנרגיה חשמלית למרחקים.

17. המסילה המתוארת באיור מורכבת משני קטעים ישרים AC-CD ומקשת DEF. רדיוס הקשת הוא $r=20[cm]$. כל חלקי המסילה עשויים מתכת. מישור המסילה מאונך לשדה מגנטי אחיד $B=2[T]$.

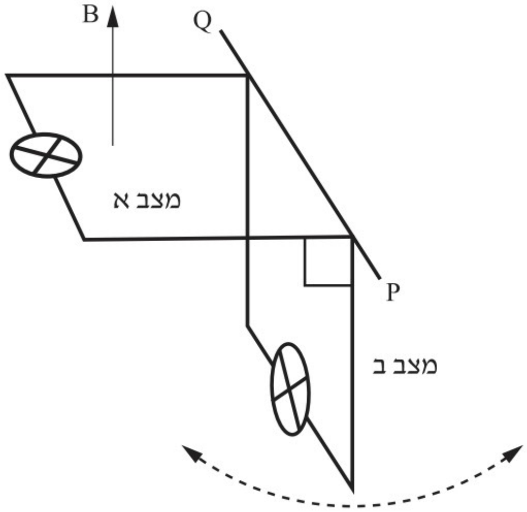


א. חשבו את השטף המגנטי הכלוא בתחום ACD, במצב שבו הזווית בין AC ל-CD היא $\alpha=30°$.

ב. הקטע AC נייד ומסתובב בכיוון תנועת מחוגי השעון סביב ציר הקבוע במרכז C בתדירות זוויתית קבועה $\omega = 314\left[\frac{rad}{s}\right]$. בכל מהלך התנועה יש מגע בין הקצה A לבין המסילה DEF. חשבו את הכא"מ הנוצר כתוצאה מכך.

ג. מהי מגמת הזרם החשמלי הזורם בקטע AC: מ-A ל-C או מ-C ל-A? הסבירו.

18. מסגרת העשויה תילים קשיחים ומוליכים ושהתנגדותה זניחה מתנודדת בשדה מגנטי אחיד B שכיוונו מעלה (בתרשים מוצגת המסגרת בשני מצבים שונים). צלע אחת של המסגרת מתלכדת עם ציר הסיבוב PQ. בצלע התחתונה שאורכה L יש נורה שהתנגדותה R. החיכוך והתנגדות האוויר ניתנים להזנחה.



א. באיזה מצב (א או ב) השטף דרך המסגרת גדול יותר? נמקו.

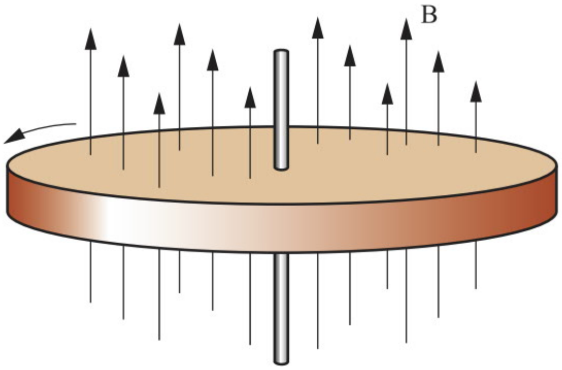
ב. באיזה מצב (א או ב) הכא"מ הנוצר במסגרת גדול יותר? נמקו.

ג. מהי עוצמת הזרם בנורה כאשר המסגרת במצב א? נמקו.

ד. כאשר המסגרת במצב ב, מהירות הצלע התחתונה היא $v = 8\left[\frac{m}{s}\right]$. נתונים גם אורך הצלע $L=0.4[m]$, התנגדות הנורה היא $R=10\Omega$ ועוצמת השדה המגנטי $B=1[T]$. מהי עוצמת הזרם בנורה במצב זה?

ה. הציגו שני נימוקים לכך שעוצמת הזרם המרבית משתנה מתנודה לתנודה.

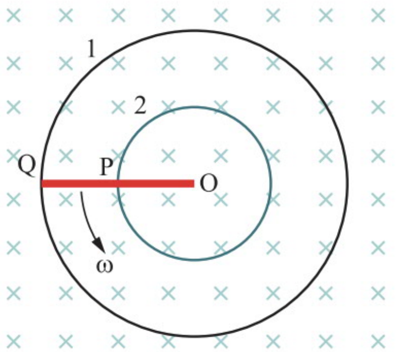
19. דסקית נחושת שרדיוסה $r=15[cm]$ מסתובבת בתדירות של $f=5[Hz]$ בשדה מגנטי אחיד שכיוונו מאונך למשטח הדסקית ועוצמתו $B=0.5[T]$.



א. חשבו את הכא"מ המושרה בין מרכז הדסקית לבין נקודה על היקפה.

ב. האם ליד ציר הסיבוב הפוטנציאל החשמלי גדול, קטן, או שווה ביחס לפוטנציאל החשמלי של נקודה כלשהי שעל היקף הדסקית? נמקו.

20. מוט מוליך שאורכו L=0.4[m] מסתובב במישור אופקי סביב ציר סיבוב אנכי העובר בקצהו. המוט מסתובב במהירות זוויתית קבועה $\omega = 5\left[\frac{rad}{s}\right]$, ויוצר מגע עם שתי טבעות מוליכות שמרכזן המשותף על ציר הסיבוב. רדיוס הטבעת הראשונה R_1=0.4[m] ורדיוס הטבעת השנייה R_2=0.2[m]. מישור הטבעות מאונך לשדה מגנטי אחיד B=2[T].

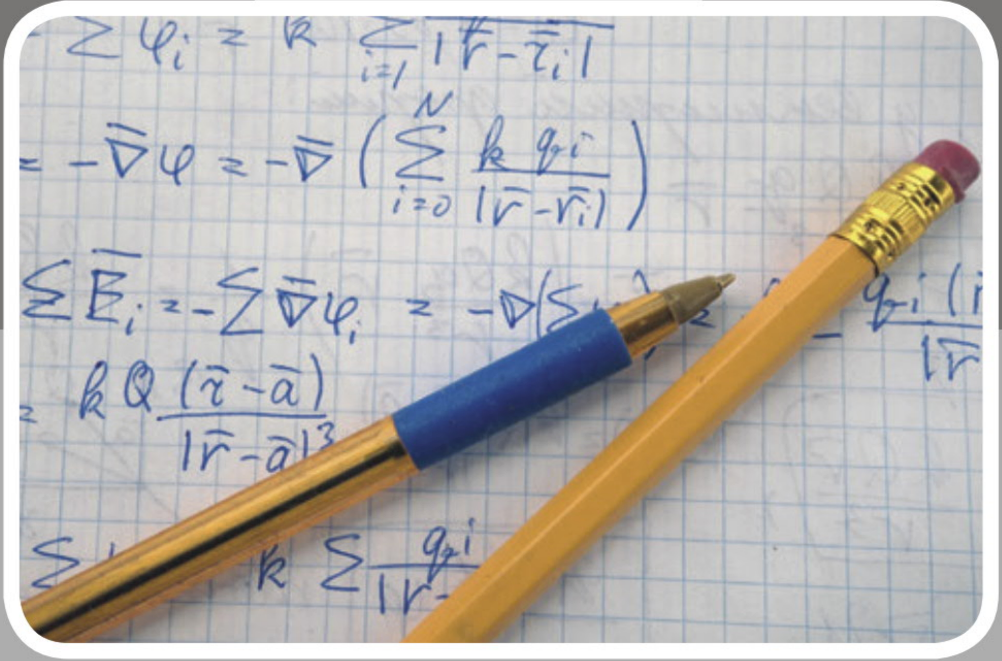


א. היכן הפוטנציאל החשמלי גדול יותר, ליד ציר הסיבוב או בנקודה כלשהי שעל היקף המוט? נמקו.

ב. חשבו את הכא"מ המושרה בין קצות המוט.

ג. חשבו את הפרש הפוטנציאלים בין שתי הטבעות.

חלק ד



פתרונות לתרגילים

- חלק א: אלקטרוסטטיקה
- חלק ב: אלקטרודינמיקה
- חלק ג: אלקטרומגנטיות

פתרונות לתרגילים חלק א

פתרונות לתרגילים פרק 1

1. 0.675[N]

2. 0.8[m]

3. $\frac{F_E}{F_G} = 2.269 \cdot 10^{39}$

4. ימינה F_1=0.081[N], שמאלה F_2=0.144[N], ימינה F_3=0.063[N]

5. שמאלה $F_1 = 1.25\frac{kq^2}{a^2}$, F_2=0, ימינה $F_3 = 1.25\frac{kq^2}{a^2}$

6. **א.** ימינה F_2=0.072[N] **ב.** [1] שמאלה F_3=0.072[N] [2] F_1=0

7. **א.** ימינה F=10.8[N] **ב.** 0.066[m] שמאלה מהמטען הימני.

8. **א.** שמאלה F_3=36[N] **ב.** 0.1[m] ימינה ממטען 2. **ג.** ימינה F_1=21.6[N], שמאלה F_2=16.2[N]

9. **א.** 0.2198[m] ימינה ממטען q_1 . **ב.** לא תשתנה **ג.** לא תשתנה

ד. כל מטען בלא תלות בגודלו או בסימנו יישאר במנוחה אם יונח בנקודה זו.

10. F_2=16.8172[N] בזווית של 84.88° מעל לציר ה-x החיובי.

11. **א.** מעלה $F_3 = 1.732\frac{kq^2}{a^2}$ **ב.** 0.76a מעל מטען 3.

12. **א.** זוויות הפרישה תהיינה שוות משום שהכוח החשמלי תלוי במכפלת המטענים q_1, q_2. כלומר, הוא אותו כוח לגבי שני החלקיקים. כוח הכבידה עבורם שווה מכיוון שהמסות שלהם שוות.

ב.

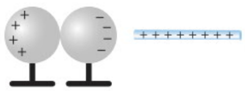
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T\sin\theta = F_E = k\,\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2} = k\,\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{(2L\sin\theta)^2}$$

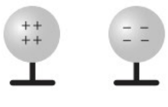
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T\cos\theta = mg$$

$$tg\theta = \frac{F_E}{mg} = \frac{k\cdot q^2}{mg\cdot(2L\sin\theta)^2}$$

13. m=0.032[kg]

14. **א.** שמאלה $\sum F = \frac{kQ^2}{a^2}$ **ב.** גודל הכוח לא ישתנה, רק כיוונו ימינה $\sum F = \frac{kQ^2}{a^2}$

15. **א.**  **ב.** כן, האלקטרונים נמשכים.

ג. הכוח גדל כי המשיכה מהכדור השמאלי קטנה. **ד.** 

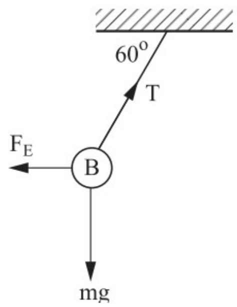
.16 Q=0.577q

.17 א. $\sum F_R = 0.422\frac{kQ^2}{R^2}$ **ב.** 0 **ג.** $v=\sqrt{0.422\frac{kQ^2}{mR}}$

.18 א. $d=\sqrt{\frac{kQq}{mg}}$ **ב.** $\sum F = -kQq[\frac{x\cdot(2d+x)}{d^2\cdot(d+x)^2}]$ **ג.** $\sum F_{(x<<d)} = -2\cdot\frac{kQq}{d^3}\cdot x$ קיבלנו כי הכוח השקול נמצא ביחס ישר להעתק החלקיק מנקודת שיווי המשקל, ולכן זוהי תנועה הרמונית פשוטה.

.19 א. $\sum F_x = -2\,kQq\frac{x}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$ **ב.** תנועה מחזורית **ג.** $\sum F_{(x<<a)} = -2\cdot\frac{kQq}{a^3}\cdot x$ **ד.** $T=2\pi\sqrt{\frac{ma^3}{2kQq}}$

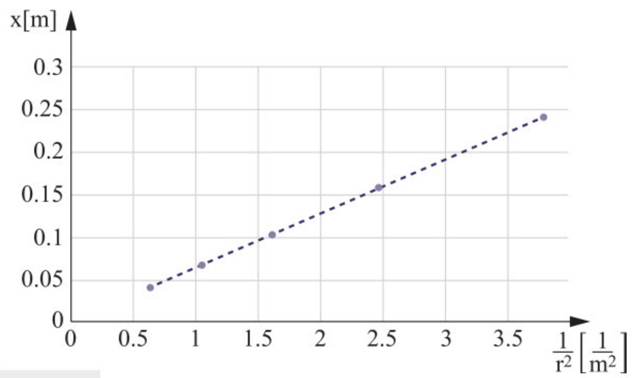
.20 א.



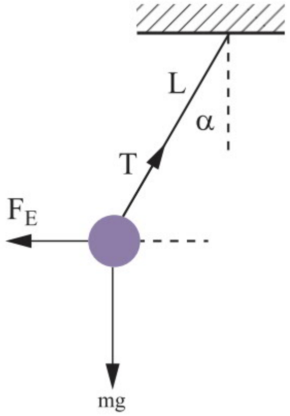
ב. $2.865\cdot10^{-6}$[C] **ג.** כן, הכוחות שווים בגודלם והפוכים בכיוונם.

.21 א.

d(m)	x(m)	r=d+x	$\frac{1}{r^2}$
1.24	0.04	1.28	0.61
0.94	0.06	1	1
0.7	0.1	0.8	1.56
0.48	0.16	0.64	2.44
0.28	0.24	0.52	3.69



ב.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T\sin\alpha - F = 0$$
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T\cos\alpha - mg = 0$$
$$tg\alpha = \frac{F}{mg} \Rightarrow F = mg\cdot tg\alpha$$

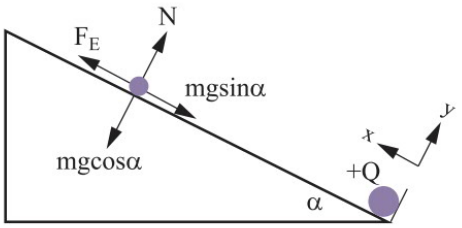
בזוויות קטנות: $tg\alpha = \sin\alpha \approx \frac{x}{L}$ ולכן: $F = mg\cdot\frac{x}{L}$

ג. לפי חוק קולון, כוח הדחייה החשמלי: $F=\frac{k\cdot q^2}{r^2}$, בזוויות קטנות: $\frac{k\cdot q^2}{r^2} = mg\cdot\frac{x}{L}$

מכאן שקיים יחס ישר בין x ל- $\frac{1}{r^2}$, כפי שניתן לראות בגרף שהתקבל.

ד. $1.353\cdot10^{-6}$[C]

22. **א.**



ב. $r=\sqrt{\dfrac{kQq}{mg\sin\alpha}}$ **ג.** הוכחה

ד. $\Sigma F_{(x<<r)}=-2\cdot\dfrac{kQq}{r^3}\cdot x$ תנועה הרמונית פשוטה.

23. **א.** ציר ה–z השלילי. **ב.** ציר ה–z החיובי. **ג.** $F_z=-k\cdot q\cdot Q\cdot\dfrac{z}{\left(z^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

ד. כאשר z=0 מתקבל: F=0 . אם נניח חלקיק טעון במרכז הטבעת, לא יפעל עליו כוח.

ה. $F_z=-\dfrac{k\cdot q\cdot Q}{z^2}$. במרחק רב מהטבעת נוכל להתייחס אליה כאל מטען נקודתי "המרוכז" במרכזה.

ו. $z=\pm\dfrac{R}{\sqrt{2}}$

פתרונות לתרגילים פרק 2

1. **א.** $R_A=2[m]$, $R_B=4[m]$. **ב.** $E_c=6000[\frac{N}{C}]$ לעבר B. **ג.** $F=0.012[N]$ לעבר A.

2. **א.** $E_c=63000[\frac{N}{C}]$ שמאלה. **ב.** $F=0.189[N]$ שמאלה. **ג.** $F=0.189[N]$ ימינה.

3. **א.** המטענים שווים בגודלם, מספר קווי השדה היוצאים שווה למספר קווי השדה הנכנסים.

ב. q_1 שלילי, q_2 חיובי, q_3 שלילי, q_4 חיובי. **ג.** a, b, c, d גבוה.

4. **א.** בתרשים א: q_1 שלילי, q_2 חיובי. בתרשים ב: שניהם חיוביים. בתרשים ג: שניהם שליליים.

ב. בתרשים א: $\frac{q_1}{q_2}=-\frac{1}{2}$, בתרשים ב: $\frac{q_1}{q_2}=4$, בתרשים ג: $\frac{q_1}{q_2}=1$

5. **א.** $E_2=33.33\cdot10^6\left[\frac{N}{C}\right]$ **ב.** $q_1=5.92\cdot10^{-6}[C]$ **ג.** $E_1=33.75\cdot10^6\left[\frac{N}{C}\right]$

6. **א.** $E_A=225000\left[\frac{N}{C}\right]$ ימינה. **ב.** $0.507[m]$ ימינה מהמטען השמאלי.

ג. $E_B=1.61\cdot10^5\left[\frac{N}{C}\right]$ בזווית של $84.89°$ מעל לציר ה-x השלילי.

7. **א.** $\frac{2KQ}{a^2}$ ימינה. **ב.** $\frac{kQ}{a^2}$ שמאלה. **ג.** $\frac{2kQ}{a^2}$ ימינה.

8. $E_A=28.42\cdot10^6\left[\frac{N}{C}\right]$, בזווית של $3.348°$ מתחת לציר ה-x השלילי.

9. **א.** $2.828\cdot\frac{kq}{a^2}$ כלפי מעלה. **ב.** $q_3=0.707q$ שלילי.

10. **א.** E=0. **ב.** $2\cdot\frac{kq}{a^2}$ בזווית של $45°$ מעל לציר ה-x החיובי. **ג.** $2.828\cdot\frac{kq}{a^2}$ ימינה.

11. **א.** קו ישר. **ב.** $F=3.2\cdot10^{-17}[N]$ ימינה. **ג.** $a=3.51\cdot10^{13}\left[\frac{m}{s^2}\right]$ ימינה. **ד.** $t=2.84\cdot10^{-8}[s]$

12. **א.** בכיוון מטה. **ב.** $a=3.55\cdot10^{13}\left[\frac{m}{s^2}\right]$ **ג.** $E=370{,}531\left[\frac{N}{C}\right]$

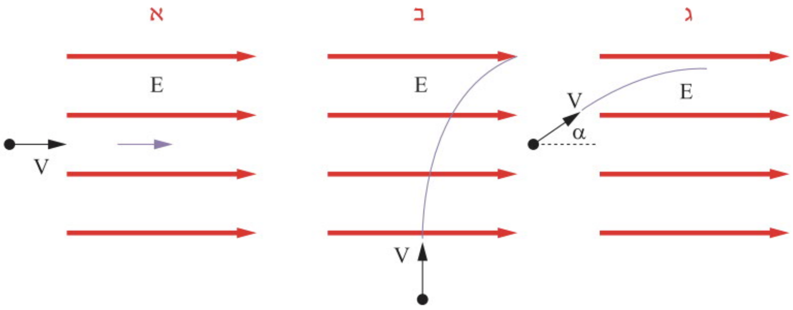
ד. $v=2.069\cdot10^6\left[\frac{m}{s}\right]$ בזווית של $14.9°$ מתחת לציר ה-x השלילי.

13. **א.** $Q=\frac{EH^2}{k}$ **ב.** $E=\frac{EH^2}{R^2}$

14. **א.** E=0. **ב.** $\frac{KQ}{a^2}$, בזווית של $60°$ מתחת לציר ה-x החיובי (לעבר O).

15. $6k\cdot\frac{Q}{a^2}$ כלפי מטה.

16. **א.** $\frac{4}{3}\frac{kq}{a^2}$ בכיוון מטה. **ב.** במרחק $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ מתחת לנקודה A.



17. **א.** בתרשים א: תנועה בקו ישר ימינה בתאוצה קבועה.

בתרשים ב: תנועה במסלול פרבולה (כמו בזריקה אופקית).

בתרשים ג: תנועה במסלול פרבולה (כמו בזריקה משופעת).

ב. בתרשים א: המהירות משתנה רק בגודלה, בתרשימים ב ו–ג: המהירות משתנה בגודלה ובכיוונה.

18. **א.** בתרשים א: $2.5\frac{kQ}{d^2}$ שמאלה, בתרשים ב: $E=0$. **ב.** בתרשים א: חץ 8, בתרשים ב: חץ 5.

19. **א.** שניהם חיוביים. **ב.** $E=22.75\cdot 10^6\left[\frac{N}{C}\right]$ **ג.** $F=45.5[N]$ כלפי מעלה.

20. **א.** שני המטענים יוצרים שדה שכיוונו שמאלה וגודלו:

$$E_{(x)}=-\frac{kQ}{(x+d)^2}-\frac{kQ}{(x-d)^2}=-kQ\left[\frac{(x-d)^2+(x+d)^2}{(x+d)^2\cdot(x-d)^2}\right]=-2kQ\frac{(x^2+d^2)}{(x^2-d^2)^2}$$

ב. המטען השמאלי יוצר שדה שכיוונו שמאלה, והמטען הימני יוצר שדה שכיוונו ימינה:

$$E_{(x)}=-\frac{kQ}{(x+d)^2}+\frac{kQ}{(d-x)^2}=kQ\left[\frac{(x+d)^2-(d-x)^2}{(x+d)^2\cdot(d-x)^2}\right]=4kQd\frac{x}{(d^2-x^2)^2}$$

ג. בכיוון מטה:

$$E_y=-2\cdot\frac{kQ}{(y^2+d^2)}\cdot\cos\alpha=-2\cdot\frac{kQ}{(y^2+d^2)}\cdot\frac{y}{\sqrt{y^2+d^2}}=-2kQ\frac{y}{(y^2+d^2)^{3/2}}$$

ד. קיימת נקודה (0, 0).

21. **א.** המטען השמאלי יוצר שדה שכיוונו שמאלה, והמטען הימני יוצר שדה שכיוונו ימינה:

$$E_{(x)}=\frac{kQ}{(x-d)^2}-\frac{kQ}{(x+d)^2}=kQ\left[\frac{(x+d)^2+(x-d)^2}{(x-d)^2\cdot(x+d)^2}\right]=4kQd\frac{x}{(x^2-d^2)^2}$$

ב. שני המטענים יוצרים שדה שכיוונו שמאלה וגודלו:

$$E_{(x)}=-\frac{kQ}{(x+d)^2}-\frac{kQ}{(d-x)^2}=-kQ\left[\frac{(d-x)^2+(x+d)^2}{(x+d)^2\cdot(d-x)^2}\right]=-2kQ\frac{(x^2+d^2)}{(d^2-x^2)^2}$$

ג. בכיוון שמאלה:

$$E_{(y)}=2\cdot\frac{kQ}{(y^2+d^2)}\cdot\cos\alpha=2\cdot\frac{kQ}{(y^2+d^2)}\cdot\frac{y}{\sqrt{y^2+d^2}}=2kQ\frac{y}{(y^2+d^2)^{3/2}}$$

ד. לא קיימת נקודה.

22. מרחקו מהמטען Q: $\dfrac{Q\cdot\sqrt{\dfrac{k}{mg\sin\alpha}}}{\sqrt{\dfrac{Q}{q}}+1}$

23. א. mg בכיוון מעלה. **ב.** בכיוון מטה. **ג.** המטען שלילי, $q=\dfrac{mg}{E}$ **ד.** $E+\dfrac{9kq}{d^2}$

24. א. $\sum F_x=ma_x \Rightarrow Eq=ma_x \Rightarrow a_x=\dfrac{Eq}{m}$ $\quad y_t=\dfrac{g\cdot t^2}{2}$ $\quad x_t=\dfrac{a_x\cdot t^2}{2}$

$$\frac{y_t}{x_t}=\frac{\frac{g\cdot t^2}{2}}{\frac{a_x\cdot t^2}{2}}=\frac{g}{a_x}\Rightarrow y_t=\frac{g}{a_x}\cdot x_t=\frac{g}{\frac{Eq}{m}}\cdot x_t=\frac{mg}{Eq}\cdot x_t$$

ב. $4.47\cdot10^{-4}[N]$ **ג.** $1[m]$

25. א. $T=mg+Eq$ **ב.** $a=g+\dfrac{Eq}{m}$ **ג.** $\text{tg}\alpha=\dfrac{Eq}{mg}$

ד. [2] $a=\sqrt{g^2+\left(\dfrac{Eq}{m}\right)^2}$; $\quad a_y=g;\quad a_x=\dfrac{Eq}{m}$, $\quad tg\beta=\dfrac{mg}{Eq}$

26. א. $E_A=\dfrac{kQ}{(H-R)^2}$, $E_O=0$ **ב.** $Q=\dfrac{mg\cdot(H-R)^2}{kq}$

27. מרחקו מהמטען Q: $\dfrac{Q\cdot\sqrt{\dfrac{k}{mg}}}{\sqrt{\dfrac{Q}{q}}+1}$

28. א. Q_1 שלילי, Q_2 חיובי, $\left|\dfrac{Q_2}{Q_1}\right|=1$ **ב.** Q_3 שלילי, $\left|\dfrac{Q_3}{Q_1}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **ג.** 45° מעל לציר ה-x השלילי.

29. א. $F_z=kQ\cdot\dfrac{z}{(z^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$ **ב.** $F_z=-kQ\cdot\dfrac{z}{(z^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$ **ג.** כאשר z=0 מתקבל: F=0, ולכן גם E=0.

ד. גרף 4. רק בו כאשר z=0 מתקבל $E_Z=0$.

פתרונות לתרגילים פרק 3

1. **א.** $7.11\cdot10^{-9}[C]$ **ב.** $\sigma=2.263\cdot10^{-7}\left[\frac{C}{m^2}\right]$ **ג.** 0

2. **א.** $-1.88\cdot10^{-7}[C]$ **ב.** $424.1\left[\frac{N}{C}\right]$ **ג.** $3.384\cdot10^{-3}[N]$

3. **א.** האלקטרון יגביר מהירותו לעבר הלוח בתאוצה קבועה בקו ישר.

ב. $2.819\cdot10^{8}\left[\frac{m}{s}\right]$ **ג.** $3.547\cdot10^{-9}[s]$

4. **א.** $564.97\left[\frac{N}{C}\right]$ מהלוח החיובי לעבר הלוח השלילי **ב.** $9.93\cdot10^{13}\left[\frac{m}{s^2}\right]$ **ג.** $2\cdot10^{-8}[s]$

5. **א.** תשובה [4] – כדורים C ו–D לא ייטענו. עקב הקיטוב כדור A ייטען במטען שלילי וכדור B במטען חיובי.

ב. תשובה [4] – כל ההיגדים נכונים. כשיקרבו את הכדורים A ו–B לכדור D (שאינו טעון), ייווצר בו קיטוב ובצד הקרוב ל–A או ל–B יושרה מטען ההפוך בסימנו לסימנם, ולכן תתקבל משיכה. כשיקרבו את כדור C שהוא ניטרלי, לא יהיה קיטוב ולכן גם לא תהיה משיכה.

6. תרשים ג. כיוון השדה ימינה, ובשל הקיטוב יצטברו מטענים חיוביים מצדו הימני של הכדור ומטענים שליליים מצדו השמאלי של הכדור שישנו את כיוון השדה.

7. **א.** $53.89[N]$ **ב.** $14.35[N]$

8. **א.** $76°$ **ב.** $4.13[N]$

9. **א.** $0.577[N]$ **ב.** $-8.51\cdot10^{-7}[C]$

10. **א.** $5.6497\cdot10^{5}\left[\frac{N}{C}\right]$ בכיוון מעלה. **ב.** $6.655\cdot10^{5}\left[\frac{N}{C}\right]$ בכיוון מעלה.

11. היגדים [2] ו–[4]. בחציו התחתון של הכדור יש יותר מטען מאשר בחציו העליון, לכן השדה השקול במרכז הכדור הוא לעבר מרכז החור. כיוון השדה במרכז החור הוא ממרכז החור החוצה, כי יש יותר מטען בחלק הכדור שמתחת לחור מאשר מעליו.

12. תרשים ד. בנקודה B כל המטענים שבכדור יוצרים שדה שכיוונו שמאלה, ובנקודה A המטענים שמשמאל לנקודה יוצרים שדה ימינה, הגדול מהשדה שהמטענים שמימין לנקודה יוצרים בכיוון שמאלה.

13. **א.** $0.6[m]$ **ב.** $0.95\left[\frac{m}{s}\right]$

14. **א.** $3.172\cdot10^{-8}[s]$

ב. האלקטרון: $3.172\cdot10^{-8}[s]$, הפרוטון: $1.36\cdot10^{-6}[s]$

ג. האלקטרון: $6.29\cdot10^{5}\left[\frac{m}{s}\right]$, הפרוטון: $14.67\cdot10^{3}\left[\frac{m}{s}\right]$

15.

$$E_A=E_B=\frac{kQ}{(4R)^2}+\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}=\frac{kQ}{(4R)^2}+\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E_C=\frac{kQ}{(5.5R)^2}-\frac{kQ}{(1.5R)^2}+\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}=-0.411\frac{kQ}{R^2}+\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

16. תשובה [2]. השדה השקול בכיוון שמאלה עקב המטען החסר ברווח.

17. תשובה [2]. בגלל הקיטוב בכדור, בצד הקרוב למטען יושרה בכדור מטען ההפוך בסימנו לזה של המטען q ולכן תתקבל משיכה.

18. א. תשובה [4] **ב**. [2] בנקודה B **ג**. [1] ו–[3] בנקודות A ו–C.

19. א. על השפה הפנימית של הקליפה q– ועל השפה החיצונית q+, כך שהשדה בתוך הקליפה יהיה אפס.

ב. [1] לא ישתנה: הקליפה היא ניטרלית ולכן אינה יוצרת שדה מחוצה לה, ורק המטען הנקודתי q+ יוצר שדה.

[2] לא ישתנה. לפי חוק גאוס הקליפה אינה יוצרת שדה, והשדה מושפע רק מהמטען הנקודתי q+.

20. א. על השפה הפנימית של הקליפה 2Q– ועל השפה החיצונית 2Q–, כך שהשדה בתוך הקליפה אפס.

ב. $E_A = 0$, $E_B = k\frac{2Q}{r_B^2}$, $E_C = 0$, $E_D = -k\frac{2Q}{r_D^2}$

פתרונות לתרגילים פרק 4

1. **א.** $54[V]$ **ב.** $54[V]$ **ג.** $r_A=0.6[m]$, $r_B=1.2[m]$ **ד.** $12[V]$

2. **א.** $2.828\frac{kq}{a}$ **ב.** $Q=-1.414q$

3. **א.** $\frac{kQ}{R}$ **ב.** $v=\sqrt{\frac{2kQq}{m}(\frac{1}{R}-\frac{1}{H})}$

4. **א.** $5.1547\frac{kq}{a}$ **ב.** $2\frac{kq^2}{a}$

5. **א.** $V_A=\frac{kQ}{(H-R)}$, $V_O=\frac{kQ}{R}$ **ב.** $W=\frac{m^2g^2\cdot(H-R)^4}{2\cdot R\cdot k\cdot q^2}$

ג. מקור האנרגיה הוא האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של הטיפות.

6. **א.** $-\frac{kQ}{a}$ **ב.** $-0.654\frac{kQ}{a}$ **ג.** $-\frac{kQq}{a}$

7. **א.** $5.414\frac{kq^2}{a}$ **ב.** $5.65\frac{kq^2}{a}$

8. **א.** $0.405[J]$ **ב.** $0.274[J]$ **ג.** $3.24\cdot10^3\left[\frac{m}{s}\right]$

9. **א.** $\frac{1}{5}\frac{kQ}{a}$ **ב.** $-\frac{2}{5}\frac{kQ^2}{a}$ **ג.** $\frac{2}{5}\frac{kQ^2}{a}$

10. **א.** $2.136\frac{kQ}{d^2}$ בזווית של $69.44°$ מתחת לציר ה-x החיובי.

ב. $\frac{1}{2}\frac{kQ}{d}$ **ג.** $\frac{1}{2}\frac{kQq}{d}$ **ד.** $-\frac{kQ^2}{d}$ **ה.** $-\frac{1}{4}\frac{kQ^2}{d}$

11. **א.** $-3.2\cdot10^{-18}[J]$ **ב.** $-3.52\cdot10^{-17}[J]$ **ג.** $1.957\cdot10^5\left[\frac{m}{s}\right]$ **ד.** $1.957\cdot10^5\left[\frac{m}{s}\right]$

12. **א.** $V_A=\frac{kQ}{6R}$ **ב.** $U_A=\frac{kQ^2}{6R}$ **ג.** $U_B=\frac{kQ^2}{R}$ **ד.** $v=\sqrt{\frac{5}{3}\frac{kQ^2}{mR}}$

13. **א.** $V_A=\frac{5kQ}{R}$ **ב.** $U_A=\frac{5kQ^2}{R}$ **ג.** [1] $E_k=\frac{25}{6}\frac{kQ^2}{R}$ [2] $v=\sqrt{\frac{50}{6}\frac{kQ^2}{mR}}$

14. **א.** $1.8\cdot10^5[V]$ **ב.** $1.08\cdot10^5[V]$ **ג.** $1.679\cdot10^5[V]$

15. **א.** $4.4\cdot10^{5}\left[\frac{m}{s}\right]$ **ב.** $4.68\cdot10^{10}\left[\frac{m}{s^2}\right]$ **ג.** $978.6\left[\frac{N}{C}\right]$

16. **א.** אם מתייחסים אל שני המטענים כמערכת אחת, הכוח החשמלי ביניהם הוא כוח פנימי. מכאן שאין כוחות חיצונים הפועלים על המערכת ומתקיים שימור תנע במערכת.

ב. הכוח היחיד הפועל במערכת הוא הכוח החשמלי בין שני המטענים שהוא כוח משמר, לכן האנרגיה הכוללת נשמרת.

ג. $-\frac{6kQ^2}{L}$

ד. משוואת שימור אנרגיה: $-\frac{2kQ^2}{L}=\frac{mu_1^2}{2}+\frac{2mu_2^2}{2}-\frac{2kQ^2}{0.25L}$

משוואת שימור תנע: $0=mu_1+2mu_2$

17. **א.** 0.06[m] שמאלה מ-q_1, או 0.12[m] ימינה מ-q_1.

ב. לא, מכיוון שהפוטנציאל הוא גודל סקלרי והסכום לא יכול להתאפס.

ג. המטענים חייבים להיות שוני סימן.

ד. שני המטענים חייבים להיות הפוכים בסימנם ושווים בגודלם.

18. **א.** $\frac{kQq}{L}+\frac{mv^2}{2}$ **ב.** $x_{\min}=\frac{2kQqL}{2kQq+mv^2L}$ **ג.** המהירות קטנה בגודלה והתאוצה גדלה בגודלה.

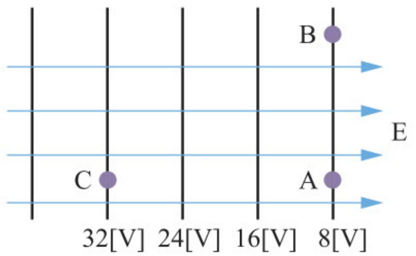
19. **א.**
$$V_{(x)}=\frac{kQ}{(x+d)}+\frac{kQ}{(x-d)}=kQ\left[\frac{(x-d)+(x+d)}{(x+d)\cdot(x-d)}\right]=2kQ\frac{x}{(x^2-d^2)}$$

ב.
$$V_{(x)}=\frac{kQ}{(d+x)}+\frac{kQ}{(d-x)}=kQ\left[\frac{(d-x)+(d+x)}{(d+x)\cdot(d-x)}\right]=2kQ\frac{d}{(d^2-x^2)}$$

ג.
$$V_{(y)}=\frac{kQ}{\sqrt{(y^2+d^2)}}+\frac{kQ}{\sqrt{(y^2+d^2)}}=2\cdot kQ\cdot\frac{1}{\sqrt{(y^2+d^2)}}$$

20. **א.** $-1.26\frac{kQ^2}{R}$ **ב.** $0.633\frac{kQ^2}{R}$ **ג.** $-0.626\frac{kQ^2}{R}$

פתרונות לתרגילים פרק 5



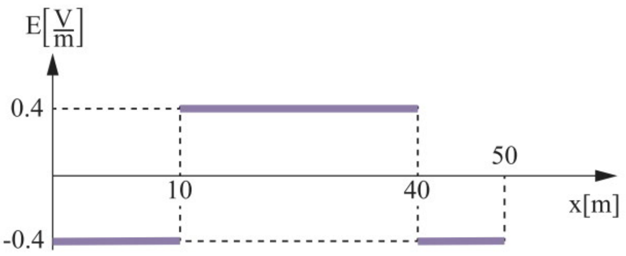
1. **א.** השדה בכיוון מהפוטנציאל הגבוה לנמוך (ראו תרשים). **ב.** $72[J]$

ג. $72[J]$ **ד.** $22.47\left[\frac{m}{s}\right]$

2. **א.** [1] $V_{BA}=-1.8[V]$ [2] $V_{CA}=0$ [3] $V_{BC}=-1.8[V]$

ב. $0.5625\left[\frac{V}{m}\right]$, ימינה. **ג.** מאחר שהחלקיק מתחיל לנוע ממנוחה בכיוון השדה הוא חיובי.

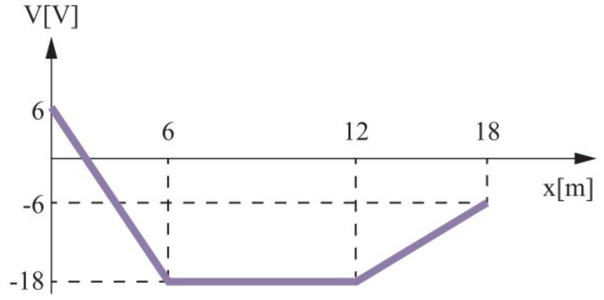
ד. $7.2\cdot10^{-12}[J]$



3. **א.** $1.6\cdot10^{-8}[J]$ **ב.** $6.4\cdot10^{-8}[J]$ **ג.** $1.6\cdot10^{-8}[J]$

4. **א.** (גרף). **ב.** $47.95\cdot10^{3}\left[\frac{m}{s}\right]$

ג. התשובה לא תשתנה, הפרוטון חיובי והוא ינוע באופן טבעי מפוטנציאל גבוה (הנקודה $x=10$) לפוטנציאל נמוך (כאשר $x=0$). **ד.** $x=30[m]$



5. **א.** (גרף) **ב.** המטען לא יוכל להגיע ל-$x=0$, מכיוון שבנקודה שבה המטען שוחרר, הפוטנציאל נמוך יותר מאשר בנקודה $x=0$. **ג.** $3[m]$

ד. שלב 1: בתאוצה קבועה חיובית. שלב 2: במהירות קבועה. שלב 3: בתאוצה קבועה שלילית.

6. **א.** $Q_1'=\frac{2}{3}Q$, $Q_2'=\frac{4}{3}Q$ **ב.** $\frac{2}{3}\frac{kQ}{R}$

7. **א.** $Q_1'=\frac{QR_1}{R_1+R_2}$, $Q_2'=\frac{QR_2}{R_1+R_2}$ **ב.** $\frac{kQ}{R_1+R_2}$

8. **א.** A **ב.** A **ג.** שתיהן באותו הפוטנציאל. **ד.** $V_{AB}=16\ [V]$

ה. [1] 0 [2] $3.2\cdot10^{-5}[J]$ [3] $3.2\cdot10^{-5}[J]$

9. **א.** $Q=7.71\cdot10^{-8}[C]$, $R=0.0347[m]$ **ב.** $5.76\cdot10^{5}\left[\frac{V}{m}\right]$ **ג.** 0.1 [2] $-0.05[J]$ [3] 0 [4] 0

10. **א.** $Q_1'=\frac{(Q_1+Q_2)R_1}{R_1+R_2}$, $Q_2'=\frac{(Q_1+Q_2)R_2}{R_1+R_2}$ **ב.** $\Delta Q=\frac{Q_1R_2-Q_2R_1}{R_1+R_2}$

11. **א.** $q_1=3\cdot10^{-8}[C]$ **ב.** $E=33{,}333\left[\frac{N}{C}\right]$ **ג.** $Q_1'=-1.66\cdot10^{-8}[C]$, $Q_2'=-3.33\cdot10^{-8}[C]$

ד. $V=-1666.66[V]$ **ה.** $Q_1'=0$, $Q_2'=-5\cdot10^{-8}[C]$

12. **א.** $Q_2=-8\cdot10^{-8}[C]$ **ב.** $3000[V]$ **ג.** $1200[V]$ **ד.** 0 **ה.** $-6\cdot10^{-5}[J]$

13. **א.** $-5.33\cdot10^{-8}[C]$ **ב.** $2000[V]$ **ג.** $V=0$ **ד.** $1602[V]$ **ה.** $-4\cdot10^{-5}[J]$

14. **א.** $E_1=25000\left[\frac{N}{C}\right]$, $E_2=1333.33\left[\frac{N}{C}\right]$ **ב.** כיוון תנועת האלקטרונים מכדור 2 אל כדור 1.

ג. $25.49\cdot10^{6}\left[\frac{m}{s}\right]$

15. **א.** $8.33\cdot10^{-8}[C]$ **ב.** $0.093[m]$ **ג.** $2.6\cdot10^{-6}[J]$

ד. [1] $E=6750\left[\frac{N}{C}\right]$ [2] $2250[V]$ **ה.** $41.93\cdot10^{6}\left[\frac{m}{s}\right]$

16. **א.** כדור ימני: $\frac{4kQ}{R}$ כדור שמאלי: $\frac{2kQ}{R}$ **ב.** $\frac{kQ}{R}$ **ג.** כדור ימני: $Q'=2Q$ קליפה: $Q'=2Q$

ד. כדור ימני: $\frac{2kQ}{R}$ כדור שמאלי: $\frac{3kQ}{R}$ קליפה: $\frac{2kQ}{R}$

17. **א.** כדור ימני: $\frac{-2kQ}{R}$ כדור שמאלי: 0 **ב.** קליפה: $\frac{2kQ}{R}$ **ג.** כדור ימני: $Q'=-Q$ כדור שמאלי: $Q'=-5Q$

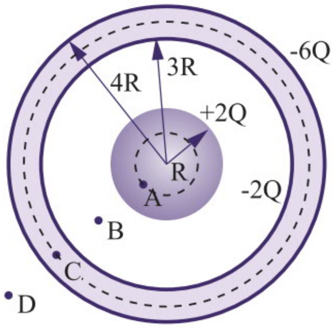
ד. כדור ימני: $\frac{-kQ}{R}$ כדור שמאלי: $\frac{-kQ}{R}$ קליפה: $\frac{3}{2}\frac{kQ}{R}$

18. **א.** $0.8[m]$ **ב.** [1] $2.133\cdot10^{-7}[C]$ [2] $1.422\cdot10^{-7}[C]$ **ג.** $0.174[m]$

19. **א.** פנימית: $\frac{kQ}{R_1}+\frac{2kQ}{R_2}$ חיצונית: $\frac{3kQ}{R_2}$ **ב.** בשתיהן: $\frac{3kQ}{R_2}$ **ג.** [1] $-3Q\frac{R_1}{R_2}$ [2] $\frac{3kQ}{R_2}\left[1-\frac{R_1}{R_2}\right]$

20. **א.** פנימית: $-2Q$ חיצונית: $-6Q$

ב. [1] $-\frac{1}{6}\frac{kQ}{R}$ [2] $-\frac{3}{2}\frac{kQ}{R}$ [3] $-1.166\frac{kQ}{R}$ [4] $-1.2\frac{kQ}{R}$



ג. על פי חוק גאוס, השדה החשמלי ב–A ו–C שווה לאפס. המטען נטו בתוך משטח גאוסי שנבחר שווה אפס (קו מקווקו בתרשים).

ד.

$$W_{3R\to R}=(V_{3R}-V_R)\cdot q_e=\left[-\frac{3}{2}\frac{kQ}{R}-\left(-\frac{1}{6}\frac{kQ}{R}\right)\right]\cdot q_e=-\frac{8}{6}\frac{kQ}{R}\cdot q_e$$

$$\Delta E_k=W_{3R\to R}=\frac{m_e\cdot v^2}{2}=-\frac{8}{6}\frac{kQ}{R}\cdot q_e$$

$$v=\sqrt{\frac{16\,kQ}{6R}\cdot\frac{e}{m_e}}=4\sqrt{\frac{kQ}{6R}\cdot\frac{e}{m_e}}$$

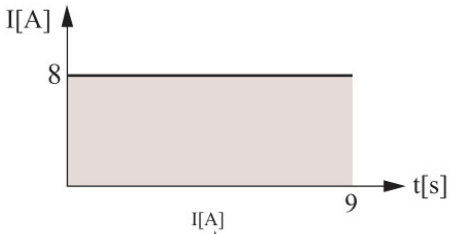
ה. [1] עוצמת השדה בנקודה B **תשתנה**. הסבר: אם מאריקים את הכדור הפנימי, אז הפוטנציאל על פניו יהיה שווה לאפס. לפני הארקתו היה הפוטנציאל על פניו שונה מאפס, מכאן שהמטען על פני הכדור הפנימי השתנה. לפיכך עוצמת השדה ב–B, שנקבעת על ידי מטען הכדור בלבד, תשתנה.

[2] עוצמת השדה בנקודה B **לא תשתנה**. אם מאריקים את הקליפה, מטען הכדור לא ישתנה ולכן השדה ב–B, שנקבע על ידי מטען הכדור בלבד, לא ישתנה.

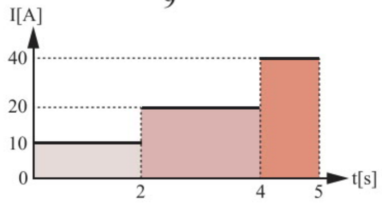
פתרונות לתרגילים חלק ב

פתרונות לתרגילים פרק 6

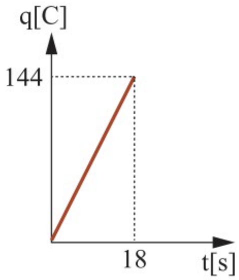
1. **א.** 8[A] **ב.** 24[C] **ג.**



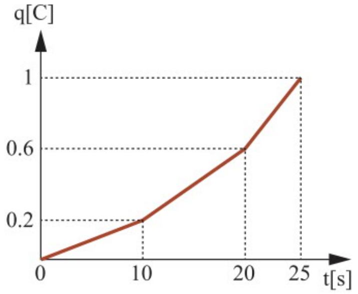
2. **א.** 20[A] **ב.**



3. **א.** 8[A] **ב.** 128[C] **ג.**



4. **א.**



ב. 40[mA]

5. **א.** בקירוב 2.6[C] **ב.** בין 40[s] ל-50[s], ≅0.285[C] **ג.** 26[mA] **ד.** $2.8736\cdot10^{-7}$[m/s]

6.

הנקודה	A	B	C	D	E
הזרם	חיובי $i_A < i_B$	חיובי	אפס	שלילי $i_C < \lvert i_D \rvert$	שלילי

7. **א.** 90[C] **ב.** 3600[C] **ג.** 3[A] **ד.** 2[A]

8. **א.** 1800[C] **ב.** 2700[C] **ג.** $3.125\cdot10^{18}$ **ד.** $1.875\cdot10^{19}$

9. **א.** 2[A] **ב.** $6.94\left[\frac{m}{s}\right]$

10. **א.** 0.025[A] **ב.** $3.97\cdot10^{-6}\left[\frac{m}{s}\right]$

פתרונות לתרגילים פרק 7

1. **א.** 0.172Ω **ב.** $17.44[A]$ **ג.** $52.325[A]$ **ד.** $52.325[A]$

2. **א.** 6Ω **ב.** $18[V]$ **ג.** $22[V]$

3. **א.** תיל א: 1.5Ω תיל ב: 3Ω **ב.** תיל א: $A=5.33\cdot10^{-9}[m^2]$ תיל ב: $A=3\cdot10^{-9}[m^2]$

4. **א.** $2[A]$ **ב.** $25.73[V]$ **ג.** $34.27\ [V]$

5. **א.** 32Ω **ב.** 32Ω **ג.** 64Ω **ד.** 0.25Ω

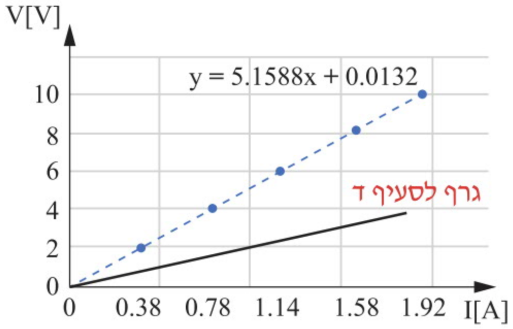
6. **א.** $n_e = 9.375\cdot10^{18}$ **ב.** 8Ω **ג.** $\rho=1.6\cdot10^{-8}[\Omega\cdot m]$ **ד.** [1] 0.5Ω [2] $0.75[V]$

7. **א.** לא, אין יחס ישר בין המתח לזרם. **ב.** [1] 10Ω [2] 12.5Ω **ג.** בגלל עליית הטמפרטורה.

8. **א.** $32\ [V]$ **ב.** $368\ [V]$

9. **א.** תיל גלילי: 0.05Ω תיל מלבני: 0.08Ω **ב.** תיל גלילי: $40[A]$ תיל מלבני: $25[A]$

10. **א.** כן, $5.15\Omega \cong$ (ראו גרף) **ב.** $\rho=8.09\cdot10^{-7}\ [\Omega\cdot m]$ **ג.** קטנה יותר **ד.** ראו בגרף.



גרף המתח כפונקציה של הזרם

פתרונות לתרגילים פרק 8

מעגל טורי

1. $2[A]$, $V_4=8[V]$, $V_2=4[V]$, $V_6=12[V]$

2. $25.5[V]$, 4Ω

3. **א.** התנגדות של נגד יחיד שאילו היה מחליף במעגל את צירוף הנגדים, הזרם במעגל לא היה משתנה.

ב. שווה לו, אין הצטברות מטען לאורך המעגל.

ג. $V_3=4[V]$

ד. $V_A=12\ [V]$, $V_B=4[V]$

4. **א.** $10R$ **ב.** $R=0.5\Omega$ **ג.** $V_1=3[V]$, $V_2=6\ [V]$, $V_3=9[V]$, $V_4=12[V]$

ד. $V_A=27\ [V]$, $V_B=21\ [V]$, $V_C=12[V]$, $V_D=0[V]$

5. $45[V]$, 15Ω

6. **א.** 3Ω. **ב.** $66[V]$. רמז: מד-המתח V_1 מודד את ההפרש בין מתח המקור לבין המתח על הנגד R_1.

7. **א.** [1] $0.4[A]$ [2] $12[V]$ **ב.** [1] $0.2[A]$ [2] $12[V]$ **ג.** בנקודה N, $0.133[A]$

רמז: יחס ההתנגדויות כיחס האורכים, יחס המתחים כיחס ההתנגדויות.

8. **א.** גרף 3 **ב.** 2Ω **ג.** [1] 4Ω [2] 40Ω [3] $0.143[A]$ [4] $5.714[V]$

רמז ל-א: $I=\frac{V}{R_T}=\frac{V}{R+x\cdot\frac{\rho}{A}}$ רמז ל-ג: $\frac{x}{L}=\frac{R_x}{R_L}$

9. **א.** 120Ω, $48[V]$ **ב.** 12 נורות.

מעגל מקבילי

10. **א.** 4Ω **ב.** $7[A]$ **ג.** $28[V]$ **ד.** $I_{20}=1.4[A]$, $I_5=5.6[A]$

11. **א.** $144[V]$, 1440Ω **ב.** 12 נורות.

12. **א.** $I=1[A]$, $I_1=0.2A$, $I_2=0.8[A]$ **ב.** $I=2[A]$, $I_1=0.2[A]$, $I_2=0.8[A]$, $I_3=1[A]$

13. **א.** הזרם יגדל, ההתנגדות השקולה תקטן. **ב.** $3[A]$ **ג.** $1.8[A]$ **ד.** בנקודה E, $1.2[A]$

14. **א.** טענתו אינה נכונה, הזרם מרבי כאשר ההתנגדות השקולה היא מינימלית. זה קורה כאשר שלושת המפסקים סגורים.

ב. טענתה נכונה. כאשר S_2 בלבד סגור, התנגדות המעגל היא המרבית שמתקבלת מכל הצירופים האפשריים, ולכן הזרם מינימלי.

ג. $32[V]$, $I_1=3.2[A]$, $I_2=0.8[A]$

ד. הזרם יגדל, ההתנגדות השקולה תקטן, $8[A]$.

פתרונות לתרגילים פרק 9

1. **א.** 13Ω **ב.** 160Ω **ג.** 10Ω **ד.** 90Ω **ה.** 14Ω **ו.** 26Ω **ז.** 48Ω **ח.** 52Ω
ט. 24Ω **י.** 402Ω

2. **מעגל 1** **א.** $R_T=20\Omega$ **ב.** $I=2[A]$ **ג.** $V_1=V_2=V_3=20[V]$
ד. $I_1=0.66[A]$, $I_2=1.33[A]$, $I_3=2[A]$

מעגל 2 **א.** $R_T=60\Omega$ **ב.** $I=2[A]$ **ג.** $V_1=V_2=V_3=V_4=40[V]$

ד. $I_1=0.4[A]$, $I_2=1.6[A]$, $I_3=1.33[A]$, $I_4=0.66[A]$, $I_5=2[A]$

מעגל 3 **א.** $R_T=100\Omega$ **ב.** $I=1[A]$ **ג.** $V_1=V_2=24[V]$, $V_4=V_3=48[V]$, $V_5=4[V]$

ד. $I_2=I_1=0.66[A]$, $I_3=0.33[A]$, $I_4=1[A]$, $I_5=1[A]$

מעגל 4 **א.** $R_T=50\Omega$ **ב.** $I=2[A]$

ג. $V_5=4[V]$, $V_4=16[V]$, $V_3=80[V]$, $V_2=42.66[V]$, $V_1=53.33[V]$

ד. $I_2=I_1=1.33[A]$, $I_4=I_3=0.66[A]$, $I_5=2[A]$

מעגל 5 **א.** $R_T=20\Omega$ **ב.** $I=2[A]$ **ג.** $V_2=V_1=20[V]$, $V_3=10[V]$, $V_4=10[V]$, $V_5=5[V]$, $V_6=5[V]$

ד. $I_1=2[A]$, $I_2=1[A]$, $I_3=1[A]$, $I_6=I_5=I_4=0.5[A]$ (רמז: הזרמים בכל צומת מתפצלים במידה שווה).

3. **א.** [1] 2A [2] 4V [3] נקודה B **ב.** 12[V] בשני המסלולים.

4. **א.** 12[V] **ב.** $V_1=4.8[V]$, $V_2=V_3=2.4\ [V]$, $V_4=7.2[V]$

(רמז: יש להפוך למעגל טורי, יחס המתחים כיחס ההתנגדויות).

ג. $I_1=I_4>I_2=I_3$ **ד.** [1] דרך L_1 ו- L_4 תקטן [2] דרך L_2 תגדל

(רמז ל–ג+ד: ההתנגדות השקולה תגדל, לכן הזרם במעגל יקטן).

5. **א.** 2R **ב.** אינו תלוי (רמז: נקבע על פי יחס ההתנגדויות) **ג.** $V_1=12[V]$, $V_2=V_3=V_4=V_5=6[V]$

ד. $I_1=12/R$, $I_2=I_3=I_4=I_5=6/R$

6. **א.** 0.155[A] , 11.68[V] **ב.** 0.0712[A] , 11.75[V] (רמז: יחס ההתנגדויות כיחס האורכים).
ג. יקטן (רמז: ההתנגדות השקולה תגדל).

7. **א.** לכיוון L. **ב.** בעזרת חוק אוהם. **ג.** $\rho=1.3\times10^{-6}\ [\Omega\times m]$ **ד.** כדי שיהיה משתנה בלתי תלוי אחד (השטח) ומשתנה תלוי אחד (המתח). **ה.** הגדלת האורך תגרום להגדלת השיפוע.
(רמז: הגדלת האורך תגרום להגדלת ההתנגדות, ולכן גם להגדלת שיפוע הגרף).

8. **א.** $R=10\Omega$ **ב.** $I_1=0.5[A]$, $I_2=0.75[A]$ **ג.** $V_1=10\ [V]$, $V_2=30\ [V]$

ד. [1] 0 (רמז: התיל מקצר את שני הנגדים שהתנגדותם 2R). [2] 1.5[A]

9. **א.** 21.26[A] לא יותך. **ב.** 58.92Ω

10. **א.** $R_1=16.27\Omega$, $R_2=43.72\Omega$ (רמז: יש לבטא את הזרם דרך R_1 כסכום הזרמים דרך R_2 ו- R_3) **ב.** 2.457[A]

פתרונות לתרגילים פרק 10

1. **א.** 24[V] **ב.** 19.63[V] **ג.** 18[V]

2. **א.** 36[V] **ב.** 3Ω **ג.** לא, בתוך המקור. **ד.** פתוח: I=3[A], סגור: I_1=2.66[A], I_2=1.33[A]

3. **א.** 36[V] **ב.** 9[A] **ג.** 3[A] **ד.** 8Ω

4. **א.** 1.5[V] **ב.** 0.8Ω **ג.** 1.875[A] הגררה ממוקמת בקצה N. **ד.** לכיוון N .

5. **א.**

$$\varepsilon = V_1 + V_2 + V = V_1 + \frac{V_1}{R_1}\cdot R_2 + V = V_1(1+\frac{R_2}{R_1}) + V$$

$$\varepsilon = V_1(\frac{R_1+R_2}{R_1}) + V \Rightarrow V_1 = (\frac{R_1}{R_1+R_2})\varepsilon - (\frac{R_1}{R_1+R_2})V$$

ב. $-(\frac{R_1}{R_1+R_2})$ **ג.** [1] (III) כאשר המגע הנייד נמצא בקצה M. [2] (I) כאשר המגע הנייד היה מנותק.

ד. $R_2=160\Omega,\ \varepsilon=54[V]$

6. **א.** מתח ההדקים כשלא זורם זרם. **ב.** $I_0 = \frac{V_0}{R_0} \Rightarrow V = \varepsilon - Ir \Rightarrow V = \varepsilon - \frac{V_0}{R_0}\cdot r$

ג. ε=9[V] **ד.** r≅42Ω

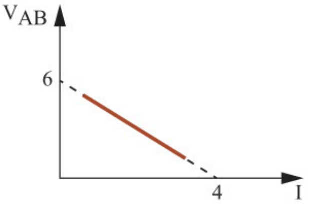
7. **א.** 55 [V], r≅5Ω **ב.** R_1=3.75Ω, R_2=12Ω **ג.** V=55[V], I=0 **ד.** I=11[A], V=0

8. **א.** 3R **ב.** R=1Ω **ג.** $V_{AA'}$=4[V], $V_{BB'}$=2[V], $V_{CC'}$=1[V]

9. **א.** 9[V] **ב.** R=6Ω **ג.** [1] יגדל [2] V_{AB}=7.2[V], V_{AC}=5.6 [V]

10. **א.** $R = \frac{1}{I}\varepsilon - r$ **ב.** השיפוע ε, החיתוך r –, **ג.** [1] 6[V] [2] 1.5Ω [3] 4[A]

ד. שיפוע: r-, נקודת חיתוך ε.



11. **א.** 0 **ב.** [1] 10Ω [2] 108Ω **ג.** [1] 21.6[V] [2] 0

ד. [1] ההתנגדות השקולה תגדל, הזרם יקטן, ומתח ההדקים אותו מודד מד-המתח יגדל. [2] המתח יגדל.

12. **א.** V_{AC}=36[V], V_{BD}=0 **ב.** V_{CD}=36[V] **ג.** [1] V_{EF}=20[V] [2] r=160Ω

ד. [1] V= 14.757[V], I=0.1327[A] [2] V=0 , I=0.225[A] [3] V=20[V], I=0.1[A]

13. **א.** 45[V] **ב.** R_2 =40Ω, R_1 =4Ω **ג.** שניהם 2.5[A] **ד.** לא. כאשר שני המפסקים סגורים, ההתנגדות השקולה היא מינימלית, הזרם הוא המרבי, ולכן מתח ההדקים הוא המינימלי.

ה. [1] 47.5[V] [2] 46.36[V] [3] 46.36[V]

14. **א.** טורי: $I = \frac{3\varepsilon}{R+3r}$, מקבילי: $I = \frac{\varepsilon}{R+\frac{r}{3}}$

ב. טורי: $\varepsilon(1-\frac{3r}{R+3r})$, מקבילי: $V_{AB} = I\cdot R = \frac{\varepsilon}{R+\frac{r}{3}}\cdot R$ **ג.** $R=r$

15. **א.** 2A **ב.** V_{AB}=12[V], V_{BC}=12[V], V_{CD}=16[V] **ג.** מתח ההדקים יכול להיות גדול יותר (בערכו המוחלט) מהכא"מ של הסוללה כאשר הזרם בסוללה זורם מההדק החיובי להדק השלילי. זה מתקבל כאשר במעגל החשמלי יש עוד סוללה שהכא"מ שלה גדול יותר, ושתי הסוללות מחוברות בכיוונים הפוכים. **ד.** 4.66[A]

16. **א.** שיפוע שווה ל-R_0=1Ω **ב.** [1] -r [2] ε [3] $\frac{\varepsilon}{r}$ זרם הקצר **ג.** r=1.5Ω, ε=4[V] **ד.** [1] קטן [2] גדל

פתרונות לתרגילים פרק 11

1. **א.** 9[cm] (רמז: יחס ההתנגדויות כיחס האורכים) **ב.** 24[W] **ג.** לכיוון הקצה N, ההתנגדות גדלה ולכן הזרם קטן והעוצמה קטנה.

2. **א.** V_{AB}=8[V] (רמז: המתח מתחלק שווה על 3 נורות, דרך L_1 אין זרם)
ב. [1] V_1=4.8[V] ,V_2=7.2[V] ,V_3=2.4[V] ,V_4=2.4[V]
[2] I_1=0.266[A] ,I_2=0.4[A] ,I_3=0.133[A] ,I_4=0.133[A] **ג.** [1] תגדל [2] תקטן
(רמז: ההתנגדות השקולה של המעגל תגדל, הזרם במעגל יקטן).

3. **א.** בין נקודות A ו–B נמצאת נורה ב. **ב.** R=26.66Ω, R_1=120Ω

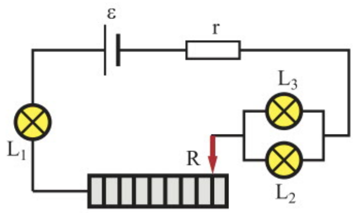
4. **א.** I_1=0.67[A], I_2=0.5[A] **ב.** בנורה 1 **ג.** 17.75[V] **ד.** [1] במקביל לנורה 2, 70.58Ω [2] 19.675[V]

5. **א.** במתח של 4.5[V] מתקבל הספק מרבי של 18[W] **ב.** 1.125Ω **ג.** כן (רמז: מתח המקור מתחלק שווה כי שתי ההתנגדויות שוות) **ד.** תקטן (רמז: ההתנגדות השקולה של המעגל תגדל, הזרם במעגל יקטן, מאחר שההתנגדות בין הנקודות שאליהן מחוברת הנורה L_2 לא השתנתה, המתח על L_2 קטן) **ה.** 0.239[V]

6. **א.** 21.6[V] **ב.** 19.636[V] **ג.** [1] 9.52[W] [2] 52.36[W] [3] 42.84[W]

7. **א.** 2[A] **ב.** $V_{CD} = V_{AB}$=12[V] **ג.** 2880[J] **ד.** 480[J] **ה.** 3360[J]

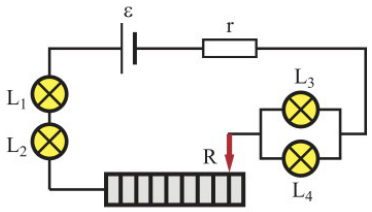
8. **א.**



ב. 1.15Ω **ג.** 7.66[V]

9. **א.** לא, יש רק מצב תאורה אחד. **ב.** 0.67[A] **ג.** [1] 0.67[A] [2] 1.33[A] [3] 2[A]
ד. אפשרות 3 אינה מתאימה כי הזרמים יהיו שונים, אין 3 מצבי תאורה, אפשרות 4 אינה מתאימה כי המתח מעל למותר. **ה.** בשניהם מתפתח אותו ההספק.

10. **א.** $I_{1,2}$=0.2[A] ,$I_{3,4}$=0.1[A] **ב.** [1] לא, הזרם שונה. [2] לא, המתח שונה.
ג.



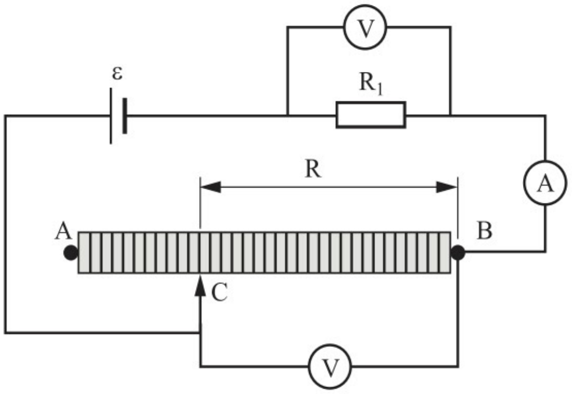
ד. 58Ω **ה.** [1] 0.08[W] [2] 4.8[W] [3] 4.72[W]

11. **א.** 6.66Ω **ב.** 15.38[V] **ג.** [1] 10.65[W] [2] 35.53[W] [3] 46.18[W] **ד.** 76.938%

12. **א.** $I=\frac{\varepsilon}{r}-\frac{1}{r}V_R \Leftarrow I\cdot r=\varepsilon-V_R \Leftarrow V_r=\varepsilon-V_R \Leftarrow \varepsilon=V_R+V_r$ **ב.** 8[V] ג. 2Ω ד. 2Ω, 8[W]

13. **א.** 25Ω, 10[V] **ב.** [1] 0 [2] 0 **ג.** 25Ω
ד. ישנם שני פתרונות: [1] R_1=1.238Ω, V_1=0.472[V] [2] R_2=504.27Ω, V_2=9.527[V]

14. א.



ב. $P_R = \left(\frac{\varepsilon}{R_1 + R}\right)^2 \cdot R \quad , \quad P_1 = \left(\frac{\varepsilon}{R_1 + R}\right)^2 \cdot R_1$

ג. עקומה I מתארת את ההספק בנגד R_1. **ד.** $R_1=8\Omega$ **ה.** 8[V]

15. א. תגדל בשניהם **ב.** [1] 6.66[A] [2] 293333.33[J] **ג.** 66.6%

ד. [1] I_2=6.66[A] ,I_1=26.6[A] [2] 16.6%

16. א. $P_R = V_R \cdot I = (\varepsilon - I \cdot r) \cdot I = -r \cdot I^2 + \varepsilon \cdot I$

ב. למציאת נקודות החיתוך עם הציר האופקי נציב: $P_R=0$, ונקבל: $I_1=0$, $I_2=\frac{\varepsilon}{r}$

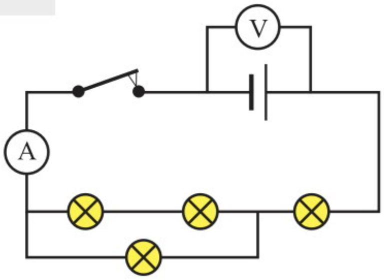
ג. את עוצמת הזרם בו מתקבל הספק מרבי ניתן למצוא לפי שיעור נקודות המקסימום של הפונקציה:

$I = \frac{-b}{2a} = \frac{-\varepsilon}{-2r} = \frac{\varepsilon}{2r}$, או לגזור את P לפי I ולהשוות את הנגזרת לאפס: $P'_R = -2rI + \varepsilon = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{2r}$

ד. נציב ערך זה בביטוי להספק: $P_R = -r \cdot I^2 + \varepsilon \cdot I = -r \cdot \left(\frac{\varepsilon}{2r}\right)^2 + \varepsilon \cdot \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$

ה. הקשר בין הזרם לכא"מ במעגל הנתון הוא: $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$. ההספק המרבי מתקבל עבור עוצמת זרם:

$I = \frac{\varepsilon}{2r}$. נשווה בין הביטויים ונקבל: R=r.



17. א. תרשים **ב.** [1] 0.9Ω [2] 4.88Ω [3] 90%

ג. [1] 0.096[A] [2] 1.413[V] [3] 94.24%

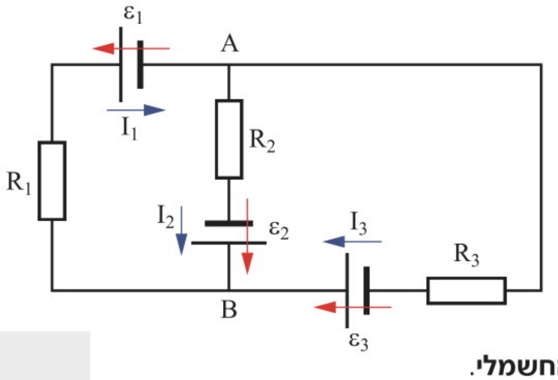
18. א. [1] r=6Ω [2] ההספק המבוזבז במקור המתח הוא גדול יותר במצב שבו שני המפסקים סגורים (רמז: כי אז ההתנגדות קטנה יותר, והזרם גדול יותר, $P=I^2r$). **ב.** [1] I=1[A] [2] ε=10[V]

ג. $R_3=12\Omega$ (רמז: ההספק הוא מרבי כאשר ההתנגדות החיצונית שווה להתנגדות הפנימית).

19. א. 5[cm] **ב.** 48[W] **ג.** [1] לכיוון N [2] לא **ד.** 4.5[cm] **ה.** 53.647[W]

ו. [1] לכיוון N [2] כן, כאשר המגע הנייד P נמצא ב-N.

פתרונות לתרגילים פרק 12



1. א. חוק הזרמים בצומת A: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

בעניבה השמאלית (הקפה בכיוון השעון):

$$V_{AA} = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 - (-\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 0$$

$$I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 = -\varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

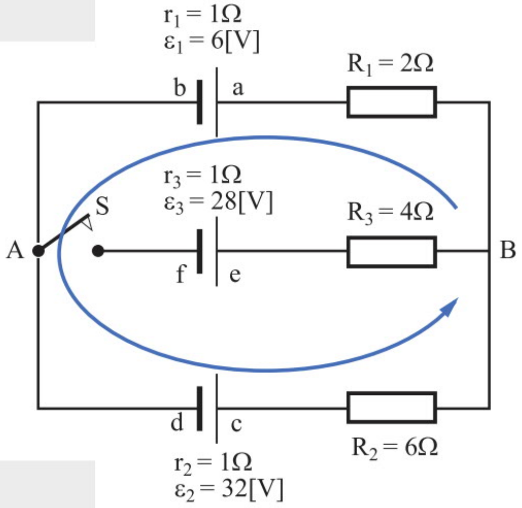
בעניבה הימנית (הקפה בכיוון השעון):

$$V_{AA} = I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2 - (\varepsilon_3 - \varepsilon_2) = 0$$

$$I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2 = \varepsilon_3 - \varepsilon_2$$

ב. חוק הזרמים של קירכהוף מתבסס על **חוק שימור המטען החשמלי**.

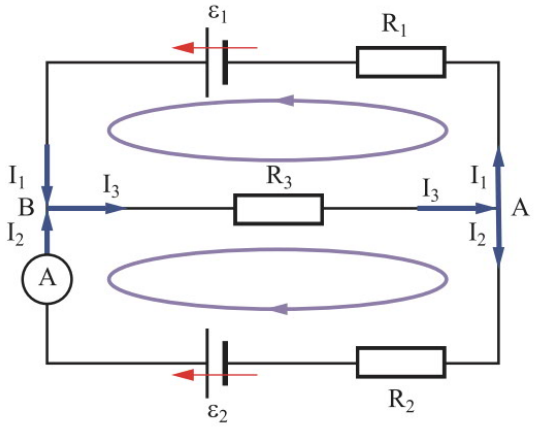
חוק העניבות של קירכהוף מבוסס על **חוק שימור האנרגיה**.



2. א. 2[A] **ב.** −18[V] **ג.** $\varepsilon_3 = 28[V]$, $\varepsilon_2 = 32[V]$

ד. [1] I=2.6[A] [2] $V_{AB} = -13.8[V]$

[3] $V_{ab} = 8.6[V]$, $V_{cd} = 29.4[V]$, $V_{ef} = 28[V]$



3. א. לפי חוק הזרמים:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

עבור העניבה העליונה (הקפה נגד כיוון השעון):

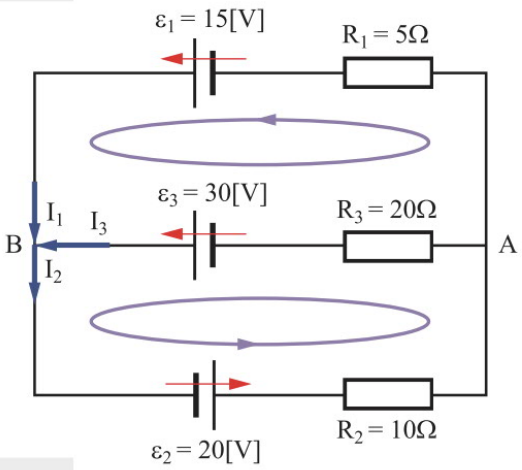
$$V_{AA} = I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 - \varepsilon_1 = 0$$

עבור העניבה התחתונה (הקפה בכיוון השעון):

$$V_{AA} = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 - \varepsilon_2 = 0$$

ב. $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{R_1 + R_3}{R_3}$ **ג.** $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = 1$

ד. [1] $\varepsilon_3 = \varepsilon_2$ [2] $I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{R_1}$



4. לפי חוק הזרמים בצומת B:

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0$$

עבור העניבה העליונה (הקפה נגד כיוון השעון):

$$V_{AA} = I_1 \cdot R_1 - I_3 \cdot R_3 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_3) = 0$$

עבור העניבה התחתונה (הקפה נגד כיוון השעון):

$$V_{AA} = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 - (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) = 0$$

$$I_1 = -1.565[A] \quad I_2 = 2.71[A] \quad I_3 = 1.145[A]$$

5. **א.** $R_1 = 30\Omega$, $R_2 = 2\Omega$ **ב.** $I_1 = 0.22$ [A], $I_2 = 0.66$[A]

6. **א.** $V_{AB} = 7.4$[V]

ב. $R = 6\Omega$, $x = 0.9$[m], $y = 0.3$[m] (רמז: יש לבטא את ההתנגדויות באמצעות האורכים)

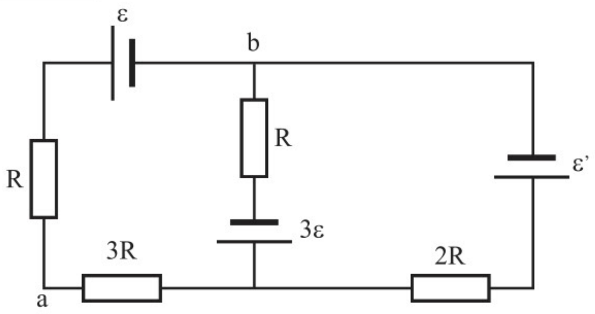
ג. דרך הנגדים: $I_1 = 0.616$ [A], דרך התיל: $I_2 = 0.183$ [A] **ד.** 40.36Ω

7. **א.** $V_{AB} = 13$[V] **ב.** $V_1 = 19$[V], $V_2 = 10$[V]

8. **א.** $V_{AB} = -12$ [V] **ב.** $V_1 = 38$[V], $V_2 = 20$[V], $V_3 = 2$[V]

9. **א.** 0.846[A] **ב.** 0.3846[A] **ג.** 0.4615[A]

ד. הזרם ברכיב מסוים הוא הסכום האלגברי של הזרמים ברכיב זה, הנוצרים בגלל כל מקור לחוד, כאשר יתר המקורות מקוצרים.



10. **א.** $I_{3R} = \frac{3}{14}\frac{\varepsilon}{R}$, $I_{2R} = \frac{13}{14}\frac{\varepsilon}{R}$

ב. $V_{ab} = \frac{17}{14}\varepsilon$ **ג.** $\varepsilon' = \frac{13}{5}\varepsilon$

פתרונות לתרגילים פרק 13

1. **א.** $1.106\cdot10^{-11}[F]$ **ב.** יגדל פי 2 **ג.** [1] $1.3275\cdot10^{-10}[C]$ [2] $-3.97\cdot10^{-10}[J]$

2. **א.** $2.58\cdot10^{-8}[F]$ **ב.** $8.2836\cdot10^{5}[J]$ **ג.** $1.6\cdot10^{-15}[N]$ **ד.** $10.32[A]$

3. **א.** $1\cdot10^{6}[V]$ **ב.** $30[C]$ **ג.** $15\cdot10^{6}[J]$ **ד.** $7.5\cdot10^{9}[W]$

4. **א.** [1] $4\varepsilon_r$ [2] אין שינוי [3] $4\varepsilon_r$ [4] $4\varepsilon_r$ **ב.** [1] אין שינוי [2] $\frac{1}{4\varepsilon_r}$ [3] $4\varepsilon_r$ [4] $\frac{1}{4\varepsilon_r}$

5. **א.** $3.36\cdot10^{5}[\frac{N}{C}]$ **ב.** $672.29[V]$ **ג.** [1] $738.92[V]$ (רמז: השדה והמטען לא השתנו). [2] $0.02[N]$

6. **א.** תרשים א (רמז: הלוח התחתון צריך להיות טעון חיובית כדי להפעיל על הטיפה כוח כלפי מעלה).

ב. תישאר במקומה (רמז: בין לוחות קבל השדה הוא אחיד).

ג.

ד. במצב מנוחה: $F_E = E\cdot q = \frac{V_0}{d}\cdot q = mg$ בתאוצה:

$$mg - F_E = ma$$
$$mg - \frac{V_0}{2d}\cdot q = ma$$
$$mg - \frac{mg}{2} = ma \Rightarrow a = \frac{g}{2}$$

ה. $0.2[m]$ **ו.** $\frac{V_0}{3}$ **ז.** הטיפה תנוע בתאוצה שגודלה $\frac{2}{3}g$.

7. **א.** [1] האנרגיה האגורה בקבל [2] $\frac{1}{C}$ **ב.** [1] $1.25\cdot10^{-4}[C]$ [2] $0.1[J]$ [3] $0.2[J]$

8. **א.** $C_1=5.55\cdot10^{-12}[F]$ $C_2=3.33\cdot10^{-12}[F]$ $R_2=0.03[m]$

ב. לפני: $Q_1=4.44\cdot10^{-9}[C]$ אחרי: $Q_1=2.775\cdot10^{-9}[C]$ $Q_2=1.665\cdot10^{-9}[C]$

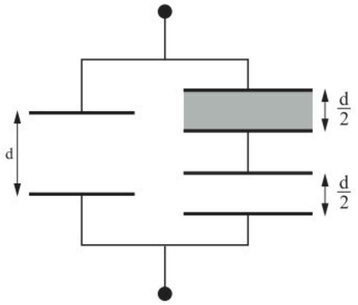
9. **א.** $R_2=0.08[m]$ $C_1=1.776\cdot10^{-11}[F]$

ב. לפני: $Q_1=3.1968\cdot10^{-8}[C]$ אחרי: $Q_1=2.1312\cdot10^{-8}[C]$ $Q_2=1.0656\cdot10^{-8}[C]$

ג. $C_3=8.88\cdot10^{-12}[F]$ $R_3=0.08[m]$

10. $C_T = \frac{\varepsilon_0\cdot A}{d}\cdot(\frac{\varepsilon_r}{(1+\varepsilon_r)}+\frac{1}{2})$

(רמז: שני הקבלים הימניים מחוברים בטור והם במקביל לקבל השמאלי).



11. **א.** $Q_1=Q_2=Q_3=12\cdot10^{-6}[F]$ **ב.** $V_1=4[V]$, $V_2=2[V]$, $V_3=6[V]$

12. **א.** $3VC$ **ב.** $V_3=V$, $V_2=1.5V$, $V_1=3V$ **ג.** $\varepsilon=5.5V$

13. **א.** $V_1=27[V]$, $V_2=9[V]$ **ב.** $7.776\cdot10^{-3}[J]$

14. **א.** $Q_1=2.4\cdot10^{-4}[C]$ $Q_2=6\cdot10^{-5}[C]$ **ב.** $4.5\cdot10^{-3}[J]$

15. **א.** [1] $V_1=3.2[V]$, $V_2=12.8[V]$, $Q_1=Q_2=6.4\cdot10^{-5}[C]$ [2] $Q_1=Q_2=6.4\cdot10^{-5}[C]$, $V_2=12.8[V]$, $V_1=3.2[V]$

ב. [1] $V_1=V_2=16[V]$, $Q_1=3.2\cdot10^{-4}[C]$, $Q_2=8\cdot10^{-5}[C]$ **ג.** $V_1=V_2=16[V]$, $Q_1=3.2\cdot10^{-4}[C]$, $Q_2=8\cdot10^{-5}[C]$

16. **א.** [1] $Q_1=1.44\cdot10^{-4}[C]$, $Q_2=6.4\cdot10^{-5}[C]$, $Q_3=8\cdot10^{-5}[C]$ [2] $V_2=V_3=8[V]$, $V_1=16[V]$ **ב.** $1.728\cdot10^{-3}[J]$

17. א. $Q_2=Q_3=1.44\cdot10^{-4}[C]$, $V_2=16[V]$, $V_3=8[V]$ **ב.** $Q_T=2.88\cdot10^{-4}[C]$

18. א. $V_{AB}=10[V]$ **ב.** $V_{CD}=-1.33[V]$ (רמז: יש למצוא מתח על קבל 1 ועל קבל 3 ולחסר ביניהם).

19. א. 4C **ב.** $V_{4C}=18[V]$, $Q_{4C}=2.88\cdot10^{-4}[C]$, $Q_{2C}=1.44\cdot10^{-4}[C]$, $V_{2C}=18[V]$

$V_{6C}=6[V]$, $Q_{6C}=1.44\cdot10^{-4}[C]$, $Q_{3C}=1.44\cdot10^{-4}[C]$, $V_{3C}=12[V]$

20. א. $V_1=3.2[V]$, $V_2=12.8[V]$ **ב.** $V_1=V_2=0$ **ג.** $V_1=0$, $V_2=16[V]$

21. א. $V_1=8[V]$, $V_2=2[V]$, $V_3=10[V]$ **ב.** $4\cdot10^{-4}[J]$ **ג.** $V_1=V_2=6.1538[V]$, $V_3=7.692[V]$

ד. $V_1=V_2=6.1538[V]$, $V_3=15.384[V]$

22. א. [1]+[2]

$$V_3=\frac{2}{3}\cdot\varepsilon$$

$$V_1=V_2=\frac{1}{3}\cdot\varepsilon$$

$$Q_T=Q_3=\frac{2}{3}\cdot C\cdot\varepsilon$$

$$Q_1=Q_2=\frac{1}{3}\cdot C\cdot\varepsilon$$

ב. [1]+[2]

$$Q_T=Q_3=\frac{2C\cdot\varepsilon_r}{2+\varepsilon_r}\cdot\varepsilon$$

$$V_3=\frac{2\varepsilon}{2+\varepsilon_r}$$

$$V_1=V_2=\varepsilon\cdot(1-\frac{2}{2+\varepsilon_r})$$

$$Q_1=Q_2=C\cdot\varepsilon\cdot(1-\frac{2}{2+\varepsilon_r})$$

ג. המטען הכולל אינו משתנה אבל הקיבול של קבל 3 קטן ומכאן שהמתח על 3 גדל פי ε_r.
על 1 ו–2 הקיבול אינו משתנה ולכן גם המתח אינו משתנה.

23. א. לפני הניתוק: $V_1=30[V]$, $V_2=20[V]$ לאחר החיבור: $V_1=V_2=25.55[V]$

ב. לפני הניתוק: $U_{P2}=8\cdot10^{-4}[J]$ $U_{P1}=2.25\cdot10^{-3}[J]$ $U_P=U_{P1}+U_{P2}=3.05\cdot10^{-3}[J]$
לאחר החיבור: $U_{P2}=1.3\cdot10^{-3}[J]$ $U_{P1}=1.63\cdot10^{-3}[J]$ $U_P=U_{P1}+U_{P2}=2.93\cdot10^{-3}[J]$

24. א. לפני הניתוק: $V_1=30[V]$, $V_2=20[V]$ לאחר החיבור: $V_1=V_2=7.77[V]$

ב. לפני הניתוק: $U_{P2}=8\cdot10^{-4}[J]$ $U_{P1}=2.25\cdot10^{-3}[J]$ $U_P=U_{P1}+U_{P2}=3.05\cdot10^{-3}[J]$

לאחר החיבור: $U_{P2}=1.2\cdot10^{-4}[J]$ $U_{P1}=1.51\cdot10^{-4}[J]$ $U_P=U_{P1}+U_{P2}=2.71\cdot10^{-4}[J]$

25. א. $V_1=10[V]$, $Q_1=8\cdot10^{-5}[C]$, על כל שאר הקבלים אין מטען ואין מתח.

ב. $V_1=6.66[V]$, $Q_1=5.33\cdot10^{-5}[C]$, $V_2=1.33[V]$, $Q_2=2.128\cdot10^{-5}[C]$

$V_3=1.33[V]$, $Q_3=5.32\cdot10^{-6}[C]$, $Q_4=2.66\cdot10^{-5}[C]$, $V_4=5.33[V]$

ג. [1] $4\cdot10^{-4}[J]$ [2] $2.66\cdot10^{-4}[J]$

ד. כתוצאה מתנועת המטענים מקבל 1 לשאר הקבלים בתהליך הטעינה התפתח חום בתילים.

פתרונות לתרגילים פרק 14

1. **א.** $Q=6.6\cdot10^{-3}\,[C]$, $V=3[V]$ **ב.** $I=3\cdot10^{-4}\,[A]$, $V=3[V]$

2. **א.** $V_C=V_R=3[V]$ **ב.** $V_R=1.89[V]$

3. **א.** $Q_1=Q_2=4.8\cdot10^{-5}[C]$, $V_2=16[V]$, $V_1=8[V]$

ב. $Q_1=0$, $V_1=0$, $Q_2=7.2\cdot10^{-5}[C]$, $V_2=24[V]$

4. $V_1=V_2=6[V]$, $Q_1=3\cdot10^{-5}[C]$, $Q_2=1.2\cdot10^{-4}[C]$

5. **א.** $Q_1=Q_2=1.2\cdot10^{-4}[C]$, $V_1=13.33[V]$, $V_2=6.67[V]$

ב. $Q_1=Q_2=4.6\cdot10^{-5}[C]$, $V_1=5.13[V]$, $V_2=2.56[V]$

6. **א.** $\frac{\varepsilon}{3}$ **ב.** $\frac{\varepsilon}{3}\cdot C$

7. **א.** $V_2=\varepsilon$, $V_1=V_3=\frac{\varepsilon}{2}$ **ב.** $V_2=V_3=\varepsilon$, $V_1=0$ **ג.** $V_1=V_2=V_3=\frac{\varepsilon}{3}$

8. **א.** [1] $I_1=4[A]$, $I_2=2[A]$ בכיוון מ-A ל-B. [2] $V_{AB}=12[V]$

ב. [1] $I_1=4[A]$, $I_2=0$ [2] $V_C=12\,[V]$, $Q=4.8\cdot10^{-5}[C]$, $U_C=2.88\cdot10^{-4}[J]$

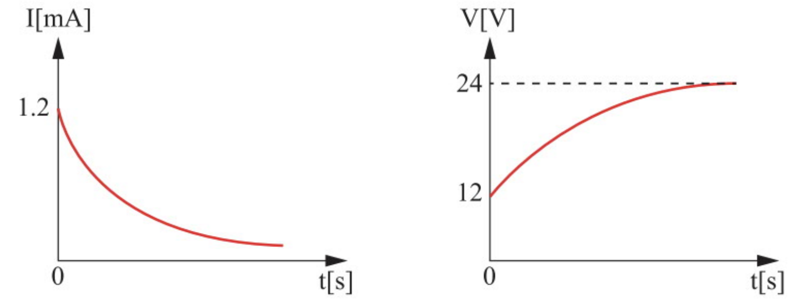
9. **א.** $V_{AB}=20[V]$, $V_{AC}=16[V]$, $V_{CB}=4[V]$ **ב.** $Q_2=Q_3=8\cdot10^{-5}[C]$, $Q_1=1.6\cdot10^{-4}[C]$

10. **א.** $V=0$, $I=2.4\cdot10^{-3}[A]$ **ב.** $V=12[V]$, $I=2.4\cdot10^{-3}[A]$

ג. $I_0=1.2\cdot10^{-3}[A]$, $I_{30}=4.414\cdot10^{-4}[A]$, $I_{60}=1.62\cdot10^{-4}[A]$, $I_{150}=8\cdot10^{-6}[A]$

$V_0=12[V]$, $V_{30}=19.586[V]$, $V_{60}=22.38[V]$, $V_{150}=23.92[V]$

ד.



11. **א.** $I=0.166\,[A]$, $Q_1=Q_2=1.428\cdot10^{-4}[C]$ **ב.** $I=0.166[A]$, $Q_1=1\cdot10^{-4}[C]$, $Q_2=2\cdot10^{-4}[C]$

ג. $I=1[A]$, $Q_1=Q_2=Q_3=0$

12. **א.** [1] $R_1=600\Omega$, $R_2=2400\Omega$ [2] $C=0.013[F]$ [3] $Q=0.1596[C]$

ב. שווה, בתהליך הטעינה ובתהליך הפריקה האנרגיה של הקבל שווה לחום המתפתח בנגדים.

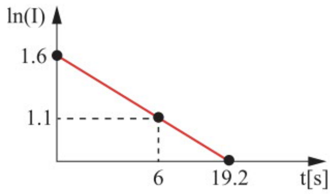
ג. השטח שווה, השטח מייצג את המטען, ובשני המקרים זה שווה למטען הקבל.

13. **א.** $V_C=48[V]$ **ב.** $I=0.016[A]$ **ג.** מתאים לזרם שנמדד על ידי האמפרמטר A_2 **ד.** $C=1\cdot10^{-3}[F]$

ה. גדל. השטח מייצג את המטען. ככל שהקיבול גדול יותר, כך המטען גדול יותר ולכן השטח גדל.

14. א. מתאים לזרם שנמדד על ידי מד-הזרם A_1. **ב.** $C=6\cdot10^{-3}[F]$

ג.



ד. $0.3[J]$, אינה תלויה ב-R_2.

15. א. בהתאם לחוק אוהם כופלים שני אגפים ב-R. **ב.** [1] $V_C=12[V]$ [2] $R=3219.4\Omega$

[3] ברגע פתיחת המפסק: $I_0=3.727\cdot10^{-3}[A]$, ברגע $t=20[s]$: $I_{20}=1.074\cdot10^{-3}[A]$

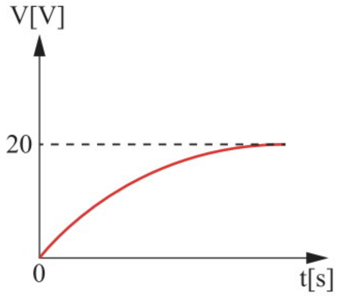
ג. המטען הכולל קטן כאשר הקיבול קטן והמתח קבוע.

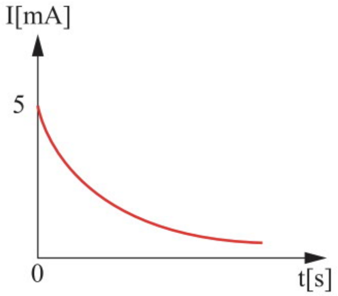
16. א. $I_0=8\cdot10^{-3}[A]$, $\varepsilon=24[V]$, $R=3000\Omega$, $\tau=8[s]$, $C=2.66\cdot10^{-3}[F]$, $Q=0.06384[C]$

ב. תגדל: $U_C=\frac{CV^2}{2}$. **ג.** [1] גדל [2] לא משתנה [3] לא תשתנה [4] לא משתנה

17. א. $I_{(t=\tau)}=1.85\cdot10^{-3}[A]$ **ב.** $C=3.75\cdot10^{-3}[F]$

ג+ד.





18. א. $V_5=V_{20}=0$ **ב.** $V_{C5}=V_{C20}=40[V]$ **ג.** $V_A=40[V]$, $V_B=0$ **ד.** $V_{20}=32[V]$, $V_5=8[V]$

ה. $V_{C20}=32[V]$, $V_{C5}=8[V]$ **ו.** $V_A=8[V]$, $V_B=8[V]$

ז. [1] $U_{C5}=4\cdot10^{-3}[J]$, $U_{C20}=0.016\ [J]$ [2] $U_{C5}=1.6\cdot10^{-4}[J]$, $U_{C20}=0.01024\ [J]$

19. א. $\varepsilon=8[V]$ **ב.** $C=6.25\cdot10^{-3}\ [F]$ **ג.** $Q=\varepsilon\cdot C=0.05[C]$, לפי השטח: $(2/10)\cdot10^{-3}\cdot(5/10)\cdot500=0.05[C]$

20. א. $R_2=1000\Omega$ **ב.** $\tau=10[s]$ **ג.** $C=0.01[F]$ **ד.** $R_1=400\Omega$

ה. **A**: $Q=0.2[C]$, **B**: $Q=-0.2[C]$ **ו.** מ-C ל-D.

פתרונות לתרגילים חלק ג

פתרונות לתרגילים פרק 15

1. $B_A = 4\cdot10^{-7}[T]$ כלפי מטה, $B_B = 2.66\cdot10^{-7}[T]$ בכיוון שמאלה,

$B_C = 3.57\cdot10^{-7}[T]$ בזווית של 63.43^o מתחת לציר ה-x החיובי.

$B_D = 2.529\cdot10^{-7}[T]$ בזווית של 71.56^o מעל לציר ה-x השלילי.

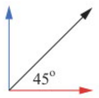
2. $B_A = 2.66\cdot10^{-7}[T]$ החוצה מהדף, $B_B = 8\cdot10^{-7}[T]$ פנימה אל תוך הדף.

3. B_A=0, $B_B = 2\cdot10^{-6}[T]$ בכיוון מעלה, $B_C = 1.5\cdot10^{-6}[T]$ בכיוון ימינה,
$B_D = 1.89\cdot10^{-6}[T]$ בזווית של 18.43^o מתחת לציר ה-x החיובי.

4. **א.** B_A=0 **ב.** $B_B = 5.12\cdot10^{-6}[T]$ בכיוון מעלה.

5. **א.** $B_A = 8\cdot10^{-6}[T]$ החוצה ממישור הדף. **ב.** $B_B = 9.33\cdot10^{-6}[T]$ החוצה ממישור הדף.

ג. $B_C = 2.66\cdot10^{-6}[T]$ החוצה ממישור הדף.

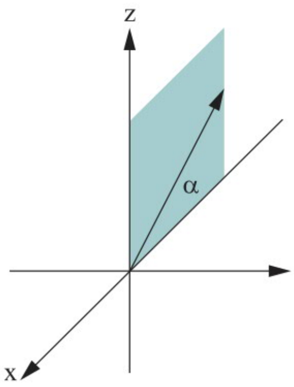


6. $B = 1.11\cdot10^{-5}[T]$ בזווית של 45° מעל לציר ה-x החיובי.

7. **א.** תיל: $B = 6.66\cdot10^{-7}[T]$ החוצה ממישור הדף. **ב.** כריכה: $B = 1.88\cdot10^{-6}[T]$ החוצה ממישור הדף.

שקול במרכז הכריכה: $B = 2.55\cdot10^{-6}[T]$ החוצה ממישור הדף.

ג. עוצמת הזרם: 30.6[A] בכיוון מעלה.



8. **א.** $B_2 = 3.33\cdot10^{-7}[T]$ כלפי מעלה, $B_3 = 5.55\cdot10^{-7}[T]$ כלפי מעלה.

ב. $B_1 = 1.256\cdot10^{-6}[T]$ אל תוך מישור הדף.

השדה השקול: $B = 1.538\cdot10^{-6}[T]$ בזווית של 35.26^o מעל לציר ה-x השלילי.

9. **א.** בנקודה 1, במרחק $\frac{d}{3}$ ימינה מהתיל הימני.
הסבר: באזור 1 בהשפעת הזרם בתיל השמאלי השדה המגנטי הוא מטה, ובהשפעת הזרם מהתיל הימני השדה הוא מעלה. באזור 2 בהשפעת הזרם משני התילים השדה המגנטי הוא מטה. באזור 3 בהשפעת הזרם בתיל השמאלי השדה הוא מעלה, ובהשפעת הזרם בתיל הימני השדה הוא מטה. השדה יכול להתאפס רק באזור 1 כי הוא **קרוב** לתיל הימני שבו הזרם **קטן** יותר, ורחוק מהתיל השמאלי שבו הזרם גדול יותר.

ב. בנקודה 2, במרחק $\frac{d}{5}$ שמאלה מהתיל הימני.

10. **א.** בנקודה 2, במרחק $\frac{d}{6}$ ימינה מהתיל השמאלי. **ב.** בנקודה 3, במרחק $\frac{d}{4}$ שמאלה מהתיל השמאלי.

11. עוצמת השדה המגנטי במרכז המעגל בחיבור המקבילי גדולה פי 2 מזו של המעגל בחיבור הטורי.

הסבר: כאשר התילים מחוברים במקביל, המתח על כל כריכה הוא V אך ההתנגדות בחיבור המקבילי קטנה פי 2 מזו של הסליל המלופף, ומכאן שעוצמת הזרם גדולה פי 2 בחיבור המקבילי ולכן גם עוצמת השדה גדולה פי 2.

12. א. 0.66[A] פנימה אל תוך מישור הדף. **ב** [1] $B_A = 8.9\cdot10^{-6}[T]$ כלפי מטה.

[2] $B_c = 1.33\cdot10^{-5}[T]$ כלפי מעלה. [3] $B = 9\cdot10^{-6}[T]$ בזווית של 69.2° מעל לציר ה–x השלילי.

13. א. הזרם יוצא מן הדף. מאחר שהמחט פונה לכיוון C, על פי כלל יד ימין כיוון הזרם הוא החוצה מתוך הדף.

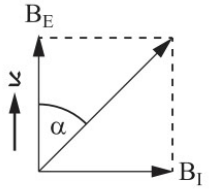
ב. $B_I = 1.77\cdot10^{-5}[T]$ כיוון: מ–D ל–F . **ג.** $B_E = 2.5\cdot10^{-5}[T]$ **ד.** 50[A] פנימה אל תוך מישור הדף.

14. א. על פי הסטייה במצפן B, כיוון השדה המגנטי שיוצר התיל הוא בכיוון תנועת מחוגי השעון. לכן מצפן D יסטה כמתואר בתרשים.

מצפן C לא יסטה כי השדה המגנטי מכוון לאורכה של מחט המצפן בכיוון הרכיב האופקי של השדה המגנטי של כדור הארץ. מצפן A לא יסטה או שיתהפך, בהתאם לעוצמת השדה המגנטי שהתיל יוצר.

ב. $tg(\alpha) = \frac{B_I}{B_E} = \frac{\frac{\mu_0\cdot I}{2\pi\cdot r}}{B_E} = \frac{\mu_0}{2\pi\cdot B_E}\cdot\frac{I}{r}$ **ג.** כיוון הזרם אנכי כלפי מטה וגודלו 2.26[A].

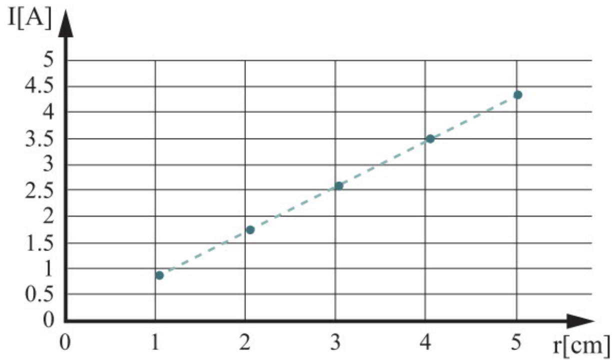
15. א.



ב. $tg\alpha = \frac{B_I}{B_E} = \frac{\mu_0\cdot\frac{N\cdot I}{L}}{B_E} = \frac{\mu_0\cdot N}{L\cdot B_E}\cdot I$ **ג.** $B_E \cong 3.4\cdot10^{-5}[T]$

ד. זווית הסטייה של מחט המצפן מכיוון צפון הייתה שונה. בתוך הסילונית השדה המגנטי הוא בקירוב אחיד ובקצה הסילונית הוא שונה.

16. א. (גרף)



ב.

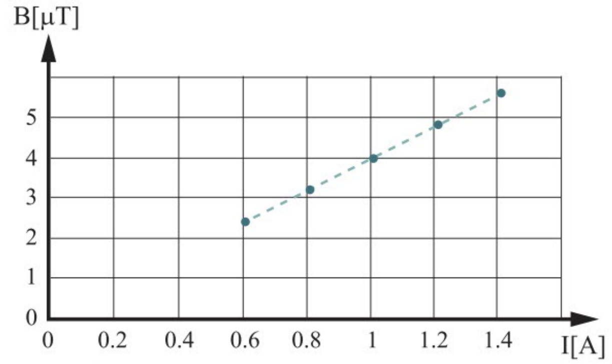
$$\tan\alpha = \frac{B_I}{B_E} = \frac{\frac{\mu_0\cdot I}{2\pi\cdot r}}{B_E}$$

$$\tan\alpha = \frac{\mu_0}{2\pi\cdot B_E}\cdot\frac{I}{r} \Rightarrow I = \frac{2\pi\cdot B_E\cdot\tan\alpha}{\mu_0}\cdot r$$

ג. $B_E \cong 3.4\cdot10^{-5}[T]$

ד. כדי לציין את מידת הדיוק.

ה. [1] אל הקוטב המגנטי הארצי הדרומי.
[2] אל הקוטב הגיאוגרפי הצפוני.



17. א. 607.927[A] (רמז: אורך החוט שווה להיקף המעגל).
ב. 1.273[A] (רמז: אורך הסילונית L' נבנה על ידי הצבת N חוטים שעובי כל אחד מהם הוא d זה לצד זה).
ג. [1] $1.77\cdot10^{4}[W]$ [2] 0.077[W]

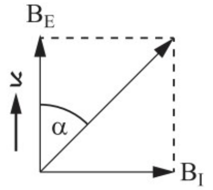
18. א. 5Ω **ב.** V_{min}=1.33[V] , V_{max}=12[V]

ג. [1] (גרף) [2] $4\left[\frac{\mu T}{A}\right]$ [3] 0.05[m]

ד. השיפוע בכל המקרים לא ישתנה, הוא תלוי רק ב–d.

19. א. מחט המצפן סוטה כמתואר בתרשים ד. כאשר זורם זרם חשמלי דרך הסילונית, שורר בסילונית שדה מגנטי המקביל לציר הסילונית, ומגמתו **ימינה**. מחט המצפן מתייצבת בכיוון השדה המגנטי השקול.

ב.



$$tg\alpha = \frac{B_i}{B} \Rightarrow B_i = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot N}{L} \Rightarrow tg\alpha = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot N}{B \cdot L}$$

$$tg\alpha = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 5000}{3 \cdot 10^{-5}} = 0.837 \Rightarrow \alpha = 39.9^\circ$$

ג. כאשר הגררה של הנגד המשתנה תועבר לכיוון הקצה M הזווית תקטן. מכיוון שההתנגדות השקולה במעגל תגדל, הזרם יקטן ולכן B_i יקטן בהתאם.

ד. [1] כדי לאפס את השדה המגנטי השקול בסילונית, נדרש שמגמתו של השדה תהיה כלפי מטה ותהיה שווה לגודל הרכיב האופקי של השדה הארצי שכיוונו כלפי מעלה. לכן ציר הסילונית צריך להיות מקביל לכיוון הרכיב האופקי של השדה המגנטי הארצי.

[2]

$$B_i = B_E \Rightarrow \frac{\mu_0 \cdot I \cdot N}{L} = B_E \Rightarrow I = \frac{B_E \cdot L}{\mu_0 \cdot N} \Rightarrow I = \frac{3 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 5000} = 4.77 \cdot 10^{-3}[A]$$

20. א. הציבו את הכריכה במצב א. משני התילים קווי השדה נכנסים לתוך הדף בנקודה P (לפי כלל יד ימין), צריך שהכריכה תיצור שדה מגנטי החוצה.

ב. כריכה במישור הדף שמרכזה בנקודה P וזורם בה זרם בכיוון הפוך לכיוון תנועת מחוגי השעון, תיצור שדה מגנטי הופכי לשדה התילים שיבטל אותם.

ג. גודל השדות של שני התילים פנימה צריך להיות שווה בגודלו לגודל השדה של הכריכה בכיוון החוצה מהדף.

$$\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1} + \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r_2} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R} \Rightarrow \frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} = \frac{I \cdot \pi}{R} \Rightarrow \frac{5}{0.15} + \frac{15}{0.15} = \frac{I \cdot \pi}{0.04} \Rightarrow I = 1.697[A]$$

ד. פנימה בכיוון x–:

$$B_x = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1} + \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2\pi \cdot 0.15} + \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 15}{2\pi \cdot 0.15} = 2.66 \cdot 10^{-5}[T]$$

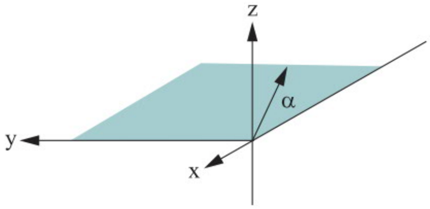
שמאלה בכיוון y+:

$$B_y = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8}{2 \cdot 0.04} = 1.256 \cdot 10^{-4}[T]$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(2.66 \cdot 10^{-5})^2 + (1.256 \cdot 10^{-4})^2}$$

$$B = 1.284 \cdot 10^{-4}[T]$$

$$\tan\alpha = \left|\frac{B_y}{B_x}\right| = \frac{1.256 \cdot 10^{-4}}{2.66 \cdot 10^{-5}} = 4.72 \Rightarrow \alpha = 78^\circ$$



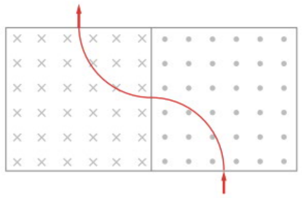
פתרונות לתרגילים פרק 16

1. **א.** התוצאה של כוח קבוע בגודלו הניצב לכיוון המהירות היא תנועה במעגל במהירות קבועה.

ב. מהירות היציאה שווה למהירות הכניסה. הכוח המגנטי אינו מבצע עבודה ולכן אין שינוי באנרגיה הקינטית.

ג. $m = 6.4\cdot10^{-27}[kg]$.

2. **א+ב.**



ג. $v = 3.83\cdot10^{7}\left[\frac{m}{s}\right]$ **ד.** $t = \frac{T}{2} = 8.185\cdot10^{-9}[s]$

3. **א.** החוצה $B_A = 1.33\cdot10^{-5}[T]$, פנימה $B_B = 2.4\cdot10^{-5}[T]$, החוצה $B_C = 2.66\cdot10^{-6}[T]$.

ב. **בנקודה A**: [1]+[2] כיוון השדה השקול הוא החוצה והמטען הוא שלילי, לכן הכוח פועל בכיוון ימינה כשהוא נע מטה, וכלפי מעלה כשמהירותו ימינה $F = 4.26\cdot10^{-18}[N]$.

[3]+[4] כשהמטען נע בכיוון השדה או כנגד כיוון השדה, לא פועל כוח.

בנקודה B: [1]+[2] כיוון השדה השקול הוא פנימה והמטען הוא שלילי, לכן הכוח פועל בכיוון שמאלה כשהוא נע מטה, וכלפי מטה כשמהירותו ימינה $F = 7.68\cdot10^{-18}[N]$.

[3]+[4] כשהמטען נע בכיוון השדה או כנגד כיוון השדה לא פועל כוח.

בנקודה C: [1]+[2] כיוון השדה השקול הוא החוצה והמטען הוא שלילי, לכן הכוח פועל בכיוון ימינה כשהוא נע מטה, וכלפי מעלה כשמהירותו ימינה $F = 8.53\cdot10^{-19}[N]$.

[3]+[4] כשהמטען נע בכיוון השדה או כנגד כיוון השדה לא פועל כוח.

4. **א.** $B_T = 1.3325\cdot10^{-5}[T]$ בכיוון מעלה. **ב.** $F = 4.264\cdot10^{-18}[N]$ בכיוון שמאלה.

כיוון השדה המגנטי בנקודה C הוא למעלה, המהירות פנימה, לכן הכוח על מטען שלילי הוא שמאלה על פי כלל יד ימין.

5. **א.** מגמת תנועת הפרוטון היא נגד כיוון תנועת מחוגי השעון. מאחר שכיוון השדה המגנטי הוא "פנימה לתוך הדף", כדי שיפעל כוח כלפי מרכז המעגל (על פי כלל יד ימין), כיוון התנועה של מטען חיובי צריך להיות מנוגד למגמת סיבוב מחוגי השעון.

ב. $f_p = \frac{B\cdot q}{2\pi\cdot m_p}$

ג. [1] מגמת סיבוב האלקטרון שונה ממגמת סיבוב הפרוטון כי לאלקטרון מטען שסימונו שלילי, ולכן האלקטרון ינוע בכיוון השעון.

[2] על פי הביטוי לתדירות שמצאנו בסעיף הקודם, ככל שהמסה גדולה יותר, התדירות קטנה יותר. מאחר שמסת הפרוטון גדולה ממסת האלקטרון, תדירות הסיבוב של הפרוטון קטנה מתדירות הסיבוב של האלקטרון.

ד. [1] $R = \frac{mv}{Bq}$, רדיוס הסיבוב יקטן. [2] $f = \frac{B\cdot q}{2\pi\cdot m}$, תדירות הסיבוב תגדל.

6. א. כיוון השדה המגנטי הוא בכיוון z+. במצב זה יפעל על הפרוטונים (על פי כלל יד ימין) כוח מגנטי כלפי מטה, שיאזן את הכוח החשמלי הפועל בכיוון השדה החשמלי (מעלה). גודלו: B=0.01[T].

ב. כיוון השדה המגנטי גם הפעם הוא בכיוון z+. במצב זה יפעל על האלקטרונים (על פי כלל יד ימין) כוח מגנטי כלפי מעלה שיאזן את הכוח החשמלי הפועל נגד כיוון השדה החשמלי (מטה). גודלו: B=0.01[T].

7. א. במקרה **א** המטען יבצע תנועה לאורך קו בתאוצה.

במקרה **ב** המטען יבצע תנועה במהירות קבועה לאורך קו ישר המקביל לקווי השדה המגנטי.

במקרה **ג** המטען יבצע אותה תנועה כמו במקרה הראשון.

ב. במקרה **ד** המטען יבצע מסלול בליסטי בציר הניצב לשדה החשמלי, רכיב המהירות ישמור על גודלו וכיוונו, ואילו בציר המקביל לשדה החשמלי המטען מאיץ בתאוצה קבועה. שילוב של שתי התנועות יחד יוצר מסלול בליסטי.

במקרה **ה** המטען יבצע תנועה בורגית בפסיעה קבועה. ציר הבורג מקביל לקווי השדה המגנטי, מישור התנועה המעגלית ניצב לקווי השדה, וכיוון התנועה המעגלית בכיוון השדה .

במקרה **ו** המטען יבצע שילוב של שתי תנועות: תנועה מעגלית במישור הניצב לקווי השדה, ותנועה בתאוצה קבועה בכיוון קווי השדה. שילוב זה יוצר תנועה בורגית ברדיוס קבוע, ופסיעה הולכת וגדלה בכיוון קווי השדה.

8. א. R=0.4[m] **ב.** $B=3.612\cdot10^{-4}$[T], בכיוון החוצה מתוך מישור הדף.

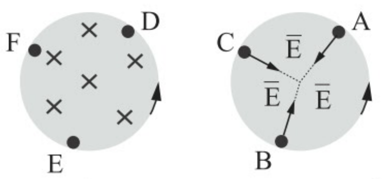
9. א. האנרגיה הקינטית לא משתנה, מכיוון שלכוח המגנטי הפועל על חלקיק באלומה אין רכיב בכיוון המהירות, ולכן המהירות אינה משנה את גודלה. התנע הקווי כן משתנה, מפני ש**כיוון** המהירות משתנה $\vec{p}=m\vec{v}$.

ב. [1] R=0.3549[m] [2] $m=2.149\cdot10^{-27}[kg]$ [3] $v=2.11\cdot10^{7}\left[\frac{m}{s}\right]$ [4] $t=7.33\cdot10^{-9}[s]$

10. א. [1] y− [2] z+ [3] z− [4] z−

ב. $E=10{,}000\left[\frac{N}{C}\right]$ **ג.** R=0.0652[m] **ד.** x=0.072[m]

11. א. הכוח השקול הפועל על חלקיק הנע בתנועה מעגלית הוא בכיוון מרכז המעגל.



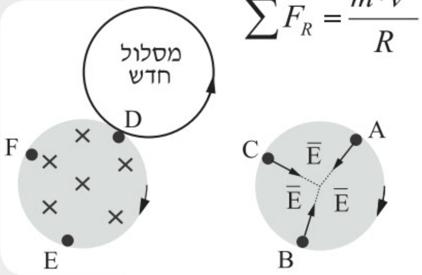
בשדה החשמלי: היות שהחלקיק חיובי, כיוון השדה החשמלי הוא בכיוון הכוח, כלומר השדה החשמלי בכיוון רדיאלי פנימה.

בשדה המגנטי: היות שהחלקיק חיובי, כיוון השדה המגנטי על פי כלל יד ימין הוא פנימה אל תוך הדף.

ב. הכוח החשמלי בכיוון מרכז המעגל, לכן: $\sum F_R=\frac{m\cdot v^2}{R}\Rightarrow E\cdot q=\frac{m\cdot v^2}{R}\Rightarrow E=\frac{m\cdot v^2}{R\cdot q}$

ג. הכוח המגנטי בכיוון מרכז המעגל, לכן: $\sum F_R=\frac{m\cdot v^2}{R}\Rightarrow v\cdot B\cdot q=\frac{m\cdot v^2}{R}\Rightarrow B=\frac{m\cdot v}{R\cdot q}$

ד. בשדה החשמלי החלקיק ינוע באותו המסלול עם מגמה הפוכה, כלומר בכיוון תנועת מחוגי השעון. בשדה המגנטי יהיה לחלקיק מסלול מעגלי עם אותה מגמה, כלומר נגד כיוון תנועת מחוגי השעון, אך מרכז אחר.



12. א. נדרש: R=d, מכאן: $v = \frac{qBd}{m}$.

ב. המתח: $V = \frac{qB^2d^2}{2m}$. מאחר שעל החלקיקים הנכנסים לשדה המגנטי פועל כוח בכיוון שמאלה, על פי כלל יד ימין המטענים הם שליליים, לכן לוח G מחובר להדק השלילי של המקור ולוח H מחובר להדק החיובי של המקור.

ג. החלקיק יבצע חצי מעגל ויעזוב במרחק 2d שמאלה מנקודת כניסתו לשדה המגנטי.

ד. $t = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{Bq}$

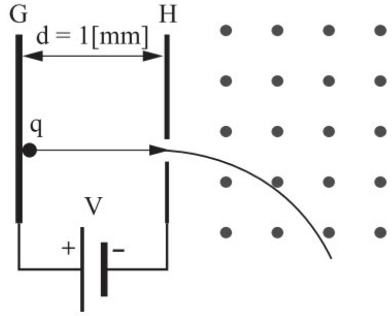
13. א. $v = 2.65 \cdot 10^7 \left[\frac{m}{s}\right]$

ב. כיוון השדה המגנטי הוא החוצה מהדף. בכניסת האלקטרונים לאזור שבו שורר שדה מגנטי צריך לפעול עליהם כוח כלפי מעלה, לשם כך על פי כלל יד ימין כיוון השדה המגנטי צריך להיות החוצה מהדף.

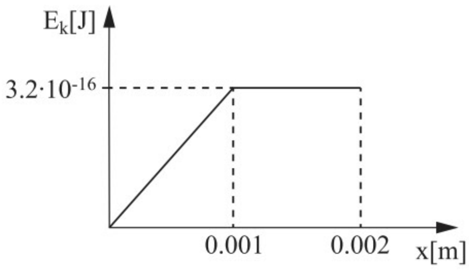
ג. האלקטרונים ינועו בתנועה מעגלית (יבצעו רבע מעגל) כי הכוח הוא קבוע בגודלו וניצב לכיוון המהירות, לכן התנועה היא במעגל. **ד.** $B=1.67 \cdot 10^{-3}[T]$

14. א. $v = 3.09 \cdot 10^5 \left[\frac{m}{s}\right]$ **ב.** $R=0.0215[m]$

ג.



ד.



15. א. מפירוק וקטור המהירות לשני רכיבים, אחד בכיוון מקביל לשדה המגנטי והשני ניצב לשדה המגנטי, תתקבל תנועה המהווה צירוף של שתי תנועות בלתי תלויות. האחת בכיוון המקביל לשדה המגנטי, שהיא תנועה קצובה, והשנייה במישור הניצב לשדה המגנטי, שהיא תנועה מעגלית. צירוף שתי התנועות הללו יוצר מסלול בורגי בעל פסיעה קבועה.

ב. $R = 1.23 \cdot 10^{-4}[m]$ **ג.** $T = 1.786 \cdot 10^{-10}[s]$ **ד.** $p = 4.46 \cdot 10^{-4}[m]$

16. א. $v = \sqrt{\frac{2 \cdot V \cdot q}{m}}$ **ב.** $R = \sqrt{\frac{2Vm}{q}} \cdot \frac{1}{B}$ **ג.** $t_T = 2\sqrt{\frac{2mV}{E^2q}} + \frac{\pi m}{Bq}$

ד. הכוח המגנטי אינו מבצע עבודה כי הכוח פועל במאונך למסלול.
עבודת הכוח החשמלי שווה אפס כי העתק החלקיק הכולל שווה לאפס.

ה. [1], [2]: התשובות לא ישתנו, על חלקיק הנע בכיוון או נגד השדה המגנטי לא פועל כוח.

17. א. מטען החלקיקים הוא חיובי (לפי כלל יד ימין) בצאתם מהלוחות.

ב. כיוון השדה החשמלי הוא מ-N ל-M. היות שהכוח החשמלי פועל כלפי מעלה בניגוד לכוח המגנטי, כיוון הכוח הוא בכיוון השדה על מטען חיובי.

ג. $\frac{2mE}{B^2q}$ **ד.** יש להקטין את E ואת B באותו היחס.

18. א. כלפי מעלה, על פי כלל יד ימין. **ב.** $v_0 = 1\left[\frac{m}{s}\right]$ **ג.** t=0.628[s]

ד. לא, הכוח המגנטי פועל במאונך לכיוון ההתקדמות ולכן אינו מבצע עבודה.

ה. [1] לא. הכוח המגנטי מאונך לשדה המגנטי ולכן מקביל למגרש המלבני.

[2] לא. אין שינוי כוחות בציר האנכי, לכן זמן ההגעה לקרקע זהה לזה של זריקה משופעת ללא שדה מגנטי.

19. א. $R=1.1375\cdot10^{-4}[m]$ **ב.** $PQ=R=1.1375\cdot10^{-4}[m]$ **ג.** $t=\frac{T}{6}=2.97\cdot10^{-11}[s]$

20. א. תנועה בורגית עם פסיעה גדלה פנימה (בכיוון השדה החשמלי).

ב. 0.031[m] **ג.** $p_1=2.57\cdot10^{-5}[m]$ **ד.** $p_2=7.73\cdot10^{-5}[m]$

פתרונות לתרגילים פרק 17

1. **א.** $v = 1\cdot 10^5\left[\frac{m}{s}\right]$ **ב.** $\frac{q}{m} = 4\cdot 10^6\left[\frac{C}{kg}\right]$

2. **א.** $v = 9.78\cdot 10^7\left[\frac{m}{s}\right]$ **ב.** $0.51[m]$

ג. $f = 3.049\cdot 10^7\left[\frac{1}{s}\right]$. תדירות מתח החילופין שווה לתדירות הסיבוב של המטען.

ד. 2,000 סיבובים. **ה.** [1] להגדיל את B פי 2. [2] להקטין את תדירות מתח החילופין f פי 2.

3. **א.** $U_p = 4.8\cdot 10^{-13}[J]$ **ב.** $v = 2.397\cdot 10^7\left[\frac{m}{s}\right]$ **ג.** $2.459\cdot 10^{-5}[s]$ **ד.** $1.25\cdot 10^{-4}[s]$

4. **א.** $v = 1\cdot 10^5\left[\frac{m}{s}\right]$ **ב.** $R_1 = 0.032[m]$, $R_2 = 0.034[m]$ **ג.** $2R_2 - 2R_1 = 4\cdot 10^{-3}[m]$

5. **א.** החוצה. **ב.** פנימה. **ג.** שמאלה. **ד.** החוצה. **ה.** למעלה. **ו.** לא פועל כוח.

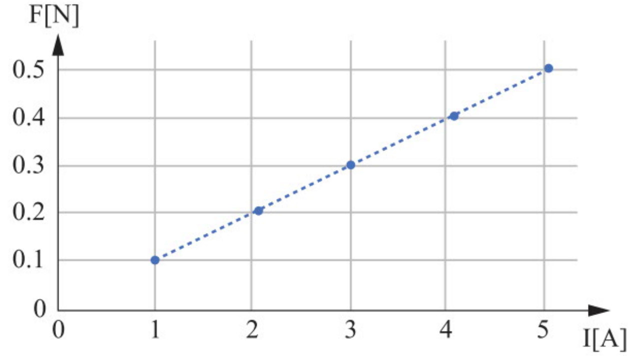
6. **א.** $6.66[A]$, מ-A ל-B. **ב.** [1] $8[A]$, מ-A ל-B. [2] $5.33[A]$, מ-A ל-B.

7. **א.** $0.72[kg]$ **ב.** $5.2[N]$ **ג.** $4.5[A]$ ימינה.

8. **א.** 10Ω **ב.** $15[A]$ **ג.** $36[N]$ ימינה.

9. **א.** מ-X ל-Y (הכוח פועל על התיל כלפי מטה, מאחר שהזרם בקטע התיל שאורכו L הוא בכיוון פנימה, ועל פי כלל היד הימנית השדה יהיה בכיוון ימינה).

ב.



ג. [1] $0.1\left[\frac{N}{A}\right]$ [2] $3.33[T]$

10. $\frac{F_1}{L} = 2\cdot 10^{-6}\left[\frac{N}{m}\right]$ בכיוון שמאל, $\frac{F_2}{L} = 8\cdot 10^{-6}\left[\frac{N}{m}\right]$ בכיוון ימין, $\frac{F_3}{L} = 6\cdot 10^{-6}\left[\frac{N}{m}\right]$ בכיוון שמאל.

11. א. כיוון הכוח השקול מהתיל הוא ימינה. הסבר: כיוון השדה המגנטי שהתיל יוצר באזור שבו נמצאת המסגרת הוא החוצה מתוך הדף, וכיוון הכוח נקבע לפי כלל יד ימין, על פי כיווני השדה המגנטי והזרם. על MN הכוח פועל ימינה ועל QP שמאלה. מאחר ש-MN קרוב יותר לתיל, הכוח ימינה גדול יותר.
הכוחות F_{NP} ו- F_{MQ} מבטלים זה את זה (לכל נקודה על תיל NP יש נקודה באותו מרחק גם בתיל MQ, שעליה פועל כוח באותו גודל אבל בכיוון מנוגד, ולכן השקול שלהם הוא אפס).

ב. $3.2\cdot10^{-6}[N]$ (בכיוון ימינה).

12. א. התיל QS יוצר שדה שכיוונו מחוץ לדף על פי כלל יד ימין.

ב. על התיל AB פועל כוח הכבידה (כלפי מטה) והכוח המגנטי (כלפי מעלה).

ג. I=44.72[A]

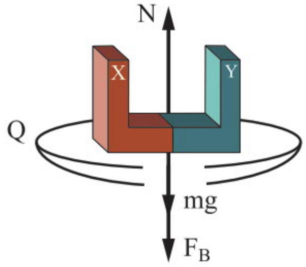
ד. התיל QS יוצר שדה שכיוונו מחוץ לדף. כדי לחזק את הכוח המגנטי על תיל AC, כיוונו של השדה החדש צריך להיות גם כן מחוץ לדף.

ה. $4.47\cdot10^{-4}[T]$

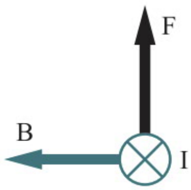
13. א. $2.29\cdot10^{-3}[N]$ בזווית $\theta\cong21.8°$ מתחת לציר ה-x השלילי.

ב. הכוח השקול שלהם מתאפס מאחר שהכוחות שווים זה לזה בגודל ושונים במגמה.

14. א.



ב. מ- Y ל-X. הסבר: הכוח פועל על המגנט כלפי מטה, לכן על התיל הכוח פועל כלפי מעלה. מאחר שהזרם בתיל הוא בכיוון פנימה, על פי כלל היד הימנית השדה יהיה בכיוון שמאלה.



ג. F=0.2[N] כלפי מעלה. **ד.** B=1[T] **ה.** המאזניים **לא** יישארו מאוזנים.

15. א. $2\cdot10^{-7}\cdot I^2$ שמאלה.

ב+ג. הכוח המגנטי השקול הפועל על המסגרת שווה לאפס בשני הסעיפים. השדה המגנטי באזור שבו נמצאות הצלעות AC ו-BD הוא במקביל לזרם, לכן על צלעות אלה לא פועל כוח מגנטי. בצלעות AB ו-CD השקול הוא אפס, כי לכל נקודה על הצלע AB יש נקודה במרחק זהה גם בצלע CD, שעליה פועל כוח באותה עוצמה אבל בכיוון נגדי, ולכן השקול שלהם הוא אפס. אין צורך להתחשב בכוחות המגנטיים שצלעות המסגרת מפעילות זו על זו כי הכוח השקול שלהם מתאפס, מאחר שהכוחות שווים זה לזה בגודל ושונים במגמה.

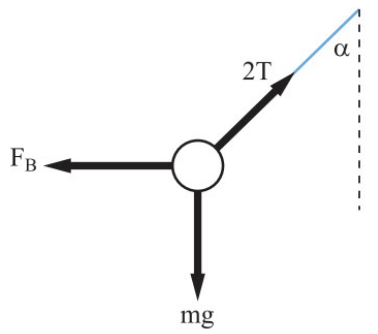
16. א. $R_T=11.715\Omega$ **ב.** צלעות צדדיות: $14.64[A]$, צלע מרכזית: $20.71[A]$ **ג.** $70.68[N]$ החוצה מהדף.

17. א. F=0.3[N] כלפי מעלה. **ב.** מ- Y ל-X. **ג.** 0.75[A] **ד.** 0.6[N]

ה. יש להוסיף משקולת ל-M (במצב זה לא פועל הכוח המגנטי ומשקל המסגרת גדול ממשקל המשקולת M).

18. א. 1.5625[A] בכיוון מ-B ל-A. **ב.** 1.5625[A] בכיוון מ-A ל-B. **ג.** 0.78[A] בכיוון מ-B ל-A.

19. א.



ב. על פי כלל יד ימין מ-Q ל-P.

ג.

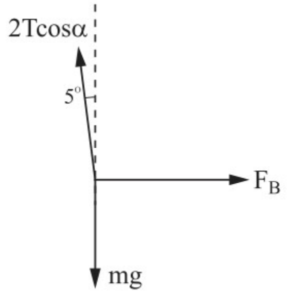
$$\sum F_X = 0 \qquad \sum F_Y = 0$$

$$F_B - 2T\sin\alpha = 0 \qquad 2T\cos\alpha - mg = 0 \qquad \tan\alpha = \frac{F_B}{mg} = \frac{L\cdot B}{mg}\cdot I$$

$$2T\sin\alpha = F_B \qquad 2T\cos\alpha = mg$$

ד. $\tan\alpha$ נמצא ביחס ישר לעוצמת הזרם I.

ה. B=0.05[T]



20. א. כלפי מטה. **ב.** יוצא מהדף (הפוך לזרם בתיל CD). **ג.** I=61.74[A]

ד. לא ייתכן, לא יהיה כוח שיאזן את משקל החוטים.

ה. [1] הזווית תגדל (הכוח כלפי חוץ על כל תיל יגדל).

[2] לא ישתנה (על מטען הנע במקביל לשדה מגנטי לא פועל כוח).

פתרונות לתרגילים פרק 18

1. **א.** מטענים חיוביים יצטברו בקצהו התחתון של המוט B. לפי כלל יד ימין, כיוון השדה המגנטי שהתיל יוצר במקום שבו נמצא המוט הוא החוצה וכיוון המהירות הוא ימינה, לכן כיוון הכוח על מטען חיובי הוא כלפי מטה.

ב. הכא"מ הוא קבוע כי כל הגדלים הם קבועים (v, B, L), ומאחר שאין זרם לא פועל כוח.

ג. מטענים חיוביים יצטברו בקצהו השמאלי של המוט B. לפי כלל יד ימין, כיוון השדה המגנטי שהתיל יוצר במקום שבו נמצא המוט הוא החוצה וכיוון המהירות הוא כלפי מטה, לכן כיוון הכוח על מטען חיובי הוא שמאלה.

ד. הכא"מ אינו קבוע כי עוצמת השדה המגנטי תלויה במרחק, ומאחר שהמרחק קטן, עוצמת השדה המגנטי גדלה ולכן גודל הכא"מ המושרה גדֵל. בזמן השינוי של הכא"מ המושרה נוצרים זרמים ולכן גם יפעל כוח מושרה כלפי מעלה, ומכאן **שיש להפעיל כוח חיצוני כלפי מטה** כדי שהמוט ינוע במהירות קבועה.

2. **א.** בשלב הראשון ובשלב השלישי. בשלב הראשון גם המהירות משתנה וגם הזווית בין המהירות לשדה המגנטי שונה מאפס או מ-$180°$. בשלב השלישי יש מהירות והזווית בין המהירות לשדה המגנטי שונה מאפס או מ-$180°$.

ב. בשלב השני. הזווית בין המהירות לשדה המגנטי שווה לאפס.

ג. בשלב הראשון ובשלב השלישי הקצה הקרוב של הכנף טעון במטען חיובי כי כיוון הכוח שהשדה מפעיל על מטען חיובי הוא החוצה מהדף, לפי כלל יד ימין.

ד. $5.21\cdot10^{-5}[\text{T}]$

3. **א.** [1] $I=0.16[A]$ מ-B ל-A (בכיוון השעון). [2] $F=0.032[N]$ שמאלה.

ב. [1] המוט ימשיך לנוע שמאלה עד שייעצר. [2] מהירות המוט תקטן, לכן הכא"מ המושרה יקטן והזרם יקטן.

ג. [1] $v=25\left[\frac{m}{s}\right]$ שמאלה. [2] $v=25\left[\frac{m}{s}\right]$ ימינה.

4. **א.** $\varepsilon=vBL$ **ב.** בנגד R: מ-S ל-T, בנגד 3R: מ-P ל-Q.

ג. $I=\frac{vBL}{R}$ לפי כלל יד ימין, בכיוון מ-N ל-M. **ד.** $I_R=\frac{3}{4}\frac{vBL}{R}$, $I_{3R}=\frac{1}{4}\frac{vBL}{R}$

ה. על המוט פועל כוח מושרה בכיוון שמאלה (לפי כלל יד ימין), לכן יש להפעיל כוח השווה בגודלו בכיוון ימינה.

5. **א.** $\varepsilon(t)=0.125t$, $\varepsilon=0.0625[V]$ **ב.** $I=0.5[A]$ לפי כלל יד ימין בכיוון מ-A ל-B.

ג. $F=0.0625[N]$ ימינה, לפי כלל יד ימין.

6. **א.** $I_{MN}=0.0278[A]$ לפי כלל יד ימין, כיוון הכוח הפועל על מטען חיובי במוט הוא מ-M ל-N.

ב. $I_{BA}=0.01739[A]$ הוא מ-B ל-A, $I_{CD}=0.0104[A]$ הוא מ-C ל-D (בהתאם לכיוון הזרם במוט).

ג. $F=5.56\cdot10^{-4}[N]$, השדה המגנטי מפעיל על המוט נושא הזרם כוח מגנטי בכיוון שמאלה (לפי כלל יד ימין). מאחר שהתנועה היא קצובה, נדרש כוח חיצוני השווה בגודלו לכוח המגנטי ומנוגד בכיוונו כדי לקיים את התנועה.

7. **א.** הכא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי נתון בביטוי: $\varepsilon=v\cdot B\cdot L\cdot\sin\alpha$. כל הגדלים קבועים פרט לאורך המוט הקטֵן עם הזמן, לכן הכא"מ קטֵן עם הזמן.

ב. $\varepsilon=0.046[V]$ **ג.** $I=0.2[A]$, הכיוון הוא מ-B ל-A לפי כלל יד ימין.

8. **א.** $I=\dfrac{vBL}{R}$, כיוונו מ־M ל־N (בכיוון השעון), לפי כלל יד ימין.

ב. $I=\dfrac{mg\sin\alpha}{LB}$ (כאשר $F_B=mg\sin\alpha$).

ג. $I=\dfrac{F-mg\sin\alpha}{BL}$, כיוונו מ־N ל־M (נגד כיוון השעון), לפי כלל יד ימין.

9. **א.** [1] כיוון הזרם במוט הוא מ־A ל־B על פי הדקי מקור המתח. עוצמת הזרם $I=2[\text{A}]$.

[2] השדה המגנטי מפעיל על המוט כוח מגנטי ימינה (לפי כלל יד ימין). מאחר שהמוט במנוחה, הכוח החיצוני פועל בכיוון שמאלה וגודלו: $F=1.6[\text{N}]$.

ב. [1] המוט ינוע **ימינה** בכיוון הכוח המגנטי.

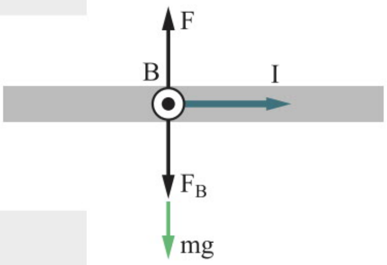
[2] עוצמת הזרם **תקטן** כי כתוצאה מתנועת המוט ייווצר כא"מ מושרה בכיוון מ־B ל־A (הפוך לכיוון הזרם המקורי), ולכן הזרם **יקטן** (לפי חוק לנץ או כלל יד ימין).

[3] $v=15\left[\dfrac{m}{s}\right]$

ג. [1] עוצמת הזרם תגדל כי ייווצר כא"מ מושרה שמצטרף לכא"מ של המקור (לפי חוק לנץ או כלל יד ימין).

[2] $F=2.13[\text{N}]$

10. **א.** 8t **ב.** $4[\text{A}]$ **ג.** מ־A ל־B, מ־D ל־C, מ־F ל־E. **ד.** $6.33[\text{A}]$

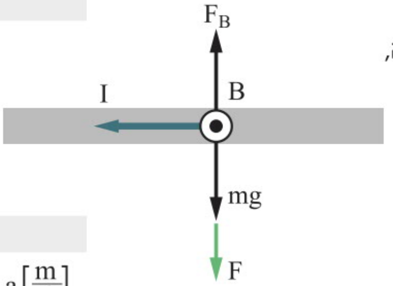


11. **א.** $a=4.16\left[\dfrac{m}{s^2}\right],\ v=8.33\left[\dfrac{m}{s}\right]$

ב. הכוח הגורר גדל כי הכוח המושרה הפועל בכיוון המנוגד לו גדל.

ג. $F=9.5[N]$ (ראו תרשים).

ד. $I=4[\text{A}]$ ימינה במוט, לפי כלל יד ימין (ראו תרשים). **ה.** משפט 2



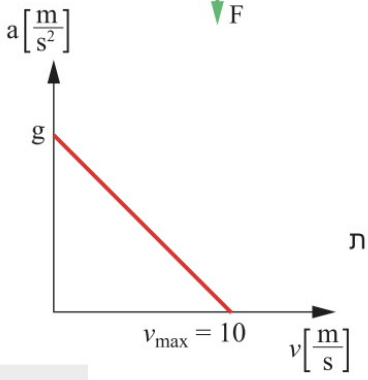
12. **א.** $\varepsilon(t)=8t$ **ב.** $I=8[A]$ שמאלה במוט, לפי כלל יד ימין. **ג.** $F=15.7[N]$

ד. הכוח הגורר F גדל. הכא"מ המושרה והזרם המושרה גדלים כי המהירות גדלה, וכתוצאה מכך גדל גם הכוח המושרה הפועל בכיוון המנוגד ל־F.

ה. $F=30.5[N]$ **ו.** $v=0.25\left[\dfrac{m}{s}\right]$

13. **א.** $\Sigma F=ma\Rightarrow mg-IBL=ma\Rightarrow mg-\dfrac{\varepsilon}{R}BL=ma$

$$mg-\frac{vBL}{R}BL=ma\Rightarrow g-\frac{v\cdot B^2\cdot L^2}{R\cdot m}=a$$



ב. חיתוך עם ציר ה־x: מהירות מקסימלית.

חיתוך עם ציר ה־y: תאוצה מקסימלית (תאוצת הכובד g).

ג. $8[\text{A}]$ נגד כיוון השעון. **ד.** גרף 4. תאוצת המוט במהלך נפילתו הולכת וקטנה, עד שהיא שווה לאפס. לכן גם קצב הגידול במהירות המוט קטן, עד הגעה למהירות קבועה. מאחר שהזרם משתנה ביחס ישר למהירות, קצב גידולו בהתחלה ילך ויקטן, ואחר כך הזרם יהיה קבוע.

14. א. לפי כלל יד ימין, על המטענים החיוביים שבמוט פועל כוח בכיוון מ-N ל-M, לכן הזרם דרך הנגד R זורם מ-P_1 ל-S_1, גודלו: $I=0.015[A]$.

ב. [1] $W=1.8\cdot10^{-4}[J]$ [2] $W=1.8\cdot10^{-4}[J]$

[3] עבודת הכוח F_1 שווה לכמות החום המתפתחת בנגד R באותו פרק זמן.

ג. לפי כלל יד ימין, על המטענים החיוביים שבמוט פועל כוח בכיוון מ-M ל-N, לכן הזרם דרך הנגד R זורם מ-S_1 ל-P_1.

ד. $v=v_0+at=3+4t \Rightarrow I=\frac{vBL}{R}=\frac{(3+4t)\cdot0.05\cdot0.8}{8}=0.015+0.02t$

ה. עבודתו של הכוח F_2, הדרושה לקיומה של תנועה זו באזור 2, גדולה מכמות החום המתפתחת בנגד R, מכיוון שלמוט נוספה אנרגיה קינטית.

15. א. $\varepsilon=135[V]$ **ב.** $I=13.5[A]$ כיוון הזרם הוא מ-R ל-S, לפי כלל יד ימין.

ג. $F=303.75[N]$ כלפי מעלה. **ד.** $m=1518.75[kg]$

16. א. $\varepsilon=\frac{v\cdot a\cdot\mu_0\cdot I}{2\pi}\left[\frac{1}{a+vt}-\frac{1}{2a+vt}\right]$

ב. לפי חוק לנץ, נגד כיוון השעון. השטף של השדה המגנטי בכיוון החוצה דרך המסגרת קטֵן, לכן ייווצר בה זרם מושרה המנוגד לשינוי בשטף (לפי חוק לנץ).

ג. $F=\frac{v\cdot a^2\cdot\mu_0^{\ 2}\cdot I^2}{(2\pi)^2\cdot R}\left[\frac{1}{a+vt}-\frac{1}{2a+vt}\right]^2$

ד. לא יזרום זרם כי אין שינוי בשטף המגנטי דרך המסגרת.

17. א. לפי כלל יד ימין: מ-P ל-Q.

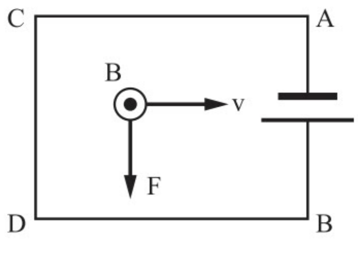
ב. תנועה בתאוצה משתנה עד שהכוח המושרה משתווה בגודלו לכוח הכובד. במצב זה המוט מגיע למהירות מקסימלית, ולאחר מכן נע בתנועה קצובה.

ג. במצב שבו המוט מגיע למהירותו המרבית מתקיים $F_{מושרה}=mg$, ומתקבל: $v=\frac{mgR}{L^2B^2}$.

ד. $\varepsilon=\frac{mgR}{LB}$ (מתקיים: $F_B=mg$).

ה. [1] ימינה. הכוח ההתחלתי: $F_B=mg$, לפי החוק השני של ניוטון: $F=Ma=mg \Rightarrow a=\frac{m}{M}g$.

[2] כשהחוט נקרע, המוט מתחיל לנוע ימינה. לפי כלל יד ימין נוצר כא"מ מושרה המנוגד לכא"מ החיצוני. תהיה זרימה עד שהכא"מ המושרה יהיה שווה בגודלו לכא"מ החיצוני, ואז הזרימה תיפסק. במצב זה המהירות תהיה: $v=\frac{mgR}{L^2B^2}$.

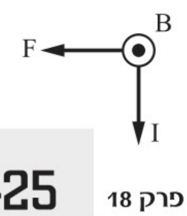


18. א. [1] בגלל תנועת המוט מתקבל כא"מ מושרה תנועתי.

[2] המעגל הוא פתוח ולכן אין זרם מושרה.

ב. [1] לפי כלל יד ימין, כיוון הכא"מ כבתרשים, ולכן כיוון הזרם מ-A ל-B (בכיוון השעון), ולכן גם מ-D ל-C (בכיוון השעון). גודלו:

$$I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{vBL}{R}=\frac{1\cdot0.4\cdot0.5}{4}=0.05[A]$$



[2] לפי כלל יד ימין, הכוח המושרה פועל בכיוון שמאלה. כדי ששקול הכוחות יהיה אפס והמוט ינוע במהירות קבועה, הכוח החיצוני פועל בכיוון ימינה.

[3] $F=IBL=0.05\cdot0.4\cdot0.5=0.01[N]$, הכוח קבוע כי כל הגדלים הם קבועים.

ג. [1] $\phi = A\cdot B = [(1+vt)\cdot L]\cdot 0.5t = [(1+8t)\cdot 0.5]\cdot 0.5t = 0.25t + 2t^2$

[2] $\varepsilon = -\dfrac{d\phi}{dt} = -0.25 - 4t$

[3] $I = \dfrac{|\varepsilon|}{R} = \dfrac{|-0.25-4t|}{R} = \dfrac{12.25}{4} = 3.06[A]$. מאחר שהשדה החוצה גדֵל, כיוון הזרם המושרה צריך להיות בכיוון השעון, כך שכיוון השדה המגנטי שהוא יצור יהיה פנימה, לפי כלל יד ימין.

19. א. $\phi = A\cdot B = [(d+v\cdot t)\cdot L]\cdot B\cdot \cos\alpha = [(1+4\cdot t)\cdot 0.8]\cdot 0.5\cdot \cos 53° = 0.24 + 0.9629t$

ב. [1] $\varepsilon = -\dfrac{d\phi}{dt} = -0.9629[V]$ [2] $I = \dfrac{\varepsilon}{R} = \dfrac{0.9629}{2} \cong 0.48[A]$ בכיוון השעון לפי חוק לנץ.

ג. $F = I\cdot B\cdot L\cdot \sin 90° = 0.48\cdot 0.5\cdot 0.8 = 0.192[N]$ כלפי מעלה במקביל למישור המשופע.

ד. [1] מהירות תנועת המוט תהיה קטנה מזו שהייתה לו כשהוא נע במהירות קבועה, כי הזווית בין המהירות לשדה היא כעת $90°$ לכן הכא"מ המושרה יגדל, מכאן שהזרם המושרה יגדל ולכן הכוח יגדל. מאחר שהכוח מנוגד לכיוון המהירות, המהירות תקטן.

[2] השטף יגדל. הזווית בין השדה המגנטי לאנך למשטח היא עתה $0°$ (לעומת $53°$), השטף נתון בביטוי: $\phi = A\cdot B\cdot \cos\alpha$, לכן הוא גדל.

20. א. אין זרם, אין שינוי בשטף המגנטי.

ב. השדה המגנטי החוצה גדל, לכן הזרם המושרה ייצור שדה פנימה שכיוונו מ–B ל–A, לפי כלל יד ימין.

ג. השדה המגנטי החוצה קטן, לכן הזרם המושרה ייצור שדה החוצה שכיוונו מ–A ל–B, לפי כלל יד ימין.

ד. השדה המגנטי פנימה גדל, לכן הזרם המושרה ייצור שדה החוצה שכיוונו מ–A ל–B, לפי כלל יד ימין.

ה. השדה המגנטי החוצה גדל, לכן הזרם המושרה ייצור שדה פנימה שכיוונו מ–B ל–A, לפי כלל יד ימין.

ו. אין זרם, אין שינוי בשטף המגנטי.

21. א. $t' = \dfrac{L}{v}$ **ב.** כיוון הזרם הוא מ–D ל–E. השטף דרך המסגרת החוצה גדל, וכדי ליצור שטף פנימה המנוגד לשינוי בשטף (לפי חוק לנץ), הזרם במסגרת יהיה בכיוון השעון, לפי כלל יד ימין.

ג. דרך א: $I = \dfrac{\varepsilon}{R} = \dfrac{v^2\cdot B\cdot t}{R} \quad \varepsilon = vB\cdot v\cdot t = v^2\cdot B\cdot t \Rightarrow \quad \varepsilon = v\cdot B\cdot L \Rightarrow L = v\cdot t \Rightarrow$

דרך ב: שטח A ברגע (t'>t) של המשולש שווה השוקיים:

$$A = \frac{(v\cdot t)^2}{2} = \frac{v^2\cdot t^2}{2} \Rightarrow \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{-d}{dt}\left(B\cdot\frac{v^2\cdot t^2}{2}\right) = -B\cdot v^2\cdot t \Rightarrow \quad I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{-B\cdot v^2\cdot t}{R}$$

ד. עוצמת הזרם בערכה המוחלט הולכת וגדלה כפונקציה של הזמן, לפי הביטוי בסעיף הקודם.

22. א. בשלב הראשון כוח הכובד פועל כלפי מטה וכוח מגנטי מושרה פועל כלפי מעלה. הכוח השקול קטן כי כוח הכובד קבוע ואילו הכוח המושרה גדל כתלות במהירות הגוף. בשלב השני פועל רק כוח הכובד, ולכן הכוח השקול קבוע. בשלב השלישי כוח הכובד פועל כלפי מטה וכוח מגנטי מושרה פועל כלפי מעלה. הכוח השקול קטן כי כוח הכובד קבוע ואילו הכוח המושרה גדל כתלות במהירות הגוף.

ב. בשלב הראשון זורם זרם במסגרת בכיוון השעון, לפי חוק לנץ. בשלב השני לא זורם זרם במסגרת כי אין שינוי בשטף. בשלב השלישי זורם זרם במסגרת נגד כיוון השעון, לפי חוק לנץ.

ג. $I = 0.833[A]$ ד. $v = 6.94\left[\dfrac{m}{s}\right]$

23. א. [1] בתחום זמנים זה קצב שינוי השדה המגנטי הוא קבוע, לכן גם קצב שינוי השטף המגנטי הוא קבוע. מכאן שייווצר כא"מ קבוע.

[2] בתחום זמנים זה קצב שינוי השדה המגנטי גדל, לכן גדל גם קצב שינוי השטף המגנטי. מכאן שייווצר כא"מ משתנה הגדל עם הזמן.

ב. $\varepsilon_{(0.04)} = 0.02[V]$, $\varepsilon_{(0.18)} = 0.035[V]$ (בוחרים נקודה לפני ונקודה אחרי הנקודה המבוקשת).

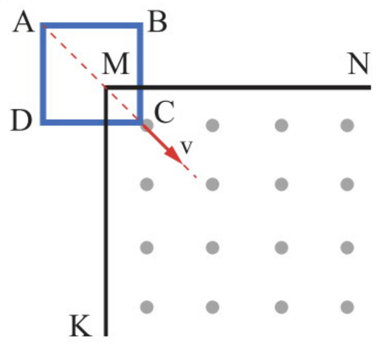
ג. נגד כיוון השעון. השדה המגנטי פנימה גדל, לכן הזרם המושרה ייצור בתוך הכריכה שדה המתנגד לכך.

ד. השטף דרך הכריכה יהיה קבוע ושווה לאפס. מאחר שאין שינוי בשטף המגנטי לא ייווצר כא"מ מושרה.

24. א. $\varepsilon = 0.125[V]$ **ב.** $I = 0.015625[A]$

ג. הזרם המושרה יוצר שדה מושרה שכיוונו החוצה. לפי חוק לנץ, מכיוון שהשדה החיצוני נחלש, כיוונו הוא החוצה מהדף.

ד. $Q = 0.15625[C]$ **ה.** ערכי הכא"מ והזרם היו גדלים, ערך המטען היה זהה.



25. א. תוך כדי כניסת המסגרת לשדה המגנטי, השטף המגנטי דרכה גדל ולכן זורם זרם. כיוון הזרם הוא בכיוון השעון, וזאת לפי חוק לנץ וכלל יד ימין.

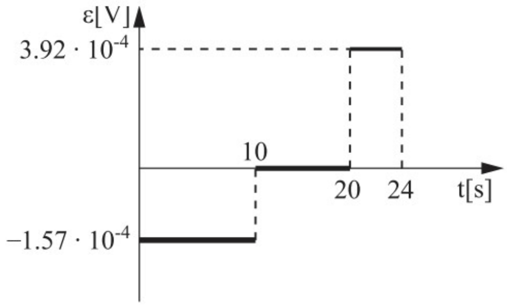
ב. [1] $\phi = B \cdot A = B \cdot \frac{v^2 t^2}{2}$ (שטח הריבוע שבתוך השדה המגנטי שווה למכפלת האלכסונים חלקי 2).

[2] $|\varepsilon| = \frac{d\phi}{dt} = Bv^2 t$

[3] $I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{B \cdot v^2 \cdot t}{R}$

ג. עוצמת הזרם בערכה המוחלט הולכת וגדלה כפונקציה של הזמן, לפי הביטוי בסעיף הקודם.

26. א. $\varepsilon = 1.57 \cdot 10^{-4}[V]$ **ב.** ראו גרף.



ב. עבור $0 < t < 10[s]$ השטף גדל. לפי חוק לנץ, הזרם המושרה יוצר שטף המנוגד לשטף החיצוני, כלומר פנימה אל תוך הדף. לפי כלל יד ימין נקבל שזרם בכיוון השעון ייצור שדה מגנטי מושרה בכיוון פנימה.

עבור $10[s] < t < 20[s]$ אין שינוי בשטף, לכן גם אין זרם.

עבור $20[s] < t < 24[s]$ השטף קטֵן. לפי חוק לנץ, הזרם המושרה יוצר שטף בכיוון השטף החיצוני, כלומר החוצה מן הדף. לפי כלל יד ימין נקבל שזרם נגד כיוון השעון ייצור שדה מגנטי מושרה בכיוון החוצה.

ג. בזמן t=12[s] ההספק המתפתח שווה לאפס (אין זרם).

בזמן t=22[s] ההספק המתפתח שווה $P_{(t=22)} = 1.536 \cdot 10^{-8}[W]$.

ד. הגרף של הכא"מ לא ישתנה. ההספק ישתנה.

27. א. המוט נע שמאלה. השטף פנימה גדל כי השטח של המסגרת גדל.

ב. המוט במנוחה. אין שינוי בשטף המגנטי כי השטח של המסגרת נשאר קבוע. **ג.** $I = 0.018[A]$

ד. [1] כיוון הזרם הוא מ־M ל־N. לפי חוק לנץ, הזרם המושרה מעכב את סיבת היווצרותו, כלומר פועל נגד השינוי בשטף שיצר אותו. כשהשטף הולך וגדל, הזרם המושרה יוצר שטף המנוגד לשטף החיצוני, כלומר החוצה מהדף. לפי כלל יד ימין נקבל שזרם מ־M ל־N ייצור שדה מגנטי מושרה בכיוון החוצה מהדף.

[2] כיוון הזרם הוא מ־N ל־M. כשהשטף הולך וקטן, הזרם המושרה יוצר שטף בכיוון השטף החיצוני, כלומר פנימה. לפי כלל יד ימין נקבל שזרם מ־N ל־M ייצור שדה מגנטי מושרה בכיוון החוצה מהדף.

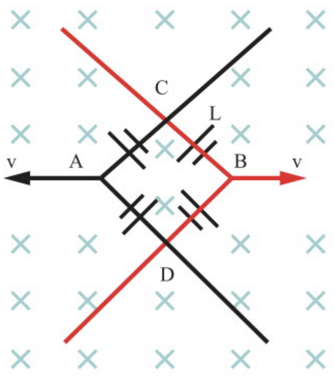
ה. [1] $F = 0.0045[N]$ בכיוון ימינה, לפי כלל יד ימין. [2] $F = 0.003[N]$ בכיוון שמאלה, לפי כלל יד ימין.

ו. תנועת המוט היא במהירות קבועה כי קצב השינוי בשטף הוא קבוע, מכאן שהכא"מ המושרה הוא קבוע ולכן גם הזרם והכוח קבועים.

הסבר נוסף: $\varepsilon = v \cdot B \cdot L$ אם הכא"מ קבוע ו־B ו־L קבועים, מתחייב שהמהירות היא קבועה.

28. א. אורך האלכסון המתקבל: $x = 2 \cdot (v \cdot t) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8[\text{m}]$

אורך צלע הריבוע המתקבל: $L = x \cdot \cos 45° = 8 \cdot \cos 45° = 5.65[\text{m}]$



[1] חישוב הכא"מ לפי השינוי בשטף בתלות בזמן:

$$\phi = B \cdot A = B \cdot L^2 = B \cdot [2(v \cdot t) \cdot \cos 45°]^2$$

$$\phi = 0.8 \cdot [2 \cdot 2t \cdot \cos 45°]^2 = 6.4t^2$$

הכא"מ המושרה: $|\varepsilon| = \dfrac{d\phi}{dt} = 12.8t = 12.8 \cdot 2 = 25.6[\text{V}]$

[2] חישוב הכא"מ לפי ניתוח כוחות על צלע אחת:

$$\varepsilon = v \cdot B \cdot L \cdot \sin\alpha = 2 \cdot 0.8 \cdot 5.65 \cdot \sin 45° = 6.4[V]$$

הכא"מ השקול שווה לסכום הכא"מ על ארבע הצלעות:

$$\varepsilon_T = 4\varepsilon = 4 \cdot 6.4 = 25.6[V]$$

ב. ההתנגדות הכוללת: $R = \lambda \cdot L_T = \lambda \cdot 4L = 2 \cdot 4 \cdot 5.65 = 45.2[\Omega]$.

לפי חוק אוהם: $I = \dfrac{|\varepsilon|}{R} = \dfrac{25.6}{45.2} = 0.566[A]$

ג. עוצמת הזרם שווה בשני הזמנים. הכא"מ וההתנגדות נמצאים ביחס ישר לאורך, לכן היחס ביניהם (השווה לזרם) הוא קבוע.

29. א. [1] סגירת המפסק M גורמת לעליית הזרם בסילונית; כתוצאה מכך נבנה בסילונית שדה מגנטי ימינה הגורם לכך שבסליל החיצוני ייווצר (לפי חוק לנץ) זרם מושרה בכיוון היוצר שדה מגנטי שמאלה, לכן הזרם בנגד הוא בכיוון מ־x ל־y.

[2] הזזת המגע שמאלה תגרום להקטנת ההתנגדות, וכתוצאה מכך להגדלת הזרם בסילונית (מצב זהה למצב הקודם); לכן הזרם בנגד הוא בכיוון מ־x ל־y.

ב. $I_1 = 1.055[A]$ **ג.** עוצמת הזרם בסילונית משתנה והשטף משתנה, לכן נוצר כא"מ מושרה בסליל המשני הגורם לזרם דרך הנגד.

30. א. בכיוון שמאלה $B = \mu_0 \cdot n \cdot \dfrac{\varepsilon}{R}$ **ב.** אין שינוי בשטף המגנטי, לא נוצר כא"מ מושרה.

ג. [1] $\varepsilon = \mu_0 n \pi r_1^2 a$ [2] נגד כיוון השעון, לפי חוק לנץ $I = \dfrac{\mu_0 n \pi r_1^2 a}{2\lambda r_2}$.

פתרונות לתרגילים פרק 19

1. **א.** $V = 220[V]$ **ב.** $P \quad 968[W]$ **ג.** $U = 58080[J]$ **ד.** $P_{(t)} = 1934.4\sin^2 314\cdot t$ **ה.** $1934.4[W]$

2. **א.** $\varepsilon_0 = 33929.2[V]$, $I_0 = 2.827[A]$

ב. $\varepsilon_0 = 33929.2\sin(314\cdot t)$, $I = 2.827\sin(314\cdot t)$ **ג.** $t = \frac{T}{4} = 5\cdot 10^{-3}[\sec]$

3. **א.** $\varepsilon_0 = 3015.92[V]$ **ב.** $2132.58[V]$

4. **א.** $\Delta\phi = 3.2\cdot 10^{-3}[\text{Wb}]$ **ב.** $\varepsilon = 85.33[V]$

5. **א.** $\omega = 22.22\left[\frac{rad}{s}\right]$ **ב.** $\varepsilon_0 = 4.26\cdot 10^{-3}[V]$

6. **א.** מעגלית: $\varepsilon_0 = 3.7[V]$, ריבועית: $\varepsilon_0 = 4.71[V]$ **ב.** מעגלית: $I = 23.55[A]$, ריבועית: $I = 23.55[A]$

7. **א.** $\phi = 4\cdot 10^{-3}\cos(31.4\cdot t)$ **ב.** $\varepsilon = 125.6\sin(31.4\cdot t)$ **ג.** $I = 12.56\sin(31.4\cdot t)$ **ד.** $Q = 0.8[C]$

8. **א.** $\varepsilon = 3.14\sin(6.28\cdot t)$ **ב.** $\varepsilon_0 = 3.14[V]$, $I_0 = 2.094[A]$

9. **א.** $\phi = 6\cdot 10^{-3}\cos(314\cdot t)$ **ב.** $\varepsilon = 1.884\sin(314\cdot t)$ **ג.** $\varepsilon_0 = 1.884[V]$

ד. הכא"מ הוא מרבי כאשר מישור התיל המלבני מקביל לשדה המגנטי.

הכא"מ הוא מזערי כאשר מישור התיל המלבני מאונך לשדה המגנטי.

ה. המהירות החוצה והשדה המגנטי שמאלה, על פי כלל יד ימין הזרם יהיה בכיוון מ-M ל-N (נגד השעון).

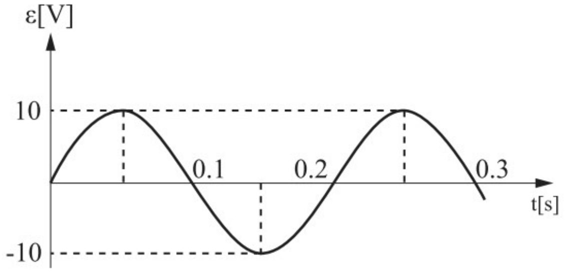
10. **א.** $\phi = 0.16\cos(1.256\cdot 10^3\ t)$ **ב.** $\varepsilon_0 = 201.06[V]$

ג. $I_{AD} = 40.21[A]$ למעלה, $I_{BC} = 30.159[A]$ למטה, $I_{MN} = 10.05[A]$ למטה.

ד. התשובות לא ישתנו, השטף הכולל אינו משתנה כי הוא אינו תלוי במקום הציר.

11. **א.** $\phi = 1.06\cdot 10^{-3}\cos(31.4t)$ **ב.** $\varepsilon \cong 10\sin(31.4t)$ **ג.** $\varepsilon_0 \cong 10[V]$

ד.



במצב בו מישור הסליל ניצב לשדה המגנטי, השטף מרבי, והכא"מ שווה לאפס. מישור הסליל ניצב לשדה בזמנים: t=0.1[s] ,t=0.2[s] ,t=0.3[s].

ה. $\varepsilon = 8.08[V]$ **ו.** $t = 0.0064[s]$ **ז.** $f = 15.07[H_Z]$

12. **א.** $\varepsilon_2 = 11.5[V]$ **ב.** $I_2 = 1.15[A]$ **ג.** $P_2 = 13.225[W]$ **ד.** $I_1 = 0.0575[A]$

13. **א.** $N_1 = 600$ **ב.** $I_2 = 5[A]$ **ג.** $R = 4[\Omega]$

14. **א.** $R = 27\Omega$ **ב.** $I = 66.66[A]$ **ג.** $\Delta P = 120000[W]$ **ד.** 12% **ה.** 0.0108%

15. א. $10[A]$ **ב.** $\Delta P=4000[W]$ **ג.** $P=5\cdot10^{6}[W]$ **ד.** 2%

16. א. $250[A]$ **ב.** $3.66\cdot10^{-3}$ **ג.** 4.166%

ד. ללא שימוש בשנאים היה הזרם בקו ההולכה: $I=\frac{P}{V}=\frac{15\cdot10^{6}}{220}=68.18\cdot10^{3}[A]$,

הפסד החום: $P_1=I^2\cdot R=(68.18\cdot10^{3})^2\cdot10=4.64\cdot10^{10}[W]$ $\frac{P_1}{P}=\frac{4.64\cdot10^{10}}{15\cdot10^{6}}>1$,

מתקבל יחס הגדול מאחד. **ה.** חיסכון באנרגיה על ידי הקטנת הזרם בקו ההולכה.

17. א. $\phi=0.0209[Wb]$ **ב.** $\varepsilon=12.56[V]$

ג. מגמת הזרם היא מ-C ל-A על פי כלל יד ימין, או: מאחר והשטף המגנטי, הנגרם על ידיי השדה המגנטי החיצוני B שכיוונו פנימה, גדל, הזרם המושרה צריך להיות נגד כיוון השעון, כלומר מ-C ל-A, כי אז הוא יוצר שדה מגנטי מושרה 'B שכיוונו החוצה (על פי כלל יד ימין), ומקטין את השטף פנימה.

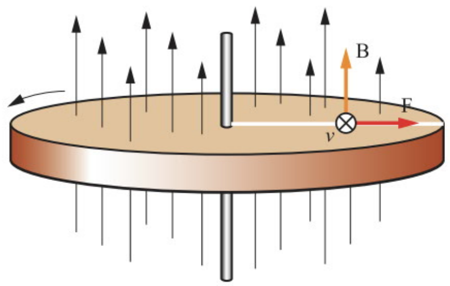
18. א. במצב א: $\phi=B\cdot A\cdot\cos\alpha\Rightarrow\alpha=0°$. **ב.** במצב ב: $\varepsilon=v\cdot B\cdot L\cdot\sin\alpha\Rightarrow\alpha=90°$.

ג. עוצמת הזרם שווה לאפס. המהירות שווה לאפס ולכן לא נוצר כא"מ מושרה ואין זרם מושרה.

ד. $0.32[A]$

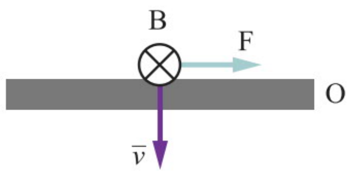
ה. נימוק 1: הנורה פולטת אור הגורם לאיבוד אנרגיה.

נימוק 2: השדה המגנטי יפעיל על המסגרת כוח שיאט את תנועתה (על פי חוק לנץ).



19. א. $\varepsilon=0.176[V]$. **רמז:** ניתן להסתכל על הדסקית כעל אוסף מוטות, כשמהירות המוט בשולי הדסקית היא מרבית וליד ציר הסיבוב שווה לאפס. לכן יש לקחת מהירות ממוצעת.

ב. על המטענים בכל מוט פועל (לפי כלל יד ימין) כוח בכיוון ממרכז הדסקית לעבר היקפה. לכן הפוטנציאל של נקודה כלשהי שעל היקף הדסקית גבוה מזה שליד ציר הסיבוב.



20. א. על המטענים במוט פועל (לפי כלל יד ימין) כוח בכיוון ציר הסיבוב, לכן הפוטנציאל ליד ציר הסיבוב גבוה יותר.

ב. $\varepsilon_{OQ}=0.8[V]$

ג. $\varepsilon_{PQ}=\varepsilon_{OQ}-\varepsilon_{OP}=0.8-0.2=0.6[V]$

הספר **חשמל ומגנטיות** מיועד ללמידה ולתרגול של התכנים הכלולים בפרק "אלקטרומגנטיות" במסגרת תכנית הלימודים המעודכנת בפיזיקה ברמת 5 יח"ל לתלמידי תיכון.

הספר כולל שלושה חלקים: **אלקטרוסטטיקה, אלקטרודינמיקה, אלקטרומגנטיות,** המחולקים ל–19 פרקי לימוד.

כל פרק לימוד מכיל:

- רקע תיאורטי המוגש ללומד בשפה בהירה ומובנת בליווי דגשים פדגוגיים רלוונטיים.
- מגוון דוגמאות חישוביות ופתרון מלא שלהן.
- אוסף עשיר של תרגילים לתרגול עצמי, המסודרים לפי דרגת קושי עולה. תשובות לתרגילים מובאות בסוף הספר.

לצוות הפיתוח של הספר "**חשמל ומגנטיות**" ניסיון עשיר בהוראת פיזיקה לתיכון, בהגשה לבגרות, בכתיבת ספרי תרגילים לבגרות וכן בפיתוח תכנים דידקטיים להוראת הפיזיקה במסגרת התיכון הווירטואלי של משרד החינוך ובמסגרות נוספות.

דנאקוד 78-2042632

כותר
www.school.kotar.co.il
הספר במהדורה מקוונת

מטח
המרכז לטכנולוגיה חינוכית

הספר **חשמל ומגנטיות** מיועד ללמידה ולתרגול של התכנים הכלולים בפרק "אלקטרומגנטיות" במסגרת תכנית הלימודים המעודכנת בפיזיקה ברמת 5 יח"ל לתלמידי תיכון.

הספר כולל שלושה חלקים: **אלקטרוסטטיקה, אלקטרודינמיקה, אלקטרומגנטיות,** המחולקים ל-19 פרקי לימוד.

כל פרק לימוד מכיל:

- רקע תיאורטי המוגש ללומד בשפה בהירה ומובנת בליווי דגשים פדגוגיים רלוונטיים.
- מגוון דוגמאות חישוביות ופתרון מלא שלהן.
- אוסף עשיר של תרגילים לתרגול עצמי, המסודרים לפי דרגת קושי עולה. תשובות לתרגילים מובאות בסוף הספר.

לצוות הפיתוח של הספר "**חשמל ומגנטיות**" ניסיון עשיר בהוראת פיזיקה לתיכון, בהגשה לבגרות, בכתיבת ספרי תרגילים לבגרות וכן בפיתוח תכנים דידקטיים להוראת הפיזיקה במסגרת התיכון הווירטואלי של משרד החינוך ובמסגרות נוספות.

דנאקוד 78-2042632

www.school.kotar.co.il
הספר במהדורה מקוונת

מטח
המרכז לטכנולוגיה חינוכית